



ANÁLISE DAS ORIENTAÇÕES DO ENSINO DE COMBINATÓRIA AOS PROFESSORES ATRAVÉS DO LIVRO DIDÁTICO

José Jefferson da Silva

Universidade Federal de Pernambuco, email: jef3ferson@hotmail.com

Cristiane de Arimatéa Rocha

Universidade Federal de Pernambuco, email: tiane_rocha@yahoo.com.br

Resumo: Esse estudo é um recorte dos resultados da pesquisa de Conclusão de Curso da Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Pernambuco- Curso Acadêmico do Agreste, defendido em 2015, e que objetivou identificar como a combinatória está inserida nos livros didáticos e manuais do professor dos anos finais do ensino fundamental, e quais orientações os livros didáticos fornecem ao professor de matemática. Para isso, utilizou como aporte teórico a Teoria dos Campos Conceituais proposta por Vergnaud (1991) e dialogamos com estudos recentes como, Pessoa e Borba (2009) e Barreto e Borba (2010) que aplicaram a Teoria ao contexto do ensino de combinatória. Como percurso metodológico selecionamos duas coleções que foram a mais adotada e a menos adotada no país de acordo com informações do Programa nacional do Livro Didático 2014. Nos manuais dos professores, as orientações tratam-se apenas do uso de algumas representações simbólicas. Não houve nenhuma referência das situações e/ou propriedades invariantes, indicando assim a necessidade de um complemento do manual do professor que oriente cada situação.

Palavras-chave: Educação Matemática; Raciocínio Combinatório; Livro Didático; Manual do professor.

Introdução

A inserção dos computadores na sociedade ampliou a necessidade do homem simplificar, analisar e inferir resultados a partir de uma quantidade de dados cada vez maior. Com estas modificações faz-se necessário analisar e modificar o formato de escola, em particular, um instrumento a ser revisto é o currículo que passa a incluir (ou excluir) conteúdos programáticos.

Visando estas novas necessidades os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (PCN) justificam que um olhar mais atento para nossa sociedade mostra a necessidade de acrescentar aos conteúdos de matemática, “aqueles que permitam ao cidadão “tratar” as informações que recebe cotidianamente, aprendendo a lidar com dados estatísticos, tabelas e gráficos, a raciocinar utilizando ideias relativas à probabilidade e à combinatória.” (BRASIL, 1998, p. 49).

O PCN de Matemática indica ainda que “relativamente à combinatória, o objetivo é levar o aluno a lidar com situações-problema que envolvam combinações, arranjos, permutações e, especialmente, o princípio multiplicativo da contagem.” (BRASIL, 1997, p.40). Assim sendo, fica nítida a orientação para o professor de matemática apresentar questões que envolvam o raciocínio combinatório.



Mas será que os professores dos anos finais do ensino fundamental têm disponíveis questões que levem o aluno a refletir sobre as situações-problema de combinatória, assim como orientações que permitam compreender as diversas situações combinatórias?

Para melhor entender esta problemática, e tendo em vista que uma das principais fontes de pesquisa de um professor é o livro didático, faz-se necessário uma análise das questões e problemas propostos pelos mesmos.

Para essa análise foi selecionada a Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud que defende que um conceito não pode ser reduzido à sua definição quando nos interessamos pela sua aprendizagem e pelo seu ensino, sendo necessário incluir/discutir as três dimensões envolvidas no processo de ensino-aprendizado – situações, invariantes e representações simbólicas.

Este trabalho pretende identificar como a combinatória está inserida nos livros didáticos e manuais do professor dos anos finais do ensino fundamental, e quais orientações os livros didáticos fornecem ao professor de matemática.

Para tal fim, apresentaremos brevemente a Teoria dos Campos Conceituais proposta por Vergnaud (1991), seguido do método utilizado para pesquisa e das análises do Livro Didático.

