

OPERAÇÕES COM POLINÔMIOS UTILIZANDO MATERIAL MANIPULATIVO

Sintia Daniely Alves de Melo (1); Amanda Beatriz Medeiros Araújo (1); Maria da Conceição Vieira Fernandes (2); Michelly Cássia de Azevedo Marques (3); Suênia dos Santos Nascimento Alves (4); William Porto Pequeno (5);

(Universidade Estadual da Paraíba, sintiadany@gmail.com; Universidade Estadual da Paraíba, amanda_beatriz_araujo@hotmail.com; Universidade Estadual da Paraíba, mdevf2013@gmail.com; Universidade Estadual da Paraíba, micassia13@hotmail.com; Universidade Estadual da Paraíba, sueniasantos19988@gmail.com; Universidade Estadual da Paraíba, p26william@gmail.com)

Resumo: Esse trabalho é resultado de uma intervenção didática realizada durante o mês de agosto do ano de 2017 pela equipe do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência – PIBID/UEPB, subprojeto matemática, na Escola Normal Estadual Pe. Emídio Viana Correia, Campina Grande, Paraíba. O ensino da Álgebra é de fundamental importância, pois o mesmo possibilita ao aluno a generalização das propriedades aprendidas anteriormente, a saber, operações aritméticas. Uma das dificuldades dos alunos que estão iniciando o ensino médio é a operação com monômios e polinômios. Polinômios são expressões algébricas formadas pela soma de monômios (expressões formadas por um único termo contendo números e/ou letras; na qual, por conseguinte, não há operação de adição e/ou subtração). Em sala de aula, o uso do Material Didático de Manipulação – MDM, como metodologia de ensino-aprendizagem, é de grande valia para que o aluno possa compreender, melhor, o conteúdo escolhido. O objetivo desse trabalho foi revisar os conceitos de monômios e polinômios e as operações relacionadas a esses dois conceitos, articulando álgebra e geometria, através da resolução de atividades com o apoio de um material manipulável que pudesse atribuir significado aos problemas sugeridos nas atividades, buscando proporcionar aos alunos, novas oportunidades de aprendizagem. Um dos materiais que podem auxiliar o aluno a atribuir significado às operações com monômios e polinômios é um kit de Laboratório de Matemática para exploração dos produtos notáveis que articula álgebra e geometria. Adaptamos este material, composto por peças em formato de quadrados, retângulos e quadradinhos, para o ensino de operações com monômios e polinômios, colocando uma fita adesiva em um dos lados das peças do kit para simbolizar os valores negativos; nestas mesmas peças atribuímos valores, de modo que, cada lado da peça recebera um valor. Consequentemente, a área da figura resultaria em um termo do polinômio trabalhado. Com este material sobre a mesa, os alunos representavam a expressão da atividade proposta para chegar ao resultado final. Ficou perceptível a facilidade dos alunos em associar as áreas das figuras aos termos dos polinômios, estabelecendo uma relação entre as operações realizadas. Desde a primeira aula ministrada, os alunos mostraram compreender os lados dos retângulos formados no cálculo das áreas correspondentes. Constatamos, no decorrer das atividades desenvolvidas, que os alunos manifestaram prazer em aprender aquele conteúdo de forma diferenciada, evidenciando a importância da utilização de material concreto na aula de Matemática.

Palavras-chave: Álgebra e Geometria, Operações com Polinômios, Materiais Manipulativos.

INTRODUÇÃO

Com base nas orientações dos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental, o conhecimento Matemático Algébrico é um dos objetivos ao se ensinar Matemática quando visa-se a construção de cidadãos; este ensino é iniciado nas séries iniciais, no entanto, a sua aplicação é principalmente desenvolvida nas séries finais do ensino fundamental.



Desse modo a Álgebra é muito importante para a aprendizagem do aluno pois, as representações algébricas possibilitam o desenvolvimento da generalização das propriedades aritméticas, abordando situações-problema do cotidiano. De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental (1998, p. 115), “o estudo da Álgebra constitui um espaço bastante significativo para que o aluno desenvolva e exercite sua capacidade de abstração e generalização, além de lhe possibilitar a aquisição de uma poderosa ferramenta para resolver problemas”.

São inúmeras as civilizações que contribuíram para o processo evolutivo da matemática; afinal, a humanidade está, intrinsecamente, relacionada com o conhecimento, já que, o mesmo advém das necessidades que os homens se depararam no início dos tempos. Por conseguinte, a humanidade viu, ao que tudo indica, a necessidade de formular conceitos, métodos, fórmulas e etc., para a sua posteridade. Assim, tal processo evolutivo não é diferente para a Matemática.

