UMA BREVE HISTÓRIA SOBRE O CÁLCULO

Alécio Soares Silva,
Universidade Estadual da Paraíba, mataspe@hotmail.com

Ailton Diniz de Oliveira,
Universidade Estadual da Paraíba, ailton_diniz@hotmail.com

Valdson Davi Moura Silva
Universidade Estadual da Paraíba, valdsondavi@gmail.com

Resumo

Neste trabalho faz-se um estudo bibliográfico, com enfoque historiográfico sobre a evolução de conceitos de Cálculo Diferencial e Integral no decorrer da história, buscando com ele atingir o objetivo de potencializar o ensino de matemática, tendo em vista que o uso da história da matemática em sala de aula é, sem dúvidas, uma das ferramentas metodológica capaz de potencializar significativamente o processo de ensino-aprendizagem, bem como a motivação dos alunos na busca pelo conhecimento. Busca-se também, fazer uma abordagem que relate a evolução dos conceitos do cálculo diferencial e integral, desde seus primórdios, com os trabalhos de Arquimedes, que utilizou a ideia do princípio da exaustão de Eudoxo para tentar resolver o grandioso problema da quadratura do círculo, até sua evolução com a contribuição de grandes ícones da matemática, como Fermat, Descartes, os inventores da geometria analítica, e também as grandes invenções conceituais e de notação de Newton e Leibniz. Esclarecendo, com essa discussão sobre alguns problemas que motivaram o surgimento de conceitos como, derivada e integral, enaltecendo a importância da Matemática e a sua relação com o cotidiano. Atingiu-se uma abordagem que é inegavelmente interessante, no que se refere à prática docente, dando para professores e futuros professores uma visão macroscópica sobre o tema, elucidando a aproximação entre conteúdos estudados no ensino de nível médio através de uma ferramenta disponibilizada no semestre inicial dos cursos de graduação em Matemática, servindo também, para sublinhar os componentes onde a aprendizagem deve ser significativa, uma vez que serão utilizados no desenvolvimento de operações mais complexas, a exemplo da derivada e da integral de uma função e suas aplicações.

Palavras-chave: Funções; História da matemática; Educação Matemática.

INTRODUÇÃO

O estudo do Cálculo Diferencial e Integral foi desenvolvido ao longo de pouco mais que dois séculos, com a contribuição de diversos matemáticos. Neste trabalho teve-se como objetivo contribuir no que se refere à motivação ao ensino aprendizagem de funções, além de mostrar no decorrer da história aplicações das derivadas, que se fizeram necessárias pelas necessidades surgidas na história. Nele fizemos uma abordagem a evolução dos conceitos, desde as ideias de Arquimedes, ate as notações atuais creditadas a Leibniz, com a intenção de evidenciar a utilidade do conteúdo estudado.

A escolha desta proposta de estudo historiográfica foi feita levando em consideração a recomendação feita por BRASIL (2006), p.73, onde se afirma que “O estudo da função quadrática pode ser motivado via problemas de aplicação, em que é preciso encontrar certo ponto de máximo (clássicos problemas de determinação de área máxima)”, tal trecho, propõe que a abordagem ao estudo de funções, evidencie a importância de problemas clássicos, os quais contribuíram para que tantos conceitos evoluíssem buscando resolvê-los.

OBJETIVOS

Este trabalho tem por objetivo geral potencializar o interesse dos alunos por conteúdos matemáticos considerando o contexto histórico, no qual tal conteúdo surgiu. E como objetivos específicos:

- Mostrar algumas aplicações das derivadas, como também seu surgimento através da história da matemática.
- Motivar o aluno, buscando evidenciar aplicações para o conteúdo estudado.

PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Na elaboração deste trabalho, procurou-se realizar uma pesquisa de caráter bibliográfico, buscando elementos para sua fundamentação em textos referentes a história da matemática e a história das civilizações. Atentou-se para as aplicações do conteúdo que contextualizaram com alguma situação de necessidade humana fazendo com que este conteúdo surgisse.