Teoria dos Campos Conceituais

A Teoria dos Campos Conceituais é uma teoria cognitivista que visa fornecer um quadro coerente e alguns princípios de base para o estudo do desenvolvimento e da aprendizagem das competências complexas, nomeadamente daquelas que revelam das ciências e das técnicas. (VERGNAUD, 1991, p. 155)

Segundo esta teoria um conceito não pode ser reduzido à sua definição, pelo menos quando nos interessamos pela sua aprendizagem e pelo seu ensino. No ambiente da Teoria dos Campos Conceituais, há três dimensões do conhecimento, de forma descrita abaixo:

S: conjunto das situações que dão sentido ao conceito (a referência);

I: conjunto das invariantes nas quais assenta a operacionalidade dos esquemas (significado);

R: conjunto de representações simbólicas, utilizadas tanto para representações quanto para resolução do problema (significante). (VERGNAUD, 1991, p. 166)

Assim, na Teoria dos Campos Conceituais, um conceito depende das três dimensões do conhecimento (S, I, R) que são atrelados. Desta forma, para esse autor:

[...]um campo conceitual é ao mesmo tempo um conjunto de situações e um conjunto de conceitos: o conjunto de situações cujo domínio progressivo pede uma variedade de conceitos, de esquemas e de representações simbólicas em estreita conexão; o conjunto de conceitos que contribuem com o domínio dessas situações. (VERGNAUD, 2009, p.29)



Para Vergnaud (2009, p. 24) existem diferentes significados para o termo representação, sendo eles: fluxo da consciência em que cada indivíduo testemunha por seu próprio pensamento; Categorias de pensamento com os quais um indivíduo capta e integra as informações as informações presentes em uma situação; Relações significantes/significados na linguagem natural e em outros sistemas simbólicos desenvolvidos pelas sociedades humanas ao longo da história.

No caso das representações simbólicas no livro didático, podemos enquadrá-las no terceiro significado descrito pelo autor. Vergnaud (2009, p. 25) reitera ainda que as relações entre significantes/significados são utilizadas “para representar os conhecimentos tidos como verdadeiros, comunicar suas intenções e sustentar seus processos de pensamento”. Cabe salientar que mesmo sendo utilizados e visualizados sua interpretação e compreensão dependem em estreita medida dos invariantes operatórios dos indivíduos a que se destinam.

A Teoria dos Campos Conceituais e a Combinatória

Conforme descrito na secção anterior, o conceito, segundo a Teoria dos Campos Conceituais, é formado pelas situações, pelos invariantes e pelas representações envolvidas, que são conectadas. Assim faz-se necessário apresentar as três dimensões no ensino e aprendizagem da combinatória.

Quanto às situações, Pessoa e Borba (2009) classificam os problemas combinatórios em quatro tipos, são eles: produto cartesiano, permutação, arranjo e combinação. Para cada tipo de problema as autoras elegeram invariantes do conceito que foram explicitados e detalhados em pesquisas posteriores, como apresenta Borba (2013, p. 3-5):

No caso de produtos cartesianos, os elementos são escolhidos a partir de dois ou mais conjuntos diferentes e a ordem na qual estes elementos são enumerados não constituem possibilidades distintas[...] Nos arranjos os elementos são escolhidos a partir de um conjunto único, mas nem todos os elementos constituem as possibilidades a serem enumeradas. Neste tipo de problema a ordem na qual os elementos são escolhidos constituem possibilidades distintas. [...] As permutações são vistas, na Matemática, como casos particulares de arranjos, nos quais todos os elementos são escolhidos. Cognitivamente falando, entretanto, estes são tipos de problemas distintos, pois nos arranjos os elementos não são todos utilizados na escolha de cada possibilidade e nas permutações todos os elementos são utilizados em cada uma das possibilidades. [...] Nas combinações tem-se que são escolhidos alguns elementos de um conjunto único e a ordem de escolha dos elementos não constituem possibilidades distintas.

As autoras ainda salientam que ao tratarmos destes tipos de problemas temos, basicamente duas propriedades invariantes: ORDEM E ESCOLHA. Quando temos vários conjuntos e escolhemos apenas um elemento de cada um destes conjuntos formando sequências, ou seja a ordem gera um novo elemento, temos um produto cartesiano. Quando temos um problemas onde escolhemos todos os elementos e a ordem gera



novos elementos, temos uma permutação. Se no problema escolhemos parte dos elementos e a ordem gera novos elementos, temos um arranjo. E por fim, se escolhemos parte dos elementos e a ordem não era novos elementos, temos um problema de combinação. (PESSOA; BORBA, 2010).

