

A FORMULAÇÃO DE PROBLEMAS DE MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO POR ESTUDANTES DO ENSINO FUNDAMENTAL

José Allyson da Silva ¹

Júlia Barros do Nascimento ²

Nathália Patrícia Teófilo Bezerra de Melo ³

Alina Galvão Spinillo (Orientadora) ⁴

RESUMO

Formular problemas é habilidade relevante que expressa conhecimentos acerca do conceito matemático neles envolvidos e conhecimentos linguísticos relativos à estrutura e ao vocabulário apropriado a este gênero de texto. A maioria das pesquisas sobre este tema investiga professores que ensinam matemática, sendo raras aquelas conduzidas com crianças, sobretudo no cenário nacional. Em vista disso, o presente estudo examinou como estudantes do 3º e 4º anos do Ensino Fundamental formulam problemas, procurando identificar uma possível progressão nesta habilidade e as dificuldades enfrentadas. Os participantes foram individualmente solicitados a formular por escrito problemas de multiplicação e de divisão em que era fornecido o resultado de cada um deles. Os problemas produzidos foram classificados em categorias hierárquicas: Categoria 1: enunciado confuso e de difícil compreensão, se assemelha a um exercício; Categoria 2: o enunciado é confuso, mas se assemelha a um problema verbal, mas incompleto e com omissões de informações numéricas; Categoria 3: enunciado claro, mas que não corresponde ao solicitado (desconsidera a operação e o resultado informado); e Categoria 4: enunciado com linguagem clara, contendo todas as informações numéricas necessárias, correspondendo ao que foi solicitado. Os resultados mostraram haver diferenças entre os anos escolares, uma vez que os problemas formulados pelos estudantes do 3º ano se concentravam na Categoria 2, enquanto os do 4º ano na Categoria 4. Os estudantes do 4º ano formularam problemas na Categoria 4 (61%) mais frequentemente do que os do 3º ano (30,5%). Concluiu-se que formular problemas adequados requer um controle sobre os aspectos linguísticos e sobre as ideias matemáticas neles veiculadas, como por exemplo, formular uma pergunta articulada com as informações numéricas necessárias para a resolução do problema. Esse controle foi observado entre os estudantes do 4º ano, sendo um desafio para os do 3º ano. Implicações educacionais podem ser derivadas deste estudo.

Palavras-chave: formulação de problemas, multiplicação, divisão, ensino fundamental.

¹ Mestrando do Curso de Psicologia Cognitiva da Universidade Federal de Pernambuco - UFPE, joseallyson.silva@ufpe.br ;

² Graduanda do Curso de Psicologia da Universidade Federal de Pernambuco - UFPE, julia.bnascimento@ufpe.br ;

³ Graduanda do Curso de Psicologia da Universidade Federal de Pernambuco - UFPE, nathalia.teofilo@ufpe.br

⁴ Professora Orientadora: Professora Titular da Pós-graduação em Psicologia Cognitiva, Universidade Federal de Pernambuco - UFPE, alinaspinillo@hotmail.com .

INTRODUÇÃO

A formulação de problemas, ainda pouco investigada em crianças, é considerada outra faceta do conhecimento matemático, e tem despertado o interesse de educadores e pesquisadores no campo da Psicologia da Educação Matemática. Esse interesse tem se refletido em políticas públicas adotadas em diversos países, inclusive no Brasil, como propõe a Base Nacional Comum Curricular – BNCC (Brasil, 2018) que recomenda a formulação de problemas no ensino da aritmética. A formulação de problemas é considerada uma habilidade importante associada à resolução de problemas, tendo expressiva relevância didática para a aprendizagem de conceitos matemáticos (Singer, Ellerton & Cai, 2013) e para o desenvolvimento da autonomia, criatividade e motivação nas situações de ensino (Brown & Walter, 1993; Sengul & Katranci, 2014).

