DOI: 10.46943/IX.CONEDU.2023.GT13.004

ANÁLISE DE ERROS DE ESTUDANTES DO ENSINO MÉDIO EM PROBABILIDADE NO CONTEXTO DE JOGOS DE LOTERIA

ANTONIO FÁBIO DO NASCIMENTO TORRES
Autor: Mestrandro em Matemática do Curso de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, pólo da Universidade Federal do Rio Grande do Norte - UFRN, fabio.torres@ifrn.edu.br;

DÉBORA BORGES FERREIRA
Orientadora: Doutora em Matemática pela Universidade de Brasília – Unb, debora.borges@ufrn.br.

RESUMO

Este trabalho apresenta um recorte dos resultados de uma pesquisa desenvolvida durante a dissertação de Mestrado do autor. Trata-se da análise de erros de estudantes do ensino médio no conteúdo de Probabilidade, tendo como fonte de dados um questionário aberto aplicado que contou com questões contextualizadas do universo de jogos de azar, especialmente os de loteria, dentre as quais destacamos as loterias Dia de Sorte e Mais Milionária, ambas administradas pela Caixa Econômica Federal. Outros jogos que serviram de base para a coleta das produções textuais dos estudantes foram a SPP da Sorte, jogo muito popular na região do Potengi/RN, e a Lotoemoji, criada pelos pesquisadores. Os participantes foram estudantes do ensino médio integrado do campus São Paulo do Potengi, do IFRN, que foram convidados a participarem da pesquisa via formulário eletrônico. Com a análise de erros, ficou constatada algumas dificuldades dos estudantes, sendo as mais frequentes: interpretar os problemas corretamente, correlacionar Análise Combinatória com Probabilidade para a resolução dos problemas e equívocos no manuseio das fórmulas. Com a análise dos erros foi possível fazer inferências sobre o que os estudantes aprenderam e o que os estudantes ainda não dominam, constituindo esses resultados como importantes fontes de informação para as próximas etapas da pesquisa.

Palavras-chave: Probabilidade, Análise de Erros, Aprendizagem.

INTRODUÇÃO

Os jogos de azar envolvendo apostas provavelmente foram os impulsionadores iniciais para o desenvolvimento da Probabilidade a partir do século XVII, muito em virtude de se apresentar como uma possibilidade de asceção social. Nota-se, porém, que o interesse das pessoas por esses jogos continua até os dias atuais.

A Probabilidade não está mais somente associada aos jogos, pois percebemos aplicações em várias outras áreas, como na Meteorologia, quando somos informados sobre as probabilidades de chuver nos próximos dias, ao informamos aos nosso amigos a chance de ir para uma festa usando probabilidade, como em "90% de chance de comparecer a tal festa", ou mesmo quando vamos contratar um seguro para o carro, onde a empresa contratada faz diversas simulações a partir de um banco de dados, e usando probabilidade, para se chegar a um valor a ser cobrado pelo seguro do bem.

Diante de tamanha presença em nosso cotidiano, a Probabilidade assumiu também um destaque no ambiente escolar, mais precisamente no currículo de Matemática para o ensino básico. Segundo a Base Nacional Comum Curricular – BNCC, dos cinco eixos temáticos da Matemática para o ensino fundamental, um deles é "Probabilidade e Estatística", que de acordo com Lima et al (2022), deve ser inserida de maneira obrigatória desde os primeiros anos desse nível, o que é uma novidade em relação a documentos anteriores, que apenas sugeriam que a probabilidade fosse trbaalhada desde os primeiros anos. Essa mudança reforça a importância e a necessidade de que a probabilidade seja apresentada, discutida e interpretada desde os primeiros anos de escolarização.

Mas a simples inserção obrigatória da Probabilidade não é suficiente, pois é importânte destacarmos as dificuldades que a aprendizagem de Probabilidade em sala de aula enfrenta. Pontes e Nuñez (2019), Ferreira (2017) e Fonseca (2017) são alguns trabalhos em que há apontamentos de dificuldades das mais variadas, tais como dificuldade em interpretação do enunciado, equívocos na utilização dos princípios aditivo e multiplicativo e dificuldade de distinguir entre arranjo e combinação.