Sobre às representações simbólicas possíveis nas questões de combinatória em livros didáticos dos anos iniciais do Ensino Fundamental, Barreto e Borba (2010) listaram: desenho, apenas enunciado (sem sugestão), algoritmo, cálculo oral e mental, manipulativos, tabela, árvore de possibilidade, mais de uma, outros (fotografias, exemplos e/ou jogos).

Metodologia

Para o desenvolvimento desta pesquisa proposta foi escolhido duas coleções entre as dez aprovadas pelo PNLD-2014. Como buscamos *compreender como a combinatória está inserida nas coleções de livros dos anos finais do PNLD-2014*, escolhemos inicialmente a coleção mais adotada no país (codificada como LD-1), e a segunda foi a coleção menos adotada (codificada como LD-2).

Segundo dados do FNDE, disponibilizados através do documento, Coleções mais distribuídas por componente curricular (BRASIL, 2013), a coleção mais adotada teve 2.831.411 exemplares distribuídos, enquanto a menos adotada teve 270.860 exemplares. Esses valores foram obtidos a partir da soma dos livros de 6º ao 9º ano, assim como os manuais dos professores dos respectivos anos do ensino fundamental.

Em seguida foi realizada uma pesquisa quantitativa e qualitativa, iniciando por uma verificação quantitativa das questões que sugerem o uso do raciocínio combinatório. Continuando com uma análise qualitativa das orientações dadas aos professores, por meio dos respectivos manuais dos professores, buscando orientações sobre as representações simbólicas existentes.

Por fim, salientamos que para o processamento de todos os dados quantitativos foi utilizado o programa IBM SPSS Statistics, este software é uma coleção de produtos que aborda todo o processo analítico, desde o planejamento até a coleta de dados para análise, relatórios e implantação.

Como a combinatória está inserida nas coleções de livros dos anos finais do PNLD-2014

Inicialmente mapeamos as questões gerais por volume e coleção, identificando as questões que utilizam o raciocínio combinatório. Segue abaixo tabela I com os dados obtidos.



	LD-1					LD-2				
	6º ano	7º ano	8º ano	9º ano	Total	6º ano	7º ano	8º ano	9º ano	Total
Quant.de questões	694	640	673	659	2666	907	904	1005	661	3477
Número (Percentual) de questões de combinatória	12 (1,7%)	13 (2,0%)	10 (1,4%)	23 (3,5%)	58 (2,1%)	17 (1,8%)	5 (0,5%)	38 (3,7%)	6 (0,9%)	66 (1,9%)

Tabela 1: Quantidade de questões x Quantidade de Questões de Combinatória

Percebe-se que diferente do que foi analisado por Oliveira e Coutinho (2013) nas coleções de anos iniciais, as questões que tratam de combinatória estão presentes em todos os volumes das coleções de livros didáticos estudadas, sendo que enquanto na coleção LD-1 encontram-se fraccionada entre os volumes, na coleção de LD-2 é mais frequente no volume do 8º ano.

Apesar disto, percebe-se que questões que envolvem o raciocínio combinatório ainda são escassas nas coleções de livros analisadas, não ultrapassando de 3,7% das questões do volume, além disto, no 7º ano da coleção LD-2 a presença das questões são apenas 0,5% do total de questões.

As coleções diferem ainda na disposição das questões por volumes, enquanto os autores da coleção LD-1 focaram as questões de combinatória em um capítulo por livro, os autores da coleção LD-2 descentralizaram as questões em vários capítulos. Em se tratando de blocos¹ percebe-se que LD-1 prefere tratar as questões de combinatória em capítulos específicos para o bloco Tratamento da Informação, enquanto LD-2 trata de problemas combinatórios em capítulos específicos de combinatória como no capítulo 14 do 8º ano, mas também utilizam inúmeros problemas combinatórios nos capítulos referentes aos conhecimentos de número e operações, como no capítulo 1 do 6º ano.