UMA BREVE HISTÓRIA SOBRE O CÁLCULO

Assim como qualquer invenção, o Cálculo é consequência de muito trabalho realizado por muitas mentes ao longo de vários anos. Geralmente remetem-se a invenção do Cálculo a *Isaac Newton* ou a *Gottfried Wilhelm Leibniz* no século XVII, contudo tal afirmação seja indicando Newton, seja indicando Leibniz, como inventor do Cálculo seria parcialmente duvidosa, pois mesmo não usando uma notação como as do século XVII, o grego Arquimedes de Siracusa, já usava a ideia, que podemos apontar como fundamental por trás do Cálculo, que é usar o processo de limites para derivar resultados sobre quantidades finitas.

Arquimedes de Siracusa

Arquimedes de Siracusa foi um grande inventor, geômetra, físico dentre outras ocupações. Filho de Fídias, um astrônomo sobre o qual sabemos apenas o que Arquimedes escreveu em seu livro *"O contador de Grãos de Areia",* nasceu e viveu na colônia grega de Siracusa na Silícia.

Contudo, viveu um tempo e estudou em Alexandria onde manteve contato com vários matemáticos contemporâneos. Ele também ganhou reputação em Astronomia, porém grande parte da fama atribuída a ele vem de relatos sobre seus engenhosos inventos. Lemos que em BOYER (74, p. 89) que:

> ...informações tiradas da narração de Plutarco sobre a vida de Marcelo, o general romano, durante a segunda Guerra Púnica a cidade de Siracusa se viu envolvida na luta entre Roma e Cartago; tendo-se associado a esta última, a cidade foi sitiada pelos romanos durante os anos de 214 a 212 a.C. Lemos que durante o cerco Arquimedes inventou engenhosas máquinas de guerra para conservar os inimigos à distância.

Relatando as resistências de Siracusa as intentadas de Marcelo devido as grandes invenções bélicas de Arquimedes.

Não seria exagero dizer que Arquimedes é o pai da Física-Matemática por conta de seus vários trabalhos sobre alavancas e fluídos como, por exemplo, *Sobre o Equilíbrio de planos; Sobre corpos flutuantes* (trabalho em dois livros) no qual, encontramos conclusões brilhantes e resultados fantásticos, bem como o princípio hidrostático de Arquimedes.

Alguns historiadores afirmam que Arquimedes ao descobrir tal princípio correu pelado pelas ruas gritando *"Eureca, Eureca!"* (Eu achei, Eu achei!). Quando a pedido de seu amigo, segundo alguns talvez um familiar, o rei Hierão para verificar a legitimidade de uma coroa que suspeitava ter parte de prata, a mergulhou em uma banheira, na qual se banhava, e percebeu que poderia resolver o problema considerando o deslocamento de água que ocorreria. Os trabalhos de Arquimedes tem como característica ideias geniais sendo provadas e justificadas de maneira concisa, elegante, precisa e enormemente simples, mostrando resultados grandiosos sendo deduzidos a partir de simples postulados. Plutarco apud AABOE (2013, p. 89), diz que:

> Não é possível encontrar em toda geometria problemas mais difíceis e complicados, ou explicações mais simples e lúcidas. Alguns atribuem isso a sua genialidade; enquanto outros acham que foram produzidos por esforços e trabalhos incríveis, embora aparentemente sejam resultados fáceis e obtidos sem esforços.

Trecho no qual o historiador refuta a grandiosidade alcançada com simplicidade nos trabalhos de Arquimedes. Um livro que por muito tempo foi considerado perdido e foi encontrado por J. L. Heiberg, em 1906, *O Método,* que provavelmente é o ultimo de seus trabalhos. Uma grande contribuição de Arquimedes em seus trabalhos foi o primeiro procedimento matemático, que não se resumiu apenas a medir, para calcular o valor de π. Tal procedimento baseava-se em desenhar um círculo e nele inscrever uma série de polígonos regulares, cada um destes polígonos com o perímetro menor que o círculo, porém a medida que a quantidade de lados dos polígonos vai aumentando, tem-se uma aproximação por falta para o perímetro do círculo.

Arquimedes percebeu que usando o mesmo procedimento com polígonos circunscritos ao círculo ele obteria uma aproximação, por excesso, para o perímetro do círculo. E dividindo o valor do perímetro desses polígonos (inscritos ou circunscritos) ele teria uma aproximação (por falta ou por excesso) para o valor de π.

