

UMA ALTERNATIVA PARA O ESTUDO DE OSCILAÇÕES HARMÔNICAS POR MEIO DE SOFTWARE EDUCACIONAL

L. N. Nicolau (1); F. A. L. Laudares (2)

(1) *Discente/Bolsista do PET Física/Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, larisnicolau@gmail.com*
(2) *Docente/Dep. de Física/Tutor PET Física/Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, laudares@ufrj.br*

Introdução

O movimento harmônico é aquele que se repete de forma particular, em intervalos regulares. Há casos em que este movimento é submetido a duas forças externas, uma que o reduz e outra que o force ao entrar em movimento. Neste caso, denominamos este movimento de harmônico forçado amortecido. Um exemplo comum é um sistema submetido a uma força F_0 , composto por uma mola de constante elástica k , uma massa M e um cilindro amortecedor que contém um fluido viscoso b , cujas unidades estão no SI. A equação característica deste sistema é deduzida através da segunda lei de Newton (HALLIDAY, 2009; BARCELOS, 2004):

$$\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2x = \frac{F_0}{M} \text{sen}(\omega_f t) \quad (1)$$

O fator $F_0 \text{sen}(\omega_f t)$ é a força externa oscilante no tempo e a frequência natural em $\left(\frac{\text{N}}{\text{m.Kg}}\right)$ é dada por $\omega_0^2 = \frac{k}{M}$. Para que o movimento tenha resistência, necessita-se de uma constante de amortecimento, definido por (BARCELOS, 2004):

$$2\gamma = \frac{b}{M} \quad (2)$$

A constante b é o coeficiente de atrito viscoso em $\left(\frac{\text{Ns}}{\text{m}}\right)$, que depende da propriedade do fluido e do cilindro. A solução geral da equação 1 é a junção entre uma solução transiente $x(t)_t$, que se dissipa com o tempo, e uma permanente. Logo, se escreve a solução geral $x(t)$ como (BARCELOS, 2004):

$$x(t) = x(t)_t + \frac{\frac{F_0}{m}}{\sqrt{(\omega_f^2 - \omega_0^2)^2 + 4\omega_0^2\gamma^2}} \sin\left(\omega_f t + \arctg\left(\frac{2\gamma\omega_f}{(\omega_f^2 - \omega_0^2)}\right)\right) \quad (3)$$

Da relação ω_0 e γ , a solução $x(t)_t$ evolui para três casos distintos:

a) Para $\gamma^2 < \omega_0^2$, onde $x(t)_t$ representa um caso subcrítico (BARCELOS, 2004):

$$x_t(t) = Ae^{-\gamma t} \text{sen}\left(\sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}t + \alpha\right) \quad (4)$$

Onde, A é a amplitude do sistema físico em metro (m) e α uma correção de fase.

b) Para $\gamma^2 > \omega_0^2$, onde $x(t)_t$ representa um caso de supercrítico (BARCELOS, 2004):

$$x_t(t) = e^{-\gamma t} \left(c_1 e^{\sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2} t} + c_2 e^{-\sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2} t} \right) \quad (5)$$

Onde, c_1 e c_2 são constantes.

c) Para $\gamma^2 = \omega_0^2$, em que $x(t)_t$ representa um caso crítico (BARCELOS, 2004):

$$x_t(t) = e^{-\gamma t} (c_1 + c_2 t) \quad (6)$$

De acordo com as equações que representam a solução transiente, $x_t(t)$, em cada caso, obtemos as curvas de movimento que comparam as três situações possíveis para um oscilador harmônico amortecido, demonstrando qual das curvas decai mais rapidamente ao longo do tempo:

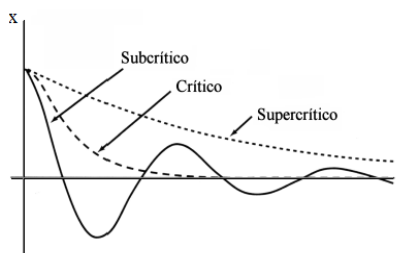


Gráfico 1: Gráfico comparativo do comportamento do movimento ao longo do tempo nos casos crítico, subcrítico e supercrítico (ÁVILA, 2012).