Diante deste inexaurível conhecimento matemático, nos deparamos com a Álgebra. A Álgebra é uma ciência matemática cujo objetivo é generalizar as questões aritméticas (ÁLGEBRA, 2015).

Para Vance (apud PASQUETTI, 2008),

A Álgebra é a forma de uma aritmética avançada na qual letras do alfabeto representam (ou significam) números desconhecidos. As letras mais usadas são x , y ou n . [...]. A letra x é chamada também de símbolo (ou incógnita) ou variável. É um símbolo porque representa algo. É uma variável porque pode representar números diferentes, dependendo do problema. O problema $4 + x = 7$ é conhecido também como “equação”. Uma equação é uma declaração de que duas coisas, ou dois conjuntos de coisas são iguais. “Iguais” significa que os itens de cada lado do sinal de igual (=) tem o mesmo valor. Resolver um problema algébrico significa encontrar o número que a incógnita (ou variável) possui. Assim, no exemplo acima, a pergunta a ser respondida é: “Qual” é o número (x) que, somado a 4, é igual a 7? Outros exemplos de equações são: $5x = 25$ ou $3y + 2 = 302$. Para resolver uma equação, as operações básicas da matemática são usadas: adição, subtração, multiplicação e divisão. A equação é resolvida quando a variável fica sozinha em um lado do sinal de igual. Por exemplo: $4 + x = 7$. Se 4 mais (+) algo desconhecido é igual a 7, deve ser então verdade que $x = 7 - 4$. logo, 7 menos (-) 4 deve dar a resposta. A resposta é 3 ou $x = 3$.

É de fundamental importância que o aluno aprenda o conteúdo algébrico, para que o mesmo possa desenvolver uma capacidade de generalização, análise e até mesmo raciocínio lógico.

Dentro do ensino da Álgebra, encontra-se o estudo dos Polinômios. Como o nome sugere, Polinômios são expressões algébricas somadas por finitos monômios. Mas o que é Monômio? Define-se Monômio como a expressão formada por um único termo na qual, conseqüentemente, não há operação de adição ou subtração (MONÔMIO, 2015).





Como o professor de Matemática, ou melhor, de Álgebra, pode ministrar sua aula, de maneira que o aluno entenda holisticamente o conteúdo, para que o mesmo construa um pensamento matemático necessário para seu desenvolvimento na sociedade?

Segundo Gil (2008) muitos problemas e dificuldades são frequentemente encontrados com relação ao estudo da Álgebra, sendo alguns deles: a noção de variáveis, ou seja, os alunos em algumas situações não conhecem os significados das letras (x e y , ou ainda, a e b) corretamente, como, por exemplo: $2x$, ao resolver pelo fato de não conhecerem, ou de não terem familiarização com a incógnita x , soma-se $2 + x$, considerando o x como uma unidade (valor posicional), como também, a própria linguagem escrita matemática, a utilização de parênteses, interpretação de problemas propostos e, por fim, a forma como o professor ensina em sala o conteúdo.

Uma das razões que podem contribuir para a dificuldade dos alunos em Álgebra consiste na metodologia de ensino adotada, como sugerem Oliveira e Laudares (2015),

As abordagens, tradicionalmente difundidas em torno da Álgebra têm colocado em foco principalmente a memorização e mecanização de fórmulas, como metodologia para assimilação dos conceitos algébricos. Esse tipo de abordagem reflete diretamente na compreensão das operações elementares e na aprendizagem significativa da Álgebra, acarretando dificuldades associadas à resolução de problemas dentro de um contexto do cotidiano e em outros níveis de ensino.

Ainda segundo os autores, o uso da Geometria, para contextualizar o ensino da Álgebra no ensino fundamental, pode tornar seu ensino mais interessante e motivador.

As construções geométricas, além de representar a figura ajuda na capacidade de expressar algebricamente um pensamento, estabelecer relações e fazer generalizações. E o cálculo de área é importante para que o aluno consiga traduzir com significado a linguagem algébrica e generalizar situações. [...]. A importância de trabalhar Geometria e Álgebra relacionando conceitos, se explica com razões plausíveis, porque a geometria é um assunto do cotidiano do estudante e de acesso fácil, basta que o professor a explore para que sirva como motivação para o desenvolvimento dos conteúdos em concomitância, fazendo da abstração e o uso de símbolos, uma consequência do trabalho desenvolvido, dando oportunidade para a construção e/ou consolidação de conceitos. (OLIVEIRA; LAUDARES, 2015).