Em um cenário de dificuldades em relação a aprendizagem de Probabilidade, Torres (2023) fez um levantamento de dissertações do Programa de Mestrado Profissional de Matemática em Rede – PROFMAT, em que no diretório do site do programa identificou 184 dissertações que versavam primordialmente sobre

ISBN: 978-85-61702-77-9

Probabilidade. Desse levantamento foi possível constatar que boa parte dos trabalhos discutiam a probabilidade a partir de jogos, como os de loteria, pôquer e "dos pontos".

Diante desse cenário, este trabalho se propôs a discutir a probabilidade em sala de aula a partir do estudo de jogos de azar, em especial jogos de loteria. A escolha se deu por ser um jogo que faz parte do imaginário do brasileiro, conforme afirma Silva (2018), pois há neles uma esperança de ascenção social, de comprar um bem de valor como um carro ou uma casa própria.

Este trabalho teve por objetivo geral fazer um levantamento dos erros cometidos pelos estudantes em probabilidade em contextos de jogos de azar. Por se tratar de um recorte de uma pesquisa, os objetivos específicos para este trabalho, que não são a totalidade do trabalho foram: categorizar os erros cometidos; Fazer inferências sobre as produções textuais dos estudantes.

METODOLOGIA

Este trabalho, por suas características, situa-se como uma pesquisa de abordagem qualitativa, pois menos importaram quantficar os erros em si,e mais nos interessou investigar e fazer inferências dos motivos que levaram os estudantes a cometerem equívocos na resolução das questões.

Segundo Bogdan e Biklen (2008), as investigações qualitativas são descritivas e os investigadores qualitativos estão mais interessados no processo do que no resultado final. Neste sentido, percebe-se uma necessidade de o pesquisador observar atentamente aquilo que o estudante está produzindo, dotando as suas ações de significado, conforme pontua Borba e Araújo (2013).

Diante da caracterização de nossa pesquisa como qualitativa, descreveremos a partir de agora em mais detalhes de como se deu o nosso trabalho.

- *Participantes da pesquisa:* A pesquisa contou com a participação de 12 estudantes do 3º ano do ensino médio do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte, campus São Paulo do Potengi.
- *Etapas de coleta de dados:* Para a coleta de dados foi aplicado um questionário aberto junto aos estudantes que continham questões de Análise

ISBN: 978-85-61702-77-9

Combinatória e Probabilidade inseridas em contexto de jogos de azar, como os de loteria.

- *Análise e tratamento de dados:* Como tratamento de dados utilizamos a Análise de Conteúdo na perspectiva de Bardin (2015), que se caracteriza pela análise da produção textual dos estudantes a partir de três fases: ***pré-análise***, onde é feita uma leitura inicial da produção textual dos estudantes, ***exploração do material***, onde são feitas várias leituras do material em busca de similaridades, padrões de resposta, e inferências, e por fim, o ***tratamento dos resultados***, onde optamos por produzir uma tabela de categorização dos erros.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

O questionário aberto aplicado junto aos estudantes foi dividido em três blocos, que correspondem, cada um, a um tipo de jogo de azar diferente. Antes de responderem ao questionários os estudantes foram apresentados às regras do jogo e convidados a fazer uma simulação desse jogo, para que tivessem mais familiaridade e pudessem tirar suas dúvidas antes de ir para o questionário.

Os resultados obtidos serão apresentados a seguir por jogo, onde será feita inicialmente uma apresentação das regras e posteriormente uma discussão sobre os erros cometidos pelos estudantes, estes que foram representados por letras maiúsculas, a fim de preservar as suas imagens.

Jogo SPP da Sorte: Este é um jogo muito popular na região do Potengi, não legalizado, motivo pelo qual optamos por utilizar um nome alternativo “SPP da Sorte”.

Regras do jogo: O SPP da sorte consiste em vender bilhetes que contém, cada um, quatro números, conhecidos por “milhar”, que vão de 0000 a 9999. Os bilhetes vendidos são todos diferentes, de modo quem ninguém que comprar um bilhete terá algum milhar igual a qualquer outro bilhete. Ganha quem tem o bilhete com o número sorteado.

ISBN: 978-85-61702-77-9

Figura 1: Bilhete do SPP da sorte.

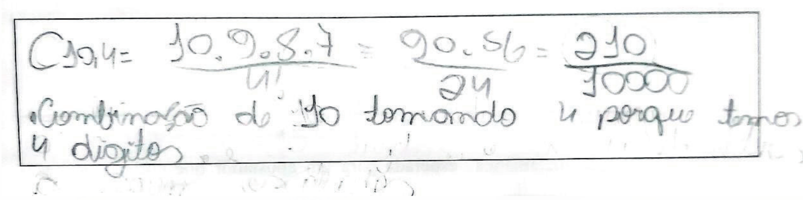
Fonte: Autoria própria, a partir de um bilhete da SPP da sorte.

