

## ANÁLISE MODAL DAS FREQUÊNCIAS NATURAIS DE VIBRAÇÃO DE UMA VIGA DE ALUMÍNIO ENGASTADA-LIVRE

Brenner Dorneles Medeiros de Moraes (1); Álvaro Barbosa da Rocha (2); André Ribeiro de Oliveira (3); Antônio Almeida Silva (4)

(1) Universidade Federal de Campina Grande, [brenner.dorneles@gmail.com](mailto:brenner.dorneles@gmail.com)

(2) Universidade Federal de Campina Grande, [alvarobarbosa2@hotmail.com](mailto:alvarobarbosa2@hotmail.com)

(3) Universidade Federal de Campina Grande, [andre.ribeiro1301@gmail.com](mailto:andre.ribeiro1301@gmail.com)

(4) Universidade Federal de Campina Grande, [antonio.almeida@ufcg.edu.br](mailto:antonio.almeida@ufcg.edu.br)

### Introdução

O fenômeno de vibração mecânica pode ter efeitos benéficos e nocivos às estruturas ou ser humano, como a eliminação de porosidades em materiais antes de solidificarem e desconforto e redução de eficiência nos trabalhadores durante a realização da atividade, respectivamente. Sempre que a frequência natural de vibração de uma máquina ou estrutura coincidir com a frequência de excitação externa, ocorre um fenômeno conhecido como ressonância (RAO, 2008). Como exemplo deste fenômeno podemos citar a quebra de taças por meio de onda sonora, o ato de marchar do exército sobre uma ponte em Broughton na Inglaterra e, o mais conhecido, os ventos que incidiram sobre a ponte Tacoma Narrows causando a excitação e colapso da estrutura.

No projeto estrutural deve-se analisar as solicitações estáticas causadas pelas massas e os esforços dinâmicos que agem sobre a mesma, como abalos sísmicos, ventos, pessoas e automóveis em movimento, por exemplo.

Diante das necessidades surgiram várias técnicas de controle de vibração, dentre elas estão os ADV's (Absorvedores Dinâmicos de Vibração), que podem ser passivos e ativos. Os ADV's passivos possuem parâmetros fixos tais como massa, rigidez ou amortecimento, atuando em pontos e frequências específicas, como por exemplo molas de aço.

### Metodologia

Esta pesquisa trata-se de um estudo do comportamento de uma viga de alumínio ("Cantilever") e, em seguida, na forma de ponte estaiada com adição de molas de aço sob vibração livre para a condição engastada-livre. As análises realizadas foram em ambiente computacional (simulações) e experimental.

Para a obtenção de um modelo matemático que satisfizesse à análise, utilizou-se o modelo de viga de Euler-Bernoulli e a equação dos modos de vibrar. Foram utilizadas algumas hipóteses simplificadoras de acordo com Beer et al. (2003), Nash (1982) e Hibbeler (2010): o comprimento da viga é muito maior do que as outras dimensões, ou seja, comportando-se de maneira esbelta; as cargas atuam no plano de simetria; o material é admitido como elástico, isotrópico e homogêneo; as seções perpendiculares a linha neutra permanecem planas e perpendiculares após a deformação; as deformações transversais são pequenas. Assim, chegando à formulação matemática para obtenção das frequências naturais e modos de vibrar da viga em questão.

Foi utilizado uma viga de alumínio com as seguintes características:  $C = 1020$  mm;  $L = 101,6$  mm;  $h = 3,175$  mm;  $\rho = 2770$  kg/m<sup>3</sup>;  $E = 70$  GPa. De acordo com Rao (2008), para a condição engastada-livre, temos as constantes:  $\beta_1 l = 1,875104$  e  $\beta_2 l = 4,694091$ .

Com tais equacionamentos e dados de entrada, foram realizadas as análises analítica (via MatLab) e simulação computacional (via Ansys), a fim de realizar comparação com a análise experimental. Para a modelagem analítica foi gerado um programa, com a condição de

engastamento utilizada, de acordo com Damasceno (2017), que pudesse fornecer a solução de equações citadas anteriormente. A simulação foi feita como análise modal, de acordo com a condição de engastamento utilizada, com malha gerada possuindo 8258 nós e 1100 elementos. Para ambos os casos de análise citados a foram realizados para a viga cantilever.