Diversas metodologias de ensino da Matemática podem auxiliar os alunos a superar as dificuldades de aprendizagem. O uso do MDM (Material Didático de Manipulação), assim como outras metodologias de ensino-aprendizagem, permite que o professor promova estratégias para facilitar a construção do conhecimento, aponta Silva (2012, p. 29). Acreditamos que essa abordagem de modelos concretos para explicar determinados conceitos e objetos matemáticos seja de grande valia no processo de aprendizagem do aluno. Tanto pertencendo ao campo de assimilação quanto ao de acomodação por parte do aluno. A proposta dos materiais manipulativos é levar ao aluno um suporte para que ele descubra, entenda e consolide os conhecimentos que estão sendo apresentados. O conceito de materiais manipuláveis é apresentado por vários autores, como por





exemplo Serrazina (1991, p. 37, apud BOTAS; MOREIRA, 2013). Para este autor os materiais manipuláveis são objetos, instrumentos que podem ajudar os alunos a descobrir, a entender ou consolidar conceitos fundamentais nas diversas fases da aprendizagem.

Diante disso, destacamos a importância da elaboração de aulas que possam abordar novas metodologias de ensino nessa área. O objetivo desse trabalho foi revisar os conceitos de monômios e polinômios e as operações relacionadas a esses dois conceitos, articulando Álgebra e Geometria, através da resolução de atividades com o apoio de um material manipulável que pudesse atribuir significado aos problemas sugeridos nas atividades, buscando proporcionar aos alunos, novas oportunidades de aprendizagem.

METODOLOGIA

Pesquisamos as ideias e sobre os problemas pertinentes ao nosso trabalho em livros didáticos, artigos científicos, dissertações de mestrado e teses de doutorado, com o intuito de posteriormente elaborarmos as atividades dos nossos minicursos e oficinas. Após as pesquisas realizadas, nos reunimos e discutimos as atividades que seriam aplicadas, fazendo adaptações e criando as sequências de atividades para os nossos alunos. Após o planejamento, vamos em direção à aplicação das atividades.

As nossas aulas se diferenciam um pouco daquelas que costumávamos vivenciar quando discentes do ensino médio e fundamental: aulas meramente expositivas. Buscamos evitar ao máximo usar apenas o quadro e pincel, de tal maneira que, na maior parte do tempo, deixamos os alunos discutirem as questões propostas e explorarem os materiais que confeccionamos para as atividades.

Buscamos trabalhar de forma que os educandos desenvolvessem pensamentos críticos. Para isso, pedimos que eles formassem grupos ou duplas, deixando-os à vontade para a realização das tarefas e resolução de problemas. Atuamos como mediadores, dividimo-nos para auxiliar os grupos, lembrando que não demos as respostas para as questões propostas, mas sim promovemos uma discussão entre os participantes das oficinas para a resolução dos problemas.