Contudo, o círculo não foi a única curva estudada por Arquimedes, a parábola, a elipse e a hipérbole também figuram em seus trabalhos, mesmo com o estudo das duas últimas não tendo o mesmo sucesso da parábola e do círculo. Arquimedes calculou a área do setor parabólico utilizando um método brilhante, tal método ficou conhecido como Método da Exaustão, é conveniente, porém, ressaltar que Eudoxo cerca de um século antes de Arquimedes nascer já usava um método semelhante.

Tal método se resume no seguinte: o setor era dividido em uma série de triângulos, de modo que suas áreas estivessem em progressão geométrica. A soma dos termos desta progressão geométrica se aproxima de $\frac{4}{3}$ do valor da área do triângulo, quão maior seja o número de triângulos inseridos no setor, porém Arquimedes nunca usou o termo infinito em seus trabalhos, como era natural nos trabalhos dos gregos de sua época.

As Contribuições de Viète e Kepler

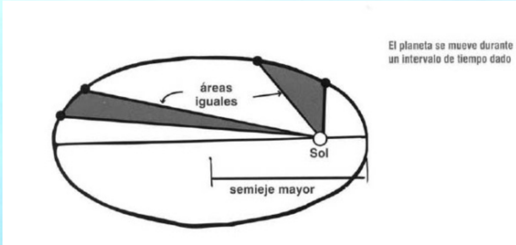
Pouco depois do fim da Idade Média, quase dois mil anos depois de Arquimedes, o jurista, francês Francois Viète, em um trabalho que versava sobre trigonometria expôs a seguinte relação:

$$\frac{2}{\pi} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}}{2} \cdots$$

Um produto com infinitos fatores seguindo um padrão matemático simples. Tal fórmula chegou quebrando a dura barreira de lidar com o infinito, pelo uso dos três pontinhos significando que o produto segue até o infinito. Porém não existia novidade alguma nessa ideia, uma vez que já se conhecia este resultado como afirma Boyer 74, "Seu produto aparece facilmente se inscrevermos um quadrado num círculo e depois aplicarmos a fórmula trigonométrica recursiva, $a_{2n} = a_n \cdot sec\left(\frac{\pi}{2}\right)$, onde a_né área do polígono regular inscrito de n lados e fizermos n tender a infinito". Contudo, Viète foi o primeiro a escrever uma expressão analítica para representar o número π, dando um grande passo em relação a acabar com o impasse de lidar com o infinito.

O alemão Johannes Kepler é considerado por muitos historiadores como um dos homens mais estranhos de toda ciência. Ele fez grandes aplicações matemáticas em Astronomia, havia estudado Astronomia na Universidade de Tubinga com Michael Maestlin onde teve contato com o sistema Ptolemaico, desenvolvendo depois as três leis planetárias, dentre as quais, a primeira nos diz que os planetas giram ao redor do sol em uma trajetória elíptica, com o sol em um dos focos (a palavra foco deriva do latim focus que significa fogo).

A segunda lei de Kepler afirma que a linha que une um planeta ao sol varre áreas iguais em intervalos de tempo iguais, portanto se fez necessário e imprescindível o cálculo de áreas de segmentos elípticos. Como sabemos que a tentativa de Arquimedes de calcular áreas de elipses, e hipérboles pelo Método da Exaustão havia dado errado, Kepler e os outros matemáticos de sua época precisaram desenvolver outro método para calcular tais áreas.



Segunda lei de Kepler STWERT (2007).

A maneira que eles encontraram foi uma espécie de improvisação grosseira e rude, longe da elegância lógica do método grego da exaustão e sem muito rigor matemático, mas que parecia funcionar sempre que necessário para uma quantidade infinita, método este que ficou conhecido como o Método dos Indivisíveis e consistia no seguinte:

Imagine um círculo e inscrito nele vários (tente imaginar um número cada vez maior) triângulos cujos vértices estão no centro do círculo e os outros dois sobre a sua circunferência. Cada um destes triângulos seria uma fatia muito pequena do círculo sendo chamada de ***indivisível****.*

Este procedimento calculava a área do círculo somando as áreas dos triângulos indivisíveis tomados em seu interior. Perceba que para um número muito grande de indivisíveis (triângulos infinitamente finos), tem-se que a altura de cada um deles se aproxima do valor do raio do círculo, e suas bases são infinitamente pequenas situadas sobre a circunferência. Logo a soma das áreas desses triângulos indivisíveis será:

$$\frac{1}{2}b_1r + \frac{1}{2}b_2r + \frac{1}{2}b_3r + \dots + \frac{1}{2}b_nr + \dots \quad \text{ou} \quad \frac{1}{2}r\left(b_1 + b_2 + b_3 + \dots\right).$$

Como a soma dessas bases é igual ao valor do perímetro da circunferência segue que a área do círculo é $\frac{1}{2}Cr$, resultado do teorema provado por Arquimedes, de maneira brilhante.