Além das questões, os livros do aluno apresentam textos, discussões e/ou exemplos comentados que mostram a importância da combinatória. No 6º ano, a coleção LD-1, em seu capítulo I, introduz seção *Tratamento da Informação: Contagem de possibilidades*. Nela os autores utilizam os problemas do total de números de placas de um automóvel e a quantidade de possibilidades de uma senha bancária, para inserir a problemática da contagem de possibilidades.

¹ A palavra bloco se refere à classificação da matemática proposta pelo PCN(1998): Números e Operações; Espaço e Forma; Grandezas e Medidas e Tratamento da Informação.



No 7º ano, no capítulo 3: Padrões Numéricos traz a secção, *Tratamento da informação: padrões e possibilidades*, onde reflete que para resolver problemas de combinatórios complexos, podemos utilizar modelos similares mais simplórios, buscando depois generalizar os resultados.

No volume do 8º ano, em seu capítulo 8, na secção, *Tratamento da Informação: possibilidades e probabilidades*, utiliza dos jogos de dados: O jogo da soma; e o jogo do par ou ímpar, para trabalhar as possibilidades.

Em seu volume do 9º ano, buscando continuar o estudo das probabilidades, inicia o capítulo 5, revisa o estudo da combinatória, através da secção: *Contando possibilidades*, nela os autores fazem uso da bandeira de quatro faixas retangulares horizontais para aplicar a representação, árvore de possibilidades, em seguida utiliza o mesmo problema para aplicar o princípio multiplicativo. Os autores concluem ainda que: (i) nem todos os problemas podem ser resolvidos pelo raciocínio multiplicativo, e (ii) a árvore de possibilidade sempre é útil, mesmo sendo trabalhosa.

Os autores da coleção LD-2 apresentam orientações aos estudantes sobre combinatória em três volumes. No 6º ano, em seu capítulo 4, traz a secção: *Contando possibilidades*, nela resolve um problema de contagem com o auxílio de tabela e através do princípio multiplicativo. O 7º ano, não apresenta orientação ao aluno.

No livro de 8º ano, os autores discutem mais especificamente a combinatória, no capítulo 14, na secção: *Contando possibilidades*, iniciam afirmando que “processos de contagem são necessários em inúmeras atividades humanas”, em seguida apresenta algumas situações contextualizadas. Através de exemplos os autores trazem implicitamente o questionamento das diferenças de problemas de arranjo e combinação, apesar de não classificar os problemas, incitando assim os alunos a pensarem sobre as propriedades invariantes de tais problemas. Nestes problemas ele ainda utiliza as representações: tabela, árvore de possibilidades e o raciocínio multiplicativo.

No 9º ano, os autores não tratam diretamente de combinatória, mas a utiliza para resolver problemas de probabilidades. Na secção: *Noções de probabilidade*, do capítulo 5, faz uso de árvore de possibilidade, lembrando o aluno de uma das representações possíveis para tais problemas.

Orientações dos Livros Didáticos de Matemática aos professores para o ensino de Combinatória

Coleção LD-1

No guia Geral do professor os autores advertem que nesta coleção de livros: realçaram a Estatística, **o raciocínio combinatório** e probabilístico. Salientam ainda que abordam temas muito relevantes que nos currículos tradicionais, que eram pouco destacados ou ignorados, ou só apresentados no Ensino Médio.



Incluem, conforme orientação dos PCN, o ensino de combinatória no bloco de estatística, com o título: *contagem de possibilidades de probabilidades*, especificando que as ideias principais a serem abordadas são: 6º ano - tabela de dupla entrada; 7º ano – árvore de possibilidades; 8º ano – cálculo da chance. Durante as orientações gerais não fazem nenhuma menção às situações de combinatória – produto cartesiano, arranjo, permutação e combinação, nem as propriedades invariantes a elas associadas.