Faixas de premiação: Inicialmente há uma única faixa de premiação, que é para quem acerta o milhar sorteado, garantindo um prêmio de R$ 500,00. Caso não haja vencedores o prêmio é acumulado para o próximo sorteio.

Pergunta 1: Quantos números podem ser sorteados no SPP da sorte?

Respostas dos estudantes:

Figura 2: Resposta do estudante H para a pergunta 1.



Fonte: Estudante H.

Notamos que o estudante H se equivocou ao fazer o cálculo de $_{10,4}$, pois encontrou uma fração que resulta em um número não inteiro, ao invés de 210. Na Figura 2, percebemos que o raciocínio do estudante, ao afirmar que para se descobrir quantos números (milhares) poderiam ser formados bastava-se calcular uma combinação de 10 elementos tomando 4 deles. Mas não se trata de uma combinação, e sim de uma observação simples, pois de 0 a 9999 há 10.000 números (milhares). De outra forma, o estudante poderia ter encarado o problema como

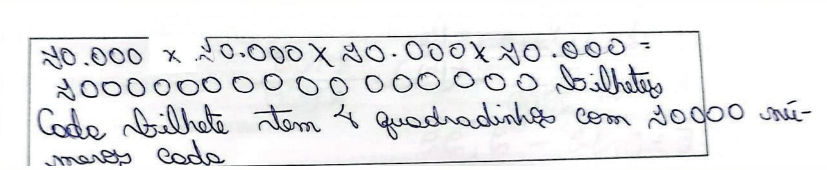
ISBN: 978-85-61702-77-9

um arranjo com repetição de 10 elementos escolhendo 4 deles, o que resulta em 10x10x10x10 = 10.000.

Pergunta 2: Quantos bilhetes podem ser vendidos, no máximo, por dia?

Resposta dos estudantes:

Figura 3: Resposta do estudante B para a pergunta 2.



10.000 x 10.000 x 10.000 x 10.000 =
100000000000000000 bilhetes
Cada bilhete tem 4 quadradinhos com 10000 nú-
meros cada

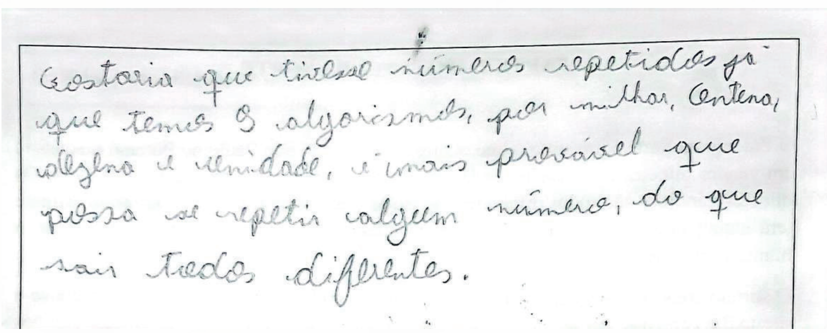
Fonte: Estudante B.

O estudante B raciocina que para cada milhar de um bilhete com 4 milhares é possível 10 quatrilhões de bilhetes, conforme resultado dos cálculos apresentados. Porém, percebe-se que o estudante não compreendeu exatamente as regras desse jogo, que dentre elas, não pode haver milhares repetidas, nem em um mesmo bilhete, muito menos em bilhetes diferentes. A resposta correta é obtida a partir da resposta da pergunta 1, onde já se sabe que há 10.000 milhares possíveis. Como cada bilhete tem 4 milhares, então será possível vender, no máximo, 10.000/4 = 2.500 bilhetes por dia.

Pergunta 3: Observando apenas as chances de serem selecionados, caso você comprasse 1 bilhete do Potengi da Sorte preferiria bilhetes com números de dígitos diferentes ou que tenham algum repetido?

Respostas dos estudantes:

Figura 4: Resposta do estudante F para a pergunta 3.



Gostaria que tivesse números repetidos já
que temos 8 algarismos, por milhar, Centena,
dezena e unidade, é mais provável que
possa se repetir algum número, do que
sair todos diferentes.