Formular problemas expressa o conhecimento que se tem acerca do conceito matemático nele envolvido, assim como conhecimentos linguísticos relativos à estrutura e ao vocabulário apropriado a este tipo de texto. Formular problemas, ao invés de resolvê-los, requer uma mudança de paradigma no modo como se lida com a situação-problema, uma vez que há um deslocamento do papel de solucionador para o papel de formulador do problema. Essa mudança envolve antecipar resultados, identificar o que é relevante para a resolução, considerar as relações entre os dados do enunciado e a pergunta do problema. A ideia subjacente, é que o domínio que o indivíduo apresenta sobre um dado conceito não só se manifesta quando ele resolve um problema, mas também quando o formula.

Na literatura, esse tema tem sido investigado da seguinte forma; por um lado tem sido investigada entre professores que ensinam matemática (Agranionih, Spinillo & Lautert, 2021; Elwan & Sultan, 2016; Lee, Capraro & Capraro, 2018; Ribeiro & Amaral, 2015; Spinillo, Lautert, Borba, Santos & Silva, 2017; Spinillo, Lautert, Agranionih, Borba, Santos & Silva, no prelo), por outro lado, há uma escassez de pesquisas sobre a formulação de problemas por crianças as quais, em sua maioria foram conduzidas em sala de aula em situações pouco controladas do ponto de vista metodológico (Altoé & Freitas, 2019; Chica, 2001; English, 1997; Lowrie, 2002; Medeiros & Santos, 2007).

Apesar de relevantes, essas investigações fornecem informações gerais que não permitem especificar a natureza da dificuldade experimentada pelas crianças, sendo necessário conduzir estudos mais controlados que possam contribuir com informações mais específicas sobre a formulação de problemas com essa população. O presente estudo propõe

uma análise linguística e matemática do enunciado dos problemas, considerando que sua estrutura prototípica é formada por proposições iniciais que informam dados relativos a quantidades, seus referentes e relações entre eles; e em seguida tem-se uma pergunta que precisa estar associada aos dados já apresentados e que seja passível de ser respondida.

Formular problemas demanda que o aluno tenha um controle sobre o texto e sobre as ideias matemáticas nele veiculadas, como por exemplo, formular uma pergunta coerente e articulada com o as informações numéricas do enunciado e fornecer todas as informações relevantes para a resolução do problema. Essa estrutura seria adotada pelas crianças ao produzirem este tipo de texto? Quais desses elementos estariam presentes desde cedo nas produções das crianças e quais aqueles que estariam presentes apenas nas produções daquelas em anos escolares mais adiantados? Em outras palavras, é importante saber quais as dificuldades que as crianças enfrentam em relação aos elementos constitutivos deste tipo de texto e como esta habilidade se desenvolve.

Uma maneira de examinar tais aspectos é realizar um estudo em que os participantes sejam solicitados a elaborar problemas matemáticos de diferentes tipos e em diferentes situações de formulação que ressaltam esses elementos, como é feito na presente pesquisa em relação a estudantes de diferentes faixas etárias e anos escolares. Assim, o presente estudo tem por objetivo investigar como crianças de diferentes idades e níveis de escolaridade formulam problemas de multiplicação e de divisão.

MÉTODOS

Participantes

Quarenta crianças com idade entre 8 e 10 anos, alunas de escola particular igualmente divididas em dois grupos em função do ano escolar: 3º ano e 4º ano do Ensino Fundamental. A participação ocorreu mediante a carta de anuência da escola e a autorização dos pais ou responsáveis os quais assinaram o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido, autorizando a criança a ser entrevistada. Por se tratar de pesquisa envolvendo seres humanos, a pesquisa respeitou a Resolução nº466/12 do Conselho Nacional de Saúde - MS.

Procedimento

Cada participante, entrevistado individualmente em uma única sessão com tempo livre para sua realização, foi solicitado a formular por escrito um enunciado de problemas de multiplicação e de divisão a partir da seguinte instrução: “Crie um problema que seja

resolvido por uma conta de multiplicar cujo resultado seja 12” e “Crie um problema que seja resolvido por uma conta de dividir cujo resultado seja 8”. Lápis e papel foram disponibilizados.