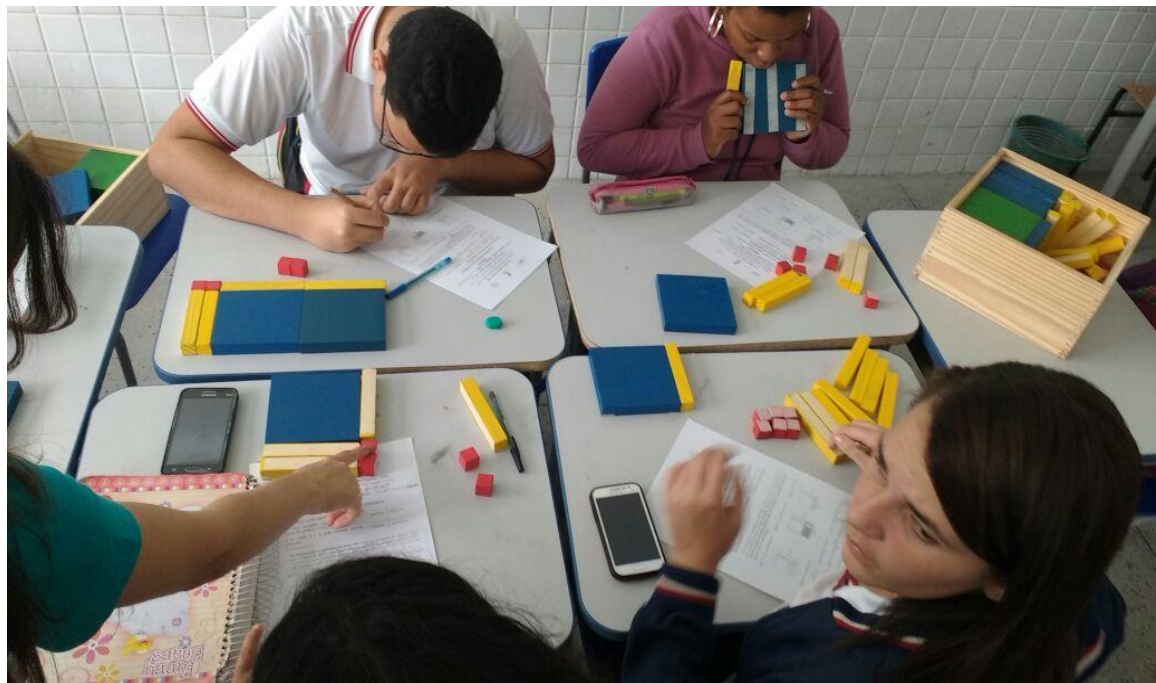
Realizamos as atividades durante os dias 14, 21 e 28 de agosto de 2017 com alguns alunos das turmas do ensino médio da Normal, totalizando 42 alunos. Durante esses três dias de minicurso, foram trabalhados conteúdos como adição, subtração, multiplicação e divisão de polinômios, sobre os quais adaptamos um kit de Laboratório de Matemática para exploração de produtos notáveis, articulando Álgebra e Geometria para o ensino de operações com monômios e polinômios,





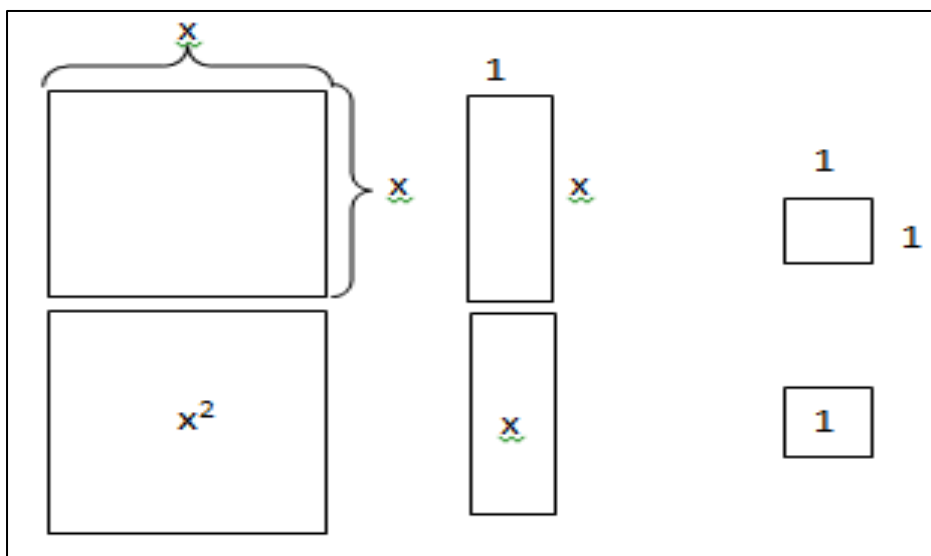
colocando uma fita adesiva em um dos lados das peças do kit para simbolizar os valores negativos. O material é composto por peças em forma de quadrados e retângulos.

Figura 1: Alunos utilizando o material concreto.



Fonte: Os autores.

Figura 2: Representação das peças do material didático.



Fonte: Apostila da UFMT (s/d).





RESULTADOS

No primeiro dia apresentamos o material concreto desenhando as peças no quadro, depois utilizamos as próprias peças do material para explicar as áreas correspondentes, no qual as peças lisas representam expressões algébricas de números positivos e as peças com fita representam expressões algébricas de números negativos.