Nas orientações específicas para o 6º ano, os autores da coleção LD-1 evidenciam que “estudar situações com várias possibilidades conforme contemplados pelos PCN, favorece um raciocínio mais flexível e organizado”, orientam ainda que a importância das tabelas, como meio de organização de dados, é de utilidade prática nos casos de contagem de possibilidades.

Para o volume do 7º ano, o objetivo é desenvolver o problema de contagem de possibilidades, com base nas representações: árvore de possibilidades e raciocínio multiplicativo. Os autores evidenciam que “neste item (tratamento da informação: padrões), os alunos notarão que vários problemas resolvem com a multiplicação, mas há exceções”.

No volume do 8º ano, os autores tratam da introdução da noção de probabilidades, e apesar da seção se chamar possibilidades e probabilidades, a única menção explícita a combinatória, é que algumas questões, tornar-se-á mais fácil se o aluno utilizar árvore de possibilidades e/ou tabelas.

No último ano da coleção – 9º ano. Um dos objetivos gerais é resolver problemas de combinatória utilizando a árvore de possibilidades e o raciocínio multiplicativo. Os autores da coleção LD-1 ampliam os problemas que desenvolve o raciocínio combinatório.

Em todos os volumes os autores ainda comentam alguns exercícios explicitando os principais objetivos, e conceitos subjacentes. Deixam claro que apesar de muito importante o raciocínio multiplicativo não é suficiente para resolver todos os problemas de combinação.

Percebemos então que a orientação dirigida aos professores apesar de existir é insuficiente, em geral, trata-se apenas do uso de algumas representações simbólicas, em momento algum faz menção às situações e/ou propriedades invariantes subjacentes. Também não orientam da diferença das questões que envolvem a presença da invariante repetição.

Coleção LD-2

Nas orientações Gerais, os autores orientam que nos temas estatística, estão incluídos os problemas de contagem, que serão abordados gradualmente a partir do 6º ano. Por meio de problemas, pretende-se desenvolver o raciocínio combinatório e a compreensão do princípio multiplicativo.

Com o título *possibilidades e estatística*, os autores incluem as seções: tabela e árvore de possibilidades; problemas de contagem – no 8º ano, volume com maior número de questões de combinatória,



e único que cita explicitamente o tema no sumário, apesar disto relembrou que em todos os volumes foram encontrados questões de combinatória.

Os livros do 6º e 7º ano não apresentam nenhuma orientação específica sobre combinatória.

No manual do professor do 8º ano os autores citam, que um dos objetivos específicos é: “perceber a importância da matemática na organização do pensamento envolvendo possibilidades”. Para isto enumeram três objetivos específicos do capítulo 14: (i) reconhecer e aplicar o princípio fundamental da contagem; (ii) construir árvores de possibilidades e (iii) resolver problemas de contagem simples.

Os autores dispõem ainda que o princípio fundamental da contagem deve aparecer naturalmente, e os alunos não costumam apresentar dificuldades.

Nas orientações para o 9º ano, os autores mencionam pontuam, ampliar as habilidades de combinatória, como um dos objetivos geral de um dos capítulos. Evidenciam ainda que nos volumes anteriores houve um trabalho com problemas simples de contagem. E que é preciso contar com outros recursos (montar tabelas, diagrama de árvore) para resolver problemas de probabilidade. Assim dão a entender que neste capítulo a utilização da combinatória se dará como ferramenta de resolução para problemas de combinatórias.

Assim como na coleção analisada anteriormente, apesar de existir orientações, percebe-se que se restringe apenas a algumas das representações simbólicas existentes. Não faz referência as outras dimensões que formam o conceito – situações e invariantes.

Desta forma, fica nítido a necessidade de ampliar as considerações feitas por ambos os autores nas orientações para os professores dos anos finais do ensino fundamental.

Considerações Finais

Este estudo buscou analisar os problemas combinatórios propostos em livros didáticos e manuais do professor dos anos finais do ensino fundamental.

Na análise, percebeu-se que apesar de existir problemas de combinatória em todos os volumes das coleções analisadas, o quantitativo de problemas encontrados é considerado pequeno, variando de 0,5% a 3,7% das questões.