Fonte: Estudante F.

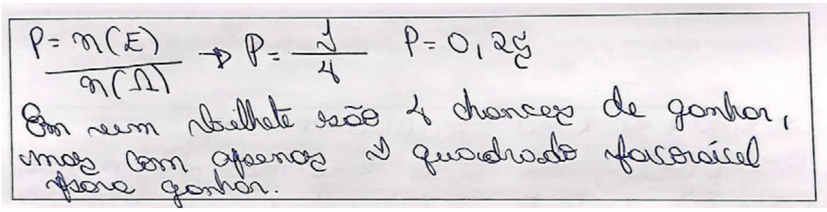
ISBN: 978-85-61702-77-9

O estudante F apresenta uma resposta não embasada em cálculos, mas em uma percepção pessoal de que é mais provável ter milhares com números repetidos. Sabe-se que a resposta correta é que há mais milhares com número distintos do que repetidos, pois há 10x9x8x7= 5.040 milhares com dígitos distintos em um total de 10.000

Pergunta 4: Comprando apenas 1 bilhete qual a probabilidade de o apostador ganhar o prêmio?

Respostas dos estudantes:

Figura 5: Resposta do estudante B para a pergunta 4.



$$P=\frac{n(E)}{n(\Omega)} \rightarrow P=\frac{1}{4} \quad P=0{,}25$$

Em um bilhete são 4 chances de ganhar, mas com apenas 1 quadrado favorável para ganhar.

Fonte: Estudante B.

Na resposta acima, o estudante B faz uma redução do espaço amostral de maneira indevida, pois considera que dos 4 milhares de um bilhete 1 será o premiado. Estaria correto se fosse informado de que no bilhete há a milhar sorteada, o que não é o caso

Segundo Bryan e Nunes (2012) o espaço amostral não serve apenas para o cálculo da probabilidade, mas é componente que também ajuda a entender a natureza da probabilidade. Na resposta do estudante B notamos que o estudante confundiu a probabilidade direta com a condicional.

Jogo Lotoemogi: A Lotoemogi é um jogo fictício criado pelos pesquisadores para introduzir problemas de probabilidade envolvendo agrupamentos.

Regras: São disponibilizados 9 emojis, conforme Quadro 1, e o apostador deve escolher três deles. O sorteio é honesto de modo que cada emoji tem igual chance de ser selecionado. Durante o sorteio são sorteados 3 emojis, sem reposição.

Figura 6: Emogis disponíveis na cartela da Lotoemogi.

😀	🙃	🙏	😍	🤡	🤞	😡	😭	🤤
1 ( )	2 ( )	3 ( )	4 ( )	5 ( )	6 ( )	7 ( )	8 ( )	9 ( )

Fonte: Autoria própria, 2023.

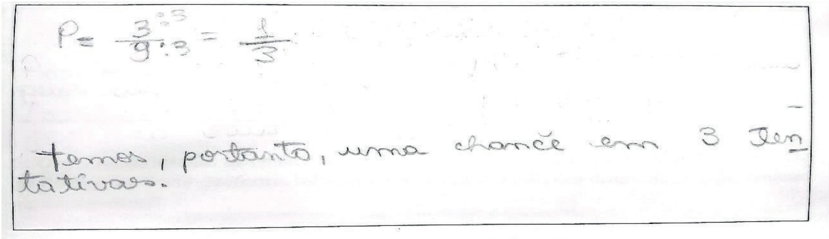
ISBN: 978-85-61702-77-9

Faixas de premiação: Ganha o 1º prêmio quem acertar 3 emojis; o 2º prêmio para quem acertar exatamente 2 emojis; 3º prêmio para quem acertar apenas 1 emoji.

Pergunta 5: Qual é a probabilidade de um apostador acertar os 3 emojis?

Respostas dos estudantes:

Figura 7: Resposta do estudante A para a pergunta 5.