ANÁLISE DOS DADOS

As produções das crianças, isto é, os enunciados dos problemas, foram classificadas em categorias hierárquicas que variam desde as mais elementares até as mais elaboradas. Essas categorias foram elaboradas a partir de critérios linguísticos (estrutura, vocabulário e expressões linguísticas) e matemáticos (dados relativos à quantidades, seus referentes e relações entre eles, pergunta associada aos dados já apresentados e que seja passível de ser respondida), sendo descritas e exemplificadas no Quadro 1 a seguir:

Quadro 1: Descrição e exemplos de cada categoria⁵.

Categoria	Descrição	Exemplos
Categoria 1	A linguagem do enunciado é confusa e ambígua, sendo de difícil compreensão. Quanto à estrutura, observa-se que a formulação se assemelha a um exercício ou comando para realização de uma operação. Seja por limitações de natureza linguística, seja por estar incompleto ou por faltar informações numéricas relevantes, os problemas classificados nesta categoria são impossíveis de serem solucionados.	“Dani tem seis bombons e Rafael tem dois bombons quanto dá se eles multiplicarem” (Operação solicitada: multiplicação)
Categoria 2	A linguagem do enunciado é menos confusa e ambígua que nos problemas classificados na Categoria 1. Observa-se falta de informações numéricas e de partes relativas à estrutura linguística do enunciado. Quanto à estrutura, nota-se que há dificuldades em lidar com a pergunta do problema, seja por ela estar ausente, seja por ser apresentada de forma confusa e com pouca relação com as informações numéricas. Seja por limitações de natureza linguística seja por faltar estabelecer relações entre as informações numéricas,	“Caik comprou 2 sabão e dividiu em 3 vezes. Quanto ele irá pagar?” (Operação solicitada: multiplicação)

⁵ Nos exemplos manteve-se literalmente a escrita do participante.

	alguns dos problemas classificados são impossíveis de serem solucionados.	
Categoria 3	A linguagem é clara, a pergunta está presente assim como as informações numéricas estão especificadas. Contudo, o problema formulado não corresponde ao que foi solicitado na instrução por envolver o uso de uma operação diferente da solicitada ou por conter informações numéricas diferentes daquelas solicitadas.	“Letícia tem 8 chicletes, e vai distribuir para 2 amigas, quantos chicletes cada amiga vai receber?” (Operação solicitada: divisão)
Categoria 4	A linguagem é clara e sem ambiguidades. O problema está completo e corresponde ao que foi solicitado no que tange à operação e informações numéricas envolvidas na instrução dada no item.	“se eu tenho 16 fogos para dividir para 2 pessoas quantos fogos cada um receberá?” (Operação solicitada: divisão)
Exercício	Produção que não é um enunciado, se caracterizando como um comando para realizar uma operação.	“Faça esta conta: 3 x 4” (Operação solicitada: multiplicação)

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Tabela 1: Número e porcentagem (em parênteses) de categorias de formulação de problemas em cada problema em função do ano escolar.

3º ano		
	Multiplicação (n = 20)	Divisão (n = 20)
Categoria 1	6 (30%)	2 (10%)
Categoria 2	6 (30%)	6 (30%)
Categoria 3	4 (20%)	1 (5%)
Categoria 4	2 (10%)	9 (45%)
Exercício	2 (10%)	2 (10%)
4º ano		
	Multiplicação	Divisão

	(n=20)	(n=20)
Categoria 1	5 (25%)	1 (5%)
Categoria 2	3 (15%)	2 (10%)
Categoria 3	2 (10%)	4 (20%)
Categoria 4	9 (45%)	12 (60%)
Exercício	1 (5%)	1 (5%)

Como pode ser visto na Tabela 1, as produções das crianças do 3º ano atingiram categorias mais elaboradas na formulação de problemas de divisão do que de problemas de multiplicação. Nos problemas de divisão, 50% das produções foram classificadas na Categoria 3 e na Categoria 4 (as mais elaboradas); enquanto nos problemas de multiplicação, 60% das formulações se concentravam na Categoria 1 e na Categoria 2 (as mais elementares).