Mas estes indivisíveis eram muito difíceis de serem entendidos, pois não existia uma definição precisa para eles, pois, a depender do problema, a forma de tomar os indivisíveis mudava e mesmo assim, com todas as limitações deste método, na prática, ele funcionava.

Assim pode-se dizer que o Método dos Indivisíveis não havia se tornado uma ferramenta capaz de resolver qualquer problema de quadratura, apenas servia para resolver alguns problemas, mas não como um algoritmo matemático. Uma das formas geométricas que resistia às tentativas de quadratura era a hipérbole, curva que representa o lugar geométrico de todos os pontos que pertencem ao corte de um cone por um plano com ângulo maior do que o ângulo existente entre a base do cone e seu lado.

Galileu Galilei

Galileu Galilei,foi um físico e matemático, que pode ser considerado como personalidade fundamental na revolução científica. Foi o mais velho dos sete filhos do alaudista Vincenzo Galilei e de Giulia Ammannati. Viveu grande parte de sua vida na cidade italiana de Pisa e em Florença.

Em seus trabalhos, *Duas novas ciências,* um tratado sobre dinâmica, aplica o termo “infinitamente pequeno” a um ponto de fantasia e cita que é fácil decompor um segmento de reta em infinitas partes. Para tal, basta flexionar este segmento pra que forme um círculo. Observemos que, caso formemos um quadrado estamos dividindo o segmento em quatro partes, para um pentágono estamos o dividindo em cinco partes, para um icoságono estamos o dividindo em vinte partes, como um círculo é um polígono com infinitos lados estaríamos dividindo o segmento em infinitas partes.

É sabido que Galileu desejava publicar um tratado sobre infinito, entretanto tal tratado nunca foi encontrado, talvez nem tenha sido publicado. Um de seus discípulos, Cavaliere, estimulado pelos estudos de Galileu e Kepler, publicou em 1635, *Geometria indivisiibilibus continuorum*, que fala sobre uma área poder ser pensada como indivisíveis e que um volume pode ser pensado como um composto de áreas que são volumes indivisíveis.

O surgimento da Geometria Analítica

Descartes foi um filósofo, matemático e fisiologista, que também se formou em direito, mas nunca exercera a profissão, francês ele é considerado o pai da matemática e da filosofia moderna. Nasceu na cidade francesa de La Haye, província de Touraine, em 1596. Seu pai era advogado, juiz, conselheiro do parlamento da província de Rennes. A mãe de Descartes morreu quando ele tinha apenas um ano.

Em novembro de 1619, Descartes tem três sonhos que ele próprio interpreta como uma premunição de seu destino: inventar uma "ciência admirável", na qual estariam unificados todos os conhecimentos humanos. A partir de então, passa a redigir vários esboços e mesmo obras que não chegou a publicar em vida. Algumas se perderam.

Entre 1629 e 1633, Descartes redige o Tratado do Mundo, mas não o publica por receio da Inquisição, que acabara de condenar Galileu. A primeira obra de Descartes teve como título “Essays Philosophiques”. A introdução ficou mais famosa que a própria obra: O discurso do método, onde, na quarta seção, encontra-se sua frase mais famosa - "Penso, logo existo".

O estudo da quadratura de curvas se potencializou com o surgimento da geometria analítica por volta de 1628, não sendo possível precisar o ano de tal invenção, mas podemos ler em vários historiadores que ocorreu próximo a esse período, segundo Boyer (74, p.247) “Se Descartes em 1628 estava ou não em completa posse de sua geometria analítica não é claro, mas a data efetiva da invenção da geometria cartesiana não pode ser muito posterior a isso”. Pode-se ler também em STWERT (2007, p.93)

> En 1628 Descartes se estableció en Holanda, y comenzó su primer libro, Le monde ou Traité de la Lumière, sobre la física de la luz. La publicación fue retrasada cuando Descartes se enterró del arresto domiciliario de Galileo Galilei yy sintió miedo. El libro se publicó, de forma incompleta, duespués de su mueerte, en 1637: Discours de la Méthode.