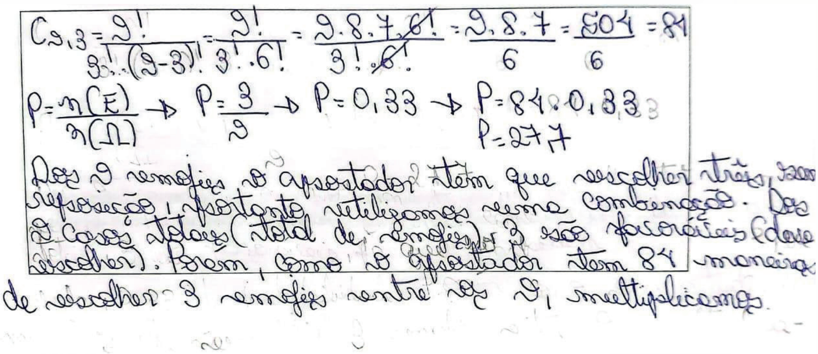
$P = \frac{3^{:3}}{9^{:3}} = \frac{1}{3}$

temos, portanto, uma chance em 3 tentativas.

Fonte: Estudante A.

A resposta do estudante A revela que o mesmo teve dificuldade em interpretar o problema, pois acredita que o evento “acertar” todos os emojis tem 3 elementos, quando na verdade é somente 1, pois só há 1 maneira de o jogador acertar todos os emojis sorteados. Na mesma ótica, não compreende que o espaço amostral é formado por ternos não ordenados de emojis a partir dos 9 disponíveis, ou seja, $n(\Omega) = C_{9,3} = 84$.

Figura 8: Resposta do estudante B para a pergunta 5.



$C_{9,3} = \frac{9!}{3!.(9-3)!} = \frac{9!}{3!.6!} = \frac{9.8.7.\cancel{6!}}{3!.\cancel{6!}} = \frac{9.8.7}{6} = \frac{504}{6} = 84$

$P = \frac{n(E)}{n(\Omega)} \rightarrow P = \frac{3}{9} \rightarrow P = 0,33 \rightarrow P = 84 \cdot 0,33$

$P = 27,7$

Dos 9 emojis o apostador tem que escolher três, sem reposição, portanto utilizamos uma combinação. Dos 9 casos totais (total de emojis), 3 são favoráveis (deve escolher). Porém, como o apostador tem 84 maneiras de escolher 3 emojis entre os 9, multiplicamos.

Fonte: Estudante B.

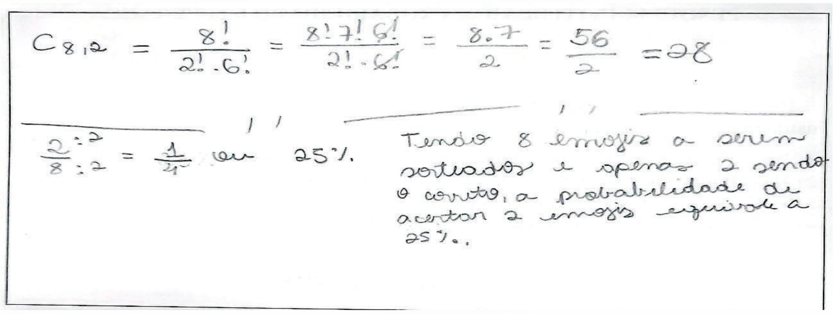
ISBN: 978-85-61702-77-9

O estudante B encontra o número de casos possíveis, que são 84, mas faz um cálculo paralelo de probabilidade bastante semelhante ao que fez o estudante A, e depois multiplica esse valor de probabilidade pelo número de casos totais. O resultado encontrado de 27,7 acaba por ferir o ***Axioma I*** de Kolgomorov, que afirma que nenhuma probabilidade pode ser maior do que 1.

Pergunta 6: Qual é a probabilidade de um apostador acertar somente 2 emojis?

Respostas dos estudantes:

Figura 9: Resposta do estudante G para a pergunta 6.


$C_{8,2} = \frac{8!}{2!.6!} = \frac{8!7!6!}{2!.6!} = \frac{8.7}{2} = \frac{56}{2} = 28$

$\frac{2:2}{8:2} = \frac{1}{4}$ ou 25%.

Tendo 8 emojis a serem sorteados e apenas 2 sendo o certo, a probabilidade de acertar 2 emojis equivale a 25%.

Fonte: Estudante G.