Em relação ao 4º ano, o padrão de resultados é diferente daquele observado entre as crianças do 3º ano, uma vez que as produções tanto nos problemas de multiplicação como nos de divisão foram classificadas nas categorias mais elaboradas (Categoria 3 e Categoria 4). Nos problemas de multiplicação, 55% das produções foram classificados na Categoria 3 e Categoria 4 (as mais elaboradas), nos problemas de divisão este percentual era de 80%. Contudo, apesar do bom desempenho das crianças do 4º ano nas duas operações, este desempenho foi melhor em relação à formulação da operação de divisão do que na de multiplicação.

Comparando os anos escolares, observa-se que há uma progressão entre eles quanto à capacidade de formular problemas, pois, de modo geral, as produções dos alunos do 4º ano foram mais elaboradas do que aquelas produzidas pelas do 3º ano. Esse progresso foi observado em relação às duas operações, especialmente quanto à operação de divisão.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

De modo geral, os resultados do estudo apontam dados relevantes acerca de tema ainda pouco investigado na literatura que é a formulação de problemas por crianças. Um dos resultados visualizados neste estudo é o de parecer existir uma progressão na capacidade de formular problemas em função do avanço da escolaridade, especificamente do 3º para o 4º

ano do Ensino Fundamental. Observou-se que os alunos do 4º ano conseguiam criar problemas mais completos e que apresentavam os elementos necessários típicos deste tipo de enunciado, diferentemente dos alunos de 3º ano que formulavam problemas mais limitados em que faltavam informações numéricas importantes ou formulavam enunciados em que as operações não correspondiam ao que era solicitado nas instruções fornecidas.

Importante ressaltar que para se formular um problema matemático é preciso o conhecimento não só de aspectos matemáticos (operações, números, resultados), mas também conhecimento sobre aspectos linguísticos referentes à estrutura e ao vocabulário específicos deste tipo de texto. Além disso, exige que o aluno saia do papel de solucionador de problemas, para ser um formulador de problemas, demandando as habilidades de antecipar resultados, identificar o que é relevante para a resolução, considerar as relações entre os dados do enunciado e a pergunta do problema. Portanto, formular problemas é uma atividade sofisticada que demanda familiaridade por parte dos alunos com diversos tipos de conhecimento.

Apesar de ser uma das competências ressaltadas pela BNCC (Brasil, 2018) para alunos do 3º. e 4º. ano do Ensino Fundamental, os resultados mostram que os alunos de ambos os anos escolares apresentam limitações na formulação de problemas matemáticos completos, com linguagem apropriada e passíveis de serem solucionados.

No entanto, de modo geral o desempenho ficou bastante baixo quando temos em mente o que está BNCC (Brasil, 2018), dentro da Unidade Temática de números, no que tange às habilidades que se espera desenvolver no terceiro ano são:

(EF03MA07) Resolver e elaborar problemas de multiplicação (por 2, 3, 4, 5 e 10) com os significados de adição de parcelas iguais e elementos apresentados em disposição retangular, utilizando diferentes estratégias de cálculo e registros. (EF03MA08) Resolver e elaborar problemas de divisão de um número natural por outro (até 10), com resto zero e com resto diferente de zero, com os significados de repartição equitativa e medida, por meio de estratégias e registros pessoais. (p.287)

Para o quarto ano espera-se desenvolver as seguintes habilidades na Unidade Temática de números são:



(EF04MA06) Resolver e elaborar problemas envolvendo diferentes significados da multiplicação (adição de parcelas iguais, organização retangular e proporcionalidade), utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos. (EF04MA07) Resolver e elaborar problemas de divisão cujo divisor tenha no máximo dois algarismos, envolvendo os significados de repartição equitativa e de medida, utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos. (p.291)

Apesar da menção a esta atividade em documentos oficiais, o que se percebe é que talvez, a pouca familiaridade com esta atividade seja um dos fatores que expliquem o resultado limitado observado no presente estudo. Em sendo assim, são necessários estudos que examinem se e como a formulação de problemas está sendo trabalhada em sala de aula e, também, qual o domínio que os professores possuem acerca de como promover esta atividade na sala de aula.