Entregamos uma apostila com explicações sobre o material composta de exemplos e atividades sobre adição e subtração de polinômios em que se utiliza o material concreto. Uma das questões foi para representar as expressões algébricas de acordo com Vance (apud PASQUETTI, 2008), utilizando o material manipulável. Os alunos com o material sobre a mesa representavam a expressão e só depois desenhavam na atividade. Rapidamente foi possível perceber a facilidade de associar às peças com as áreas correspondentes. Quando pedimos para efetuarem adições e subtrações de polinômios com o material, alguns alunos resistiram e preferiram resolver utilizando o meio tradicional, mas percebemos que fazendo pelo meio tradicional estava ocorrendo muitos erros e quando intervimos explicando novamente como utilizar o material a cada aluno com dificuldade individualmente, o aluno melhor o compreendeu e conseguiu responder corretamente fazendo uso do mesmo, passando a utilizá-lo em toda a atividade em vez do meio tradicional, desta forma foi possível perceber que alguns alunos necessitam de uma explicação individual e diversificada, de acordo com (OLIVEIRA; LAUDARES, 2015), pois quando a explicação é de maneira divertida e motivadora o aprendizado é sempre mais eficaz. Já outros alunos mesmo utilizando o material ou o meio tradicional não conseguiram responder corretamente as subtrações, pois esqueciam de fazer a relação do sinal de menos pelo polinômio, no qual muitas vezes relacionavam o sinal apenas pelo primeiro monômio.

Na segunda questão dávamos a primeira expressão e o resultado e pedimos para descobrirem a segunda expressão. Uma aluna fez comparação dessa questão como sendo uma equação, no qual ela passava o resultado multiplicando por menos um para o lado esquerdo e depois somava a primeira expressão com o resultado encontrando assim a segunda expressão.

No segundo dia começamos com os alunos fazendo-lhes perguntas sobre a aula passada (adição e subtração de polinômios), deste modo, observamos que mesmo depois de uma semana sem aula os alunos não esqueceram do material e o que ele representa. Percebemos também que a multiplicação de polinômios foi mais fácil de compreender talvez pelo fato do aluno já conhecer o material concreto utilizado, apresentamos alguns exemplos com o material sobre a multiplicação de monômio por um polinômio e a multiplicação de um polinômio por um outro polinômio, no qual





devíamos formar um retângulo ou quadrado com o material, onde cada fator da multiplicação deve corresponder ao lado da figura, se por ventura a figura retangular não se formar só com os fatores devemos completar com peças que completem a figura. O produto dos polinômios dados será a área correspondente dos fatores. Os alunos demonstraram compreensão quanto à utilização do material mais alguns alunos na hora de colocar o produto dos polinômios esqueciam-se da letra x quando a mesma vinha acompanhada de um número, escrevendo apenas o número correspondente, no entanto esquecendo-se da parte literal. Quando perguntávamos por exemplo: que 2 é esse? Eles analisavam a figura e respondiam: *Eita. Esqueci do x .* Vários alunos não sabiam resolver as questões, i e j, pelo fato delas estarem elevado ao quadrado.



Figura 3: Representação da atividade aplicada.

Efetuar as multiplicações:

a) $x \cdot (x + 3)$

b) $x \cdot (x - 2)$

c) $(x + 3) \cdot (x + 1)$

d) $(x + 2) \cdot (x + 2)$

e) $(x - 1) \cdot (x - 2)$

f) $(x + 1) \cdot (2x + 2)$

g) $(x + 3) \cdot (x - 2)$

h) $(x - 2) \cdot (x + 2)$

i) $(x + 3)^2$

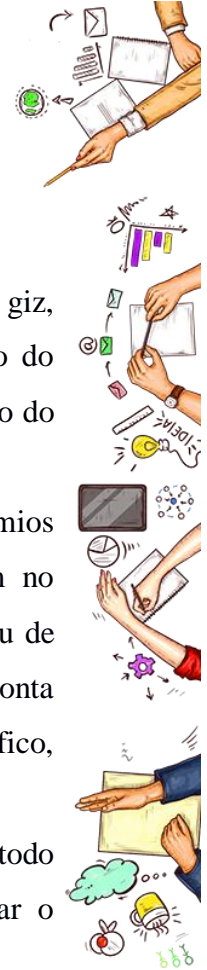
j) $(2x - 2)^2$

Fonte: Apostila da UFMT (s/d).

No terceiro dia, primeiramente fizemos uma breve revisão da área e das medidas do lado que corresponde a cada peça do material concreto. Em seguida entregamos a apostila com divisão de polinômios, no qual fizemos uma explicação do recurso do retângulo, dividendo, divisor e quociente. Não explicamos sobre o resto diferente de zero que pode ocorrer na divisão de polinômios, pois queríamos que os alunos por si só lembrassem da Aritmética e fizessem uma ligação de significados com a Álgebra.