Assim, a partir desse período a matemática ganhara uma ferramenta para resolução dos problemas de quadratura, abrindo a possibilidade de se criar um algoritmo que pudesse ser usado para o cálculo da quadratura da hipérbole.

Com a geometria analítica se tornou possível representar as hipérboles (curvas que os gregos trataram como secções de um cone duplo) como uma equação quadrática. Percebemos que existe uma característica bem peculiar na hipérbole em relação ao círculo e a elipse. Uma hipérbole é uma curva que segue ao infinito.

A grande sacada da geometria cartesiana foi a possibilidade de revelar a unidade algébrica relacionada com as seções cônicas (curvas que os gregos haviam construído como seções de um cone duplo). Fazendo uso dela se tornou possível identificar por uma relação única o par ordenado que representa um ponto desejado ou até qual equação algébrica representa uma curva.

Pierre de Fermat

Pierre de Fermat foi um jurista Francês, servidor público nomeado conselheiro do parlamento de Toulouse, nascido em 1601, filho de um rico mercador de peles. Tinha por hobby formular problemas matemáticos dos quais quase nunca apresentava as soluções para desafiar que matemáticos profissionais de sua época os resolvessem. Fermat apesar de não ser matemático de ofício publicou vários trabalhos sobre matemática além de alguns não publicados como em 1629 quando descreveu as suas ideias num trabalho não publicado intitulado *Introdução aos lugares geométricos planos e sólidos*, que circulou na sociedade francesa apenas na forma de manuscrito e é considerado por alguns historiadores como a invenção da geometria analítica.

Fermat estava interessado na quadratura de curvas que correspondem a equação $y = x^n$, na qual tem-se n como inteiro positivo. Ele fez a aproximação para áreas de curvas desse tipo usando uma série de retângulos os quais tem suas bases formando uma progressão geométrica, de forma bastante semelhante ao método da exaustão, porém Fermat não se intimidou a recorrer a uma série infinita.

Modificando ligeiramente seu procedimento, Fermat mostrou que caso usasse um valor menor que zero para o n, considerando os valores de x maiores que zero obtem-se uma curva do tipo $y = \frac{1}{x^n}$, ou seja, obteremos uma hipérbole generalizada, e mesmo assim poderemos fazer sua quadratura.

Newton e Leibniz

Isaac Newton foi um inglês nascido no dia de natal justamente no ano do falecimento do Galileu Galilei (1642). Estudou durante grande parte de sua infância na escola da vizinhança até que um tio por parte de mãe, que havia estudado em Cambridge convenceu sua mãe de matriculá-lo na mesma escola, estudando de acordo com o currículo tradicional, com abordagem muito forte aos idiomas e a religião. Pouco se sabe sobre o que possa o ter motivado para estudar matemática.

Por volta de 1664 Newton começou a estudar Matemática. Sua primeira grande descoberta foi a expansão do binômio $(a + b)^n$, e ao aplicar a fórmula de Fermat a cada termo de uma dessas séries ele conseguiu fazer a quadratura de várias curvas. Outro estudo feito por Newton foi sobre a taxa de variação ou fluentes, tais como as grandezas comprimento, volume, tempo, temperatura, etc. Tais estudos foram aprofundados após ter passado um período, por volta de 1666, em casa pelo fato do Trinity College ter sido fechado devido à peste.

Neste estudo sobre taxas de variações Newton abordou as *taxas de mudança* de uma quantidade variável, pois sabemos que grande parte dos fenômenos físicos existentes estão relacionados a quantidades (grandezas) variáveis, aquelas que estão modificando seus valores o tempo todo. Para se referir a estas quantidades variáveis Newton usou o termo *fluente.* E para se referir a taxa de mudança deste fluente Newton usou o termo *fluxão*. Podemos especular que na mente de Newton o mundo se comportava de maneira dinâmica. Tal preocupação o levou a elaborar, mais tarde, uma lei que relaciona o movimento de todo universo (A lei da gravitação).