É sabido que a própria concepção de currículo que norteia a ação pedagógica do professor privilegia a resolução de problemas de forma dissociada da formulação, sendo escassas práticas que procuram a familiarizar os estudantes com este tipo de texto matemático. Uma vez que a formulação de problemas é uma habilidade importante que deve estar associada à resolução, é importante que cursos de formação de professores considerem este tema na capacitação desses profissionais.

REFERÊNCIAS

AGRANIONI, N.T., SPINILLO, A.G., LAUTERT, S.L. Characteristics of Mathematical Problems Posed by Teachers. **Revista Acta Scientiae**, v. 23, p. 233-264, 2021.

ALTOÉ, R. O. ; FREITAS, R. C. O. Formulação de Problemas no Campo Conceitual Multiplicativo: uma proposta para o ensino de multiplicação e divisão no eixo de produto de medidas. **Em Teia, Revista de Educação Matemática e Tecnologia Iberoamericana**, Recife, v.10, n.3, p. 1-23, 2019.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018.

BROWN, S. I., WALTER, M. I. **Problem posing: reflections and applications**. Lawrence Erlbaum. 1993.

CHICA, C. Por que formular problemas? In: K. Smole & M. Diniz (Orgs.). **Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática**. Porto Alegre: Artmed, p.151-173, 2001.

ELWAN, A.; SULTAN, R. Mathematics problem posing skills in supporting problem solving skills of prospective teachers. In: **Proceedings of the 40th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education**. p. 3-10.2016.

ENGLISH, L. D. The development of fifth-grade children's problem-posing abilities. *Educational Studies in Mathematics*, v. 34, p. 183-217, 1997.

LEE, Y., CAPRARO, R. M., CAPRARO, M. M. Mathematics Teachers' Subject Matter Knowledge and Pedagogical Content Knowledge in Problem Posing. **International Electronic Journal of Mathematics**, v. 13, n. 2, p. 75-90, 2018. <https://www.iejme.com/article/mathematics-teachers-subject-matter-knowledge-and-pedagogical-content-knowledge-in-problem-posing>

LOWRIE, T. Designing a framework for problem posing: Young children generating open-ended tasks. **Contemporary Issues in Early Childhood**, v. 3, n. 3, p. 354-364, 2002.

MEDEIROS, K., SANTOS, A. J. B. Uma experiência didática com a formulação de problemas matemáticos. **Zetetiké**, v.15, n. 28, p. 87-118, 2007.

RIBEIRO, M., AMARAL, R. Early years prospective teachers' specialised knowledge on problem posing. In: **Proceedings of the 39th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education**. Hobart, Australia, p. 81-88, 2015.

SENGUL, S., KATRANCI, Y. Structured problem posing cases of prospective mathematics teachers: experiences and suggestions. **International Journal on New Trends in Education and Their Implications**, v. 5, n 4, p.190-204, 2014. <http://www.ijonte.org/FileUpload/ks63207/File/17..sengul.pdf>



SINGER, F. M., ELLERTON, N. F., CAI, J. **Mathematical problem posing. From research to effective practice.** Cham, Switzerland: Springer. 2013.

SPINILLO, A.G., LAUTERT, S.L., AGRANIONIH, N., BORBA, R. E. de S. R.; SANTOS, E.M. & SILVA, J.F.G. **Problem posing by teachers of mathematics: the problems they pose and the challenges they face in the classroom**, prelo.

SPINILLO, A.G.; LAUTERT, S.L.; BORBA, R. E. de S. R.; SANTOS, E.M. & SILVA, J.F.G. Formulação de problemas matemáticos de estrutura multiplicativa por professores do ensino fundamental. **Bolema**, v. 31, n. 59, p. 928-946, 2017.