O estudo do oscilador harmônico forçado e amortecido e suas características têm extrema importância na graduação em Física, pois tem várias aplicações em disciplinas posteriores durante o curso. Este tema está presente desde aplicações cotidianas, como amortecedores de carros, até as mais complexas, como os amortecedores de abalos sísmicos em edifícios. Porém, a princípio, não é fácil para o estudante compreender este conteúdo tão vasto, principalmente devido às várias manipulações matemáticas envolvidas, sendo necessário o uso de métodos que facilite o processo de ensino e aprendizagem. Nesta perspectiva, este trabalho tem como objetivo apresentar uma proposta de ensino usando o *software* GeoGebra para tornar o aprendizado do oscilador harmônico forçado amortecido mais eficaz.

Metodologia

Ao estudar o movimento harmônico forçado amortecido é muito comum, em materiais didáticos em nível de graduação, a representação de modelos de sistemas compostos por: uma mola com uma determinada constante elástica (k), um amortecedor representado por um cilindro (c) e uma massa (m), sendo geralmente, um carrinho que adquire certa velocidade para o sistema sair do estado de repouso.

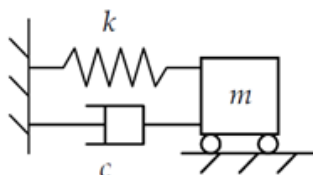


Figura 1: Modelo de sistemas físicos comuns em materiais didáticos (NABARRETE, 2005).

Por isto, devido à vasta popularidade deste modelo, optou-se pela adaptação deste sistema para uma animação utilizando recursos computacionais, que cada vez mais estão

sendo usados como ferramenta didática no processo de ensino (SCHIMIGUEL et al., 2013).

Atualmente, o computador é um auxiliador, funcionando como uma ferramenta que desenvolve a capacidade cognitiva, de forma que o aluno possa estruturar a própria construção e elaboração do conhecimento. Neste sentido, o GeoGebra, é um sistema computacional gratuito que permite, numa perspectiva lúdica, fazer estudos de forma dinâmica para todos os níveis de educação, sendo útil em diversas propostas de ensino de matemática e física (FERREIRA e BORRERO, 2005). Portanto, optou-se por tal *software* para a elaboração do projeto.

A animação foi projetada de maneira que o sistema representado na figura 1 oscile dinamicamente e que seja reproduzido, juntamente a ele, o gráfico dos três tipos de curvas de osciladores amortecidos: subcrítico, crítico e supercrítico.

Na animação, o estudante pode variar alguns parâmetros relacionados às equações 3, 4, 5, e 6, além do coeficiente γ . Estas modificações ocorrem dentro de um intervalo de valores pré-estabelecido pelos autores do projeto. Os parâmetros a serem modificados são:

- Constante elástica da mola (k), variado de 500 N/m a 5000 N/m;
- Massa do móvel (m), variado de 200 Kg a 1000 Kg;
- Fator de amortecimento (γ), variado de 0,5 a 1,5;
- Velocidade do móvel (v), variado de 5 m/s a 100 m/s;

Automaticamente ao variar tais parâmetros os alunos podem observar como o gráfico irá se comportar segundo cada mudança de valor dentro dos intervalos dados.

Esta proposta de ensino foi concebida com finalidade ser aplicada durante as aulas de Física II nos cursos de graduação, sendo um auxiliador no estudo de oscilações e facilitador no processo de aprendizagem dos alunos.

Resultados e Discussão

O sistema físico inicialmente apresenta-se a uma velocidade de 0 m/s, isto é, parado. Variando os parâmetros para uma velocidade de 100 m/s, a rigidez da mola a 500 N/m, a massa em 200 Kg, com um deslocamento de 50 m e o fator de amortecimento a 1,5, obtém-se o gráfico dos três tipos de amortecimento, presente na figura 2 (a).