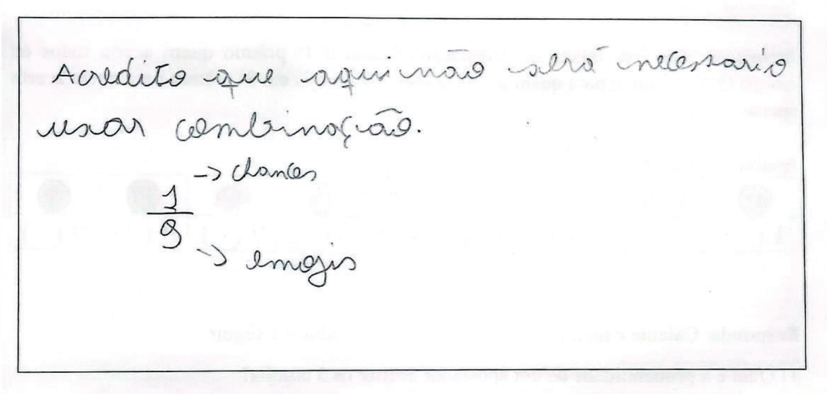
Nota-se que o estudante G faz dois cálculos em paralelo, o primeiro possivelmente sobre o $n(E)$, equivocado, e depois calcula a probabilidade sem usar o resultado obtido inicialmente. Possivelmente esse estudante encara como diferentes Análise Combinatória e Probabilidade, não conseguindo fazer uma relação entre os conteúdos.

Pergunta 7: Qual é a probabilidade de um apostador acertar somente 1 emoji?

Respostas dos estudantes:

ISBN: 978-85-61702-77-9

Figura 10: Resposta do estudante F para a pergunta 7.


Acredito que aqui não será necessário usar combinação.

$\frac{1}{9}$ → chances / → emojis

Fonte: Estudante F.

O estudante F responde à pergunta 7 dispensando combinações, pois acredita que o apostador tem apenas uma chance em nove de acertar um emoji. O cálculo, provavelmente, se baseou no fato de termos 9 emojis e querermos acetar apenas 1 deles.

Porém, devemos observar que o apostador sempre escolhe 3 emojis, e, para o problema 3, desses escolhidos deve acertar 1 e errar os outros dois, sendo o cálculo de probabilidade baseado nessa observação.

Jogo Dia de Sorte: Este é um jogo lotérico, administrado pelas Loterias Caixa, criado em 14 de maio de 2018.

Regras do jogo: O Dia de Sorte é a loteria onde você aposta seus números da sorte. Escolha de 7 a 15 números dentre os 31 disponíveis e mais 1 "Mês de Sorte". São sorteados sete números e um "Mês de Sorte" por concurso (LOTERIAS CAIXA, 2022).

Faixas de premiação: Do valor total arrecadado, 43,35% são destinados às premiações, que podem ser fixas ou variáveis, conforme segue.

- Faixa 1: Acerto do mês de sorte (Prêmio fixo de R$ 2,00)
- Faixa 2: Acerto de 4 números (Prêmio fixo de R$ 4,00)
- Faixa 3: Acerto de 5 números (Prêmio fixo de R$ 20,00)
- Faixa 4: Acerto de 6 números (Prêmio de 30% do valor destinado a premiações, descontando os valores pagos para as premiações fixas)

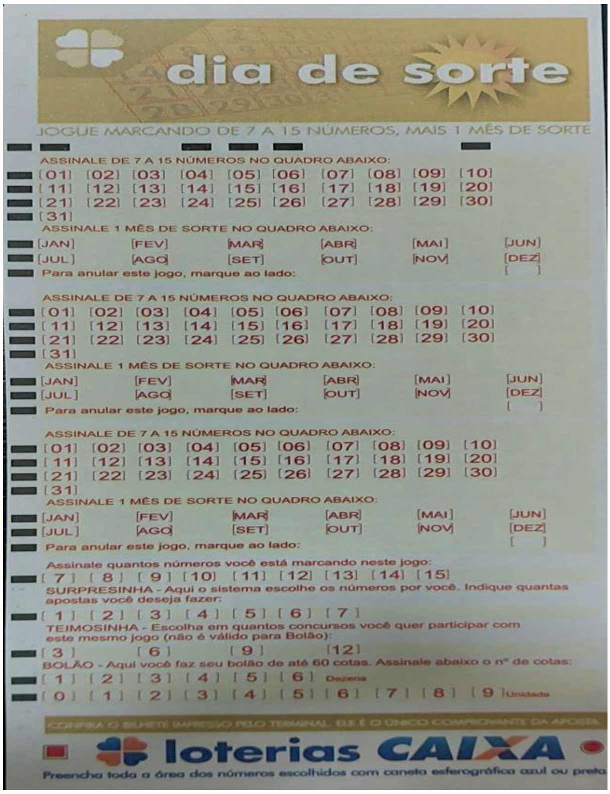
ISBN: 978-85-61702-77-9

- Faixa 5: Acerto de 7 números (Prêmio de 70% do valor destinado a premiações, descontando os valores pagos para as premiações fixas)

O prêmio de acerto do mês de sorte é independente e cumulativo com os demais.