Ambos os autores classificam a combinatória, como pertencente ao bloco Tratamento da Informação, conforme orientação dos PCN. A disposição das questões ao longo das coleções acontece em capítulos específicos de Tratamento da Informação, mas estão presentes também em capítulos reservados ao estudo de Números e Operações, o que mostra a atualização dos autores com as pesquisas que orientam a interdisciplinaridade, oportunizando aos alunos conexões de diversas áreas da matemática, diferentes formas de pensamento matemático e vários campos do conhecimento.



As orientações aos professores tratam apenas do uso de algumas representações simbólicas. Não houve nenhuma referência das situações e/ou propriedades invariantes, indicando assim a necessidade de um complemento do manual do professor que oriente cada situação.

Ressaltamos ainda que os resultados obtidos são de duas das coleções adotadas, sendo assim fazem-se necessárias pesquisas futuras que busquem identificar como é disposto o conteúdo nas demais coleções. Além disso, a existência das questões não garante sua utilização em sala de aula, assim sendo necessita-se de pesquisas que busquem analisar como são utilizadas as questões dos livros didáticos, assim como os conhecimentos dos professores e alunos que utilizam estes livros didáticos.

Referências Bibliográficas

ANDRINI, A. *Praticando a Matemática*. Álvaro Andrini, Maria José Vasconcellos – 3. ed. Renovada. – São Paulo: Editora do Brasil, 2012. – (Coleção Praticando a Matemática), 6º ao 9º ano.

BRASIL, Ministério da Educação e Desporto. Secretaria de Ensino Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais – primeiro e segundo ciclos do ensino fundamental. Matemática. Brasília, DF: MEC, SEF, 1997.

BRASIL. Ministério da Educação e Desporto. Secretaria de Ensino Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais – terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental. Matemática. Brasília, DF: MEC, SEF, 1998.

BARRETO, F. L. S.; BORBA, R. E. S. Como o raciocínio combinatório tem sido apresentado em livros didáticos de anos iniciais. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO matemática, 10., 2010, Salvador. **Anais eletrônicos...** Salvador: UFBA, 2010. Disponível em

<https://www.google.com/accounts/ServiceLogin?service=writely&passive=1209600&continue=https://docs.google.com/open?id%3D0B3nOb_rG1DUhcE5uODc4Vk1zU0U%26urp%3Dhttp://geracaoufpe.blogspot.com.br/p/producoes.htm&followup=https://docs.google.com/open?id%3D0B3nOb_rG1DUhcE5uODc4Vk1zU0U%26urp%3Dhttp://geracaoufpe.blogspot.com.br/p/producoes.htm<mpl=homepage&authuser=0>. Acesso em: 12 jan. 2014.

BRASIL. Guia de Livros Didáticos: PNLD 2014: matemática. – Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2013.

BRASIL. Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação, PNLD 2014 – Coleções mais distribuídas por componente curricular. Disponível em: <http://www.fnde.gov.br/arquivos/category/125-guias?download=8499:colecões-mais-distribuídas-por-componente-curricular-ensino-fundamental>. Acesso 18 de fevereiro de 2014.

PESSOA, Cristiane; BORBA, Rute. Quem dança com quem: o desenvolvimento do raciocínio combinatório de crianças de 1ª a 4ª série. *ZETETIKÉ* – Cempem – FE – Unicamp, v. 17, jan-jun, 2009.

SILVA, J. J. **Análise dos problemas combinatórios em Livros Didáticos Dos Anos Finais Do Ensino Fundamental**. 2015. 46 p. Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) – Licenciatura em Matemática, Universidade Federal de Pernambuco, Caruaru, 2015.



III CONEDU

CONGRESSO NACIONAL DE
E D U C A Ç Ã O

VERGNAUD, G. **La théorie des champs conceptuels**. Recherches en Didactique des Mathématiques – RDM, v. 10, n° 2, 3. pp. 133 – 170, Grenoble, 1990.

VERGNAUD, G. A Teoria dos Campos Conceptuais. In: BRUN, J. (Org.). **Didáctica das Matemáticas**. Lisboa: Instituto Piaget Divisão Editorial, 1996. p. 155-189.