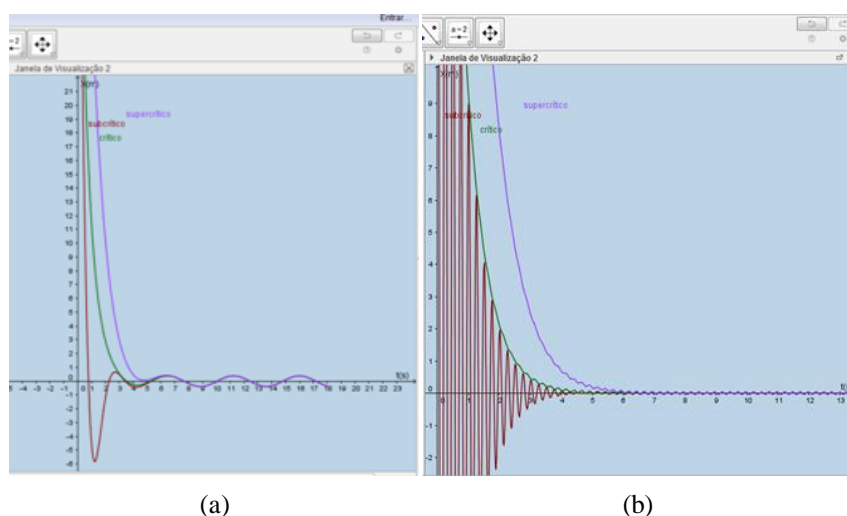


Figura 2: A imagem (a) representa o gráfico gerado na simulação do sistema físico, oscilando com $v = 100$ m/s, $k = 500$ N/m, $m = 200$ Kg, $\gamma = 1,5$ e um deslocamento de 50 m. A imagem (b) mostra o gráfico gerado no caso limite, com $k = 5000$ N/m, $v = 100$ m/s, $\gamma = 1,5$ e um deslocamento de 40,8 m.

É esperado que o aluno perceba, através dos gráficos dos tipos de soluções amortecidas, como que as variações dos parâmetros se relacionam ao comportamento do movimento ao longo do tempo.

Para abordar outra situação, propõem-se variar os parâmetros novamente, de forma a aumentar a rigidez da mola para o valor limite de 5000 N/m, com uma velocidade de 100 m/s para o veículo, um deslocamento de 40,8 m e um fator de amortecimento de 1,5. Será percebido que a curva do deslocamento em função do tempo se torna mais oscilante. Neste caso, é esperado que o aluno perceba que a rigidez da mola em um valor muito maior faz com que a frequência natural aumente proporcionalmente, modificando a fase no caso subcrítico. Desta forma, o sistema acaba oscilando mais vezes durante um determinado intervalo de tempo analisado.

Assim, uma aula que utilize uma animação similar a esta permite que o estudante consiga relacionar como o movimento se modifica, atribuindo mais significado às equações e percebendo como elas se relacionam com as grandezas físicas presentes no sistema estudado.

Conclusão

Os recursos computacionais estão se tornando cada vez mais comuns no ensino de Física, em seus diferentes níveis, portanto, é natural que sejam utilizados no Ensino Superior como facilitador no processo de ensino e aprendizado.

Dentro desta perspectiva, a animação em Geogebra de um oscilador harmônico forçado amortecido é uma proposta que torna a aprendizagem mais eficiente, pois permite que o aluno modifique parâmetros e observe dinamicamente esta mudança através do comportamento gráfico. Assim o aluno adquire uma visão mais significativa sobre o tema.

Esta proposta será aplicada nas aulas de Física II e Física Experimental II aos estudantes do curso de Licenciatura em Física da Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro (UFRRJ).

Referências

ÁVILA, K. M. V.. **Pêndulos paramétricos: ponto de suspensão oscilante e comprimento variável**. 2012. 19f. Monografia (Graduação em Física) - Universidade Estadual do Ceará, Fortaleza, 2012.

BARCELOS N. J.. **Mecânica Newtoniana, Lagrangeana e Hamiltoniana**. 1^a. ed. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2004. 66-72p.

FERREIRA, A. L.; BORRERO, P. P. G.. Uma proposta para o ensino de oscilações. **Revista Ciências Exatas e Naturais**, V. 7, n° 2, Jul/Dez, 2005.

HALLIDAY; RESNICK, R.; WALKER, J.. **Fundamentos da Física: gravitação, ondas e termodinâmica**. 8^a. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2009. 88-103p.

NABARRETE, A..**Vibrações em Sistemas Mecânicos**. 4^a. ed. 2005. Notas de aula FEI. Disponível em: <goo.gl/HqjBHj>. Acesso em: 5 Mai. 2018.

SCHIMIGUEL, J.; SANCHES, W. E.; ANDREASE, M. R.; SIQUEIRA, P. H.. A aplicação de animações no ensino de física. **Revista Renote - Revista Novas Tecnologias na Educação**, V. 11, n. 1, jul. 2013.