A seguir, é exibido imagem de um bilhete do Dia de Sorte, frente.

Figura 11: Volante do jogo Dia de Sorte (Frente).



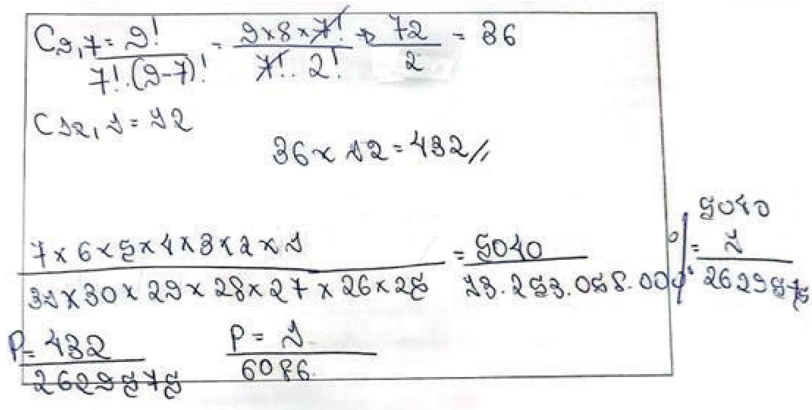
Fonte: Autoria própria, a partir de um volante do jogo Dia de Sorte.

Pergunta 8: Qual a probabilidade de um jogador ganhar a maior premiação possível escolhendo 9 números e um mês da sorte? Tente expressar a resposta na forma como aparece no bilhete da loteria.

Respostas dos estudantes:

ISBN: 978-85-61702-77-9

Figura 12: Resposta do estudante B para a pergunta 8.



Fonte: Estudante B.

O estudante B comete um equívoco logo no início da sua reposta, quando obtém o produto 432, pois acaba usando o princípio multiplicativo para multiplicar a combinação $C_{9,7} = 36$, que corresponde ao número de chances de o apostador acertar 7 números escolhendo 9, com a quantidade de meses, que são 12, quando na verdade deveria multiplicar apenas por 1, que corresponde a chance do apostador acertar o mês de sorte.

A partir das produções textuais dos estudantes fizemos um levantamento dos erros observados, os quais estão exibidos no quadro a seguir.

Quadro 1: Levantamento dos tipos de erros observados.

Tipo de Erro observado	Frequência absoluta do erro
E1: Erro de interpretação do problema.	19
E2: Erro na contagem dos elementos dos conjuntos Evento e/ou do espaço amostral.	15
E3: Erro de dificuldade de relacionar probabilidade com análise combinatória.	11
E4: Exibir uma medida de probabilidade p > 1.	4
E5: Erros de notação.	3
E6: Erro na redução indevida do espaço amostral.	1
E7: Erro ao interpretar o agrupamento como combinação, quando era um arranjo.	1

Fonte: Autoria própria, 2023.

ISBN: 978-85-61702-77-9

De acordo com o Quadro 1, percebe-se que o erro mais frequente está relacionado com a interpretação do problema. O erro do tipo de interpretação do problema ocorre quando o aluno faz inferências, conclusões e julgamentos com base no que está escrito, mas de maneira equivocada.

Nos chamou bastante atenção o erro do tipo E3, que se caracterizou por o estudante fazer os cálculos combinatórios para os casos favoráveis e possíveis, às vezes correto, mas não utilizar os resultados para medir a probabilidade, sendo esta expressa por um raciocínio que não se comunicou com os cálculos anteriormente feitos

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A partir dos resultados obtidos identificamos que os estudantes que participaram da pesquisa apresentaram dificuldades variadas, as quais mais frequentes foram relacionados a equívocos na interpretação dos problemas e erros nos cálculos de contagem de elementos.

Não chega a ser uma surpresa que os estudantes tenham dificuldades em interpretar os problemas, pois essa é uma dificuldade que nos parece inerente ao próprio estudo de probabilidade. Muitos estudantes têm dificuldades na língua materna, o que dificulta o entendimento dos problemas, ou seja, não é uma dificuldade na matemática em si, mas na interpretação textual.