Quando os alunos começaram as divisões que possuíam resto diferente de zero, percebendo que a divisão de polinômios pode não ser exata, entenderam o motivo de se utilizar o recurso do retângulo para a divisão, pois quando formavam o lado da figura e sua área obtendo uma figura retangular, no qual ainda sobravam quadradinhos da área total entenderam que esses quadradinhos são o resto da divisão e que ela não foi exata. Ao terminar de resolver a atividade os alunos relataram que é muito mais simples e rápido efetuar as divisões de polinômios com o material do que pelo modo convencional. Como aponta Serrazina (1991, p. 37, apud BOTAS; MOREIRA, 2013).





CONCLUSÃO

Em vista dos argumentos apresentados, pôde-se concluir que a aula tradicional, quadro e giz, não tem tanta força, no que diz respeito ao aprendizado do aluno, ou melhor, à construção do conhecimento, quanto a utilização de procedimentos mais funcionais, como por exemplo, o uso do Material Manipulativo.

A utilização do recurso didático, a saber, Material Manipulativo, no ensino de Polinômios foi de grande auxílio para nós, bolsistas do CAPES, pois: diante de tamanha defasagem no conteúdo, vimos que – por meio deste material – a compreensão de parte do conteúdo se deu de forma mais perspicaz, como, por exemplo: a representação que $2x^2$ é duas vezes x^2 , como aponta Gil (2008). Ademais, compreenderam, também, que as áreas das peças, neste caso em específico, poderiam ser negativas.

Na adição e subtração de polinômios alguns alunos preferiram responder pelo método tradicional, entretantes, ao se depararem com a divisão de polinômios, preferiram utilizar o material manipulativo relatando que o resultado se dá de forma mais fácil e simples.

No decorrer das atividades, observamos que os alunos não haviam esquecido as áreas e as medidas dos lados, do material, como também, a relação entre um polinômio e a área obtida por meio do material. Com isso, notamos que o uso do Material Manipulativo foi de grande valia, como aponta Silva (2012), para a fixação e construção do conteúdo trabalhado.

REFERÊNCIAS

ÁLGEBRA. Michaelis: **Dicionário Brasileiro de Língua Portuguesa**. Disponível em <<http://michaelis.uol.com.br/>>. Acesso em 11 de novembro de 2017.

BOTAS, Dilaila; MOREIRA, Darlinda. **A utilização dos materiais didáticos nas aulas de Matemática: Um estudo no 1º Ciclo**. 2013. Disponível em <<http://www.scielo.mec.pt/pdf/rpe/v26n1/v26n1a10.pdf>>. Acesso em 17 de novembro de 2017.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática / Secretaria de Educação Fundamental**. Brasília: MEC / SEF, 1998.

GIL, Katia Henn. **Reflexões sobre as dificuldades dos alunos na aprendizagem de álgebra**. 2008. Disponível em <<http://repositorio.pucrs.br/dspace/bitstream/10923/2962/1/000401324-Texto+Completo-0.pdf>>. Acesso em 17 de novembro de 2017.

MONÔMIO. Michaelis: **Dicionário Brasileiro de Língua Portuguesa**. Disponível em <<http://michaelis.uol.com.br/>>. Acesso em 11 de novembro de 2017.





OLIVEIRA, Silvânia Cordeiro; LAUDARES, João Bosco. **Pensamento algébrico: uma relação entre álgebra, aritmética e geometria.** 2015. Disponível em <<http://www.ufjf.br/emem/files/2015/10/PENSAMENTO-ALG%C3%89BRICO-UMA-RELA%C3%87%C3%83O-ENTRE-%C3%81LGEBRA-ARITM%C3%89TICA-E-GEOMETRIA.pdf>>. Acesso em 17 de novembro de 2017.

PASQUETTI, Camila. **Proposta de aprendizagem de Polinômios através de Materiais Concretos.** 2008. Disponível em <http://www.uri.com.br/cursos/arq_trabalhos_usuario/845.pdf>. Acesso em 19 de novembro de 2017.

SILVA, Rômulo Alexandre. **O uso de material didático de manipulação no cotidiano da sala de aula de matemática.** 2012. Disponível em <<http://tede.bc.uepb.edu.br/tede/jspui/handle/tede/1646>>. Acesso em 17 de novembro de 2017.

UFMT. **Polinômios com Materiais Concretos.** s/d. Disponível em <<https://estagiomatufmt.files.wordpress.com/2012/11/polinc3b4mios.docx>>. Acesso em 17 de novembro de 2017.