No experimento foi utilizado o método do martelo de impacto, com 3 maneiras analisadas: 1) Viga Cantilever, ou seja, sem a presença do estaiamento; 2) Adição de estaiamento com fio barbante e mola de aço; 3) Adição de estaiamento com fio de aço inox e mola de aço. Sendo realizadas, no mínimo, 5 medições para cada situação e, a partir delas, obtendo uma média dos valores de amplitude (g/N ou g) x frequência (Hz) e da coerência do experimento. O tempo entre as medições dependia da força utilizada com o martelo, tendo em vista que o novo impacto deve ser realizado quando o material estivesse estático. Foi utilizado uma faixa de leitura de 0-25Hz, para observar nitidamente as 2 primeiras frequências naturais, informações obtidas pelos métodos computacionais. Assim, as partes envolvidas nos procedimentos foram:

- Base de aço com elevada massa e os suportes de borracha (VibraStop);
- Estrutura de sustentação e fixação da viga (formato sanduíche aparafusado);
- Estrutura tipo mastro;
- Viga de alumínio;
- Mola de aço com comprimento de 9,7 mm e 19 espiras;
- Fio barbante e de aço inox;
- Acelerômetro;
- Martelo de impacto e os transdutores acoplados;
- Analisador de sinal

## Resultados e Discussões

- Viga cantilever;

Na análise numérica (via MatLab) os valores das duas primeiras frequências naturais foram 2,496 Hz e 15,641 Hz, respectivamente. Na análise computacional (via Ansys) os valores obtidos foram 2,519 Hz e 15,783 Hz, respectivamente.

Na análise experimental foram obtidos gráficos, por meio do analisador de sinal, da resposta em em frequência nas escalas de amplitude em (g/N) e linear (g), onde foi possível observar as duas primeiras frequências naturais do sistema. Neste caso, obtendo-se valores 2,313 Hz e 14,560 Hz, respectivamente. Nos gráficos obtidos não apresentaram interferências, assim, apresentando somente os picos das frequências naturais citadas.

- Adição de molas de aço e fio barbante ao sistema;

Para este condição foi realizada apenas análise experimental. As mesmas condições experimentais foram utilizadas, assim, as duas primeiras frequências naturais encontradas possuem valores de 3,063Hz e 14,560 Hz, respectivamente. Os gráficos obtidos evidenciaram outros picos, embora de valor inferior aos das frequências naturais, que demonstram a interferência da adição dos elementos (mola de aço e fio barbante).

- Adição de molas de aço e fio aço inox ao sistema;

Para este condição foi realizada apenas análise experimental. As mesmas condições experimentais foram utilizadas, os valores obtidos foram 3,688 Hz e 14,63 Hz, respectivamente. Os gráficos obtidos evidenciaram outros picos, embora de valor inferior aos das frequências naturais, que demonstram a interferência da adição dos elementos (mola de aço e fio de aço inox).

Portanto, a implementação do fio barbante e fio inox acarretou em um aumento, em relação à condição cantilever, percentual de rigidez do sistema de 75,36% e 154,22%, respectivamente, para as condições citadas anteriormente. É notório que o aumento de rigidez se deve ao fato de adicionar elementos de fixação à estrutura.

### **Conclusões**

No desenvolvimento do trabalho foram realizadas análises via métodos computacionais (analíticos/numéricos e elementos finitos) visando obter resultados prévios, que irão propiciar uma ideia de como o sistema se comporta quando a viga engastada-livre é sujeita a vibração livre sem adicionar molas e fios. Em seguida, foram realizados ensaios experimentais em ambiente de laboratório para obter resultados, para fins de comparação com os obtidos em ambiente computacional. Foi adicionado ao sistema fio barbante e fio de aço inox, resultando em um aumento na rigidez da estrutura e, conseqüentemente, alterando-se a frequência natural.

As análises apresentaram erros de aproximadamente 8%. Este erro pode estar associado a imprecisão do módulo de elasticidade adotado para o alumínio utilizado, pois dependendo do processo de fabricação este valor varia. O outro fator que pode estar influenciando é a condição de engastamento usada, na forma de estrutura sanduíche fixada por parafusos.

**Palavras-Chave:** Vibração, atenuadores, passivos, modal

### **Referências**

BEER, F. P.; JR, E. R. J.; DEWOLF, J. T.; MAZUREK, D. F. **Mecânica dos Materiais**. 5. ed. [S.l.]: McGraw Hill Brasil, 2003.

DAMASCENO, F.O. **Modelagem e Análise Dinâmica de Estruturas tipo Ponte de Vigas sob Cargas Móveis Incorporando Molas de LMF para Supressão de Vibração**. 2017. 30f. Projeto de Iniciação Científica – UAEM, Universidade Federal de Campina Grande, 2017.

HIBBELER, H. B. **Resistência dos Materiais**. 7. ed. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2010.

LIU, A. R.; LIU, C. H.; FU, J. Y.; PI, Y. L.; HUANG, Y. H.; ZHANG, J. P. **A Method of Reinforcement and Vibration Reduction of Girder Bridges Using Shape Memory Alloy Cables**. International Journal of Structural Stability and Dynamics. World Scientific Publishing Company. Vol. 17. No. 7. Setembro de 2016.

NASH, W. A. **Resistência dos Materiais**. 2. ed. São Paulo: McGraw-Hill, 1982.

RAO, S. S. **Vibrações Mecânicas**. 4. Ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2008.