Um equívoco que nos chamou muita atenção foi o do tipo E3, no qual o estudante não consegue relacionar Análise Combinatória com Probabilidade, fazendo cálculos em separado e não relacionando a contagem dos elementos dos eventos e espaço amostral com a razão de probabilidade, que envolve essas contagens. Acreditamos que o estudante, por razões que deve ser investigado, não conseguiu fazer conexão entre esses conteúdos durante as aulas.

Na continuação da pesquisa, os estudantes serão apresentados ao conceito de esperança matemática para a tomada de decisões envolvendo jogos com apostas, e criarão seus próprios jogos de loteria, como forma a trabalharem suas dificuldades observadas nessa etapa da pesquisa.

ISBN: 978-85-61702-77-9

REFERÊNCIAS

BARDIN, L. **Análise de Conteúdo**. Tradução de Luís Antero Reto, Augusto Pinheiro. São Paulo: Edições 70, 2015. 288 p.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação: Uma introdução teoria e aos métodos**. Tradução de M. J. Alvarez, S. B. Santos e T. M. Baptista. Porto: Porto Editora, 2008, 336 p.

BORBA, M.C.; ARAÚJO, J. L. (org.). **Pesquisa qualitativa em Educação Matemática**. 5ª ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2013. 144 p.

BRYANT, P.; NUNES, T. **Children's understanding of probability. A literature review (full report).** Londres: Nuffield Foundation, 2012.

FERREIRA, T. A. **Resolução de problemas de probabilidade no ensino médio: uma análise de erros em provas da OBMEP no Maranhão**. Orientador: Profa. Dr.ª Valdiane Sales Araujo. Dissertação (Mestrado) - PROFMAT - Programa de Pós-graduação em Matemática em Rede Nacional - Sociedade Brasileira de Matemática (RG), Centro de Ciência e Tecnologia, Universidade Federal do Maranhão, São Luís, 2017. Disponível em: . Acessado em 23 jun. 2023.

FONSECA, V. C. N. **Obstáculos epistemológicos da distinguibilidade e indistinguibilidade de objetos em análise combinatória e probabilidade**. Orientador: Prof. 120 Dr. Nei Carlos dos Santos Rocha. Dissertação (Mestrado) – PROFMAT - Programa de Pósgraduação em Matemática em Rede Nacional - Sociedade Brasileira de Matemática (RG), Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2017. Disponível em: < https://sca.profmat-sbm.org.br/profmat_tcc.php?id1=3822&id2=95433> . Acessado em 20 jun. de 2023.

LIMA, S. O.; LIMA, R. F.; SILVA, A. W. J.; GIORDANO, C. C**. Ensino de Estatística, Probabilidade e Combinatória na Educação Básica: os novos desafios da BNCC**. Revista Baiana de Educação Matemática, Salvador, v. 03, n. 01, p. 01-20, e202209, jan./dez., 2022. Disponível em: <https://www.revistas.uneb.br/index.php/baeducmatematica/article/view/15640> . Acessado em 20 jan 2023.

ISBN: 978-85-61702-77-9

LOTERIAS CAIXA. Dia de sorte. Disponível em < https://loterias.caixa.gov.br/Paginas/Dia-de-Sorte.aspx> . Acessado em 10 mar. 2023.

PONTES, J. C.; NUÑEZ, J. B. **Questões de Estatística e Probabilidade nas provas do ENEM: uma aproximação a erros e dificuldades de aprendizagem.** Revista Educação Matemática Debate, Montes Claros, v. 3, n. 7, p. 87-110, jan./abr. 2019. Disponível em: < https://www.redalyc.org/journal/6001/600166634005/600166634005.pdf>. Acessado em 20 jun 2023.

SILVA, A. P. JOGOS DE LOTERIA: **Uma aplicação de probabilidade**. Orientador: Prof. Dr. Ronaldo da Silva Busse. Dissertação (Mestrado). PROFMAT - Programa de Pósgraduação em Matemática em Rede Nacional - Sociedade Brasileira de Matemática (RG), Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2018. Disponível em: https://sca.profmat-sbm.org.br/profmat_tcc.php?id1=4524&id2=170480202. Acesso em 15 mar. 2023.

ISBN: 978-85-61702-77-9