A ideia de Newton sobre o cálculo se baseava no seguinte: Inicialmente precisava considerar duas grandezas que se relacionavam de acordo com uma equação, tal equação é representada, por uma curva, no plano cartesiano, em seguida ele considerava um ponto genérico, móvel $P(x,y)$ pertencente a curva que representa a equação. À medida que o ponto P se desloca sobre a curva o valor de xe y variam continuamente, e considerando que o tempo "*fluindo*" a uma taxa uniforme (fluente), ele partiu para encontrar as taxas de variações de x e y (a fluxão).

Em seus trabalhos Newton deu vários exemplos de como se aplicar seu "*método das fluxões"*, mostrando inclusive que tal método é extremamente generalizado sendo possível aplicá-lo a quaisquer duas grandezas que se relacionem de acordo com uma equação. Mesmo não pensando que x e y variassem com o tempo, ele considerou uma interpretação totalmente geométrica de suas fluxões, tornando-a independente do tempo. Fazendo aplicações numerosas nas quais calculava inclinações de curvas, seus pontos mais altos e baixos (máximos e mínimos), pontos de inflexão, linhas tangentes. Atualmente chamamos este processo de *derivação* e a fluxão de uma função de *derivada.*

Newton criou o método de calcular o fluente, atualmente conhecido como processo de *integração indefinida* ou *antidiferenciação.* Podemos dizer que a invenção do cálculo foi a maior contribuição dada a matemática desde a reunião da estrutura da geometria clássica, feita pelo grande Euclides de Alexandria em seu livro *Elementos.*

O alemão Gottfried Wilhelm Leibniz, nascido no dia primeiro de Julho de 1646, na cidade de Leipzig, foi um filósofo, cientista, matemático, diplomata e bibliotecário que estudou teologia, direito, Filosofia e Matemática na Universidade é considerado, por alguns historiadores, como o último dos sábios a conseguir conhecimento universal.

Entre suas várias contribuições para matemática, devemos incluir além do cálculo, trabalhos em análise combinatória, o primeiro sistema de numeração binária e a invenção de uma máquina de calcular capaz de soma e multiplicar.

Por volta do ano de 1675, Leibniz chegou ao seu cálculo diferencial e integral chegando a ter um sistema plenamente funcional por volta do ano de 1677. É fato que a abordagem feita por Leibniz desde sempre fora puramente diferente da feita por Newton, pois Leibniz apoiou suas ideias na filosofia criando assim um modelo muito mais abstrato. A ideia era usar diferenciais (pequenos valores acrescidos aos valores de x e y).

Leibniz usou a notação dy/dx e pensou nela como a proporção entre dois pequenos acréscimos, que hoje em dia chamamos de *quociente diferencial*. Nessa abordagem a ideia de limite se tornou fundamental para definição da inclinação, ou taxa de variação de uma função, porém na época de Leibniz o conceito de limite ainda não havia surgido. Tal fato causou muita confusão e colocou em xeque as bases do cálculo diferencial.

A integração feita por ele também diferia da dada por Newton nos seguintes aspectos. Primeiro na questão da notação, segundo no fato de Newton olhar para diferenciação como o processo inverso da diferenciação, e Leibniz olhar para, por exemplo, um problema de calcular área sob o gráfico de uma função, de tal maneira como uma soma da área de várias faixas estreitas de largura dx e alturas y, variando com x de acordo com a equação $y = f(x)$. Somando as áreas das faixas ele obteria a área sob o gráfico de $f(x)$:$A = \int y dx$.

Leibniz com seu jeito de ser bem mais aberto que Newton enviou uma carta para Newton por intermédio de Henry Oldenburg (ele era o elo de comunicação entre Leibniz e Newton, levando e trazendo suas correspondências), na qual fazia um pedido de mais detalhes sobre o métodos dos fluentes. E Newton respondeu enviando um anagrama (forma de codificar uma mensagem e fazer com que não consigam decifrá-la), que mais tarde serviria como argumento na disputa pela invenção.

Logo após Leibniz envia para Newton um resumo completo de seu cálculo diferencial, esperando talvez que Newton fizesse o mesmo, porém isso só aumentou a desconfiança de Newton do perigo de sua invenção ser roubada. Durante muitos anos a relação entre eles se torna difícil com muitas acusações de um ter copiado as ideias do outro.

Mesmo após a morte de Newton e Leibniz muitas pessoas continuavam entrando nessa discussão, porém o impacto causado por suas publicações causaram impactos diferentes no ambiente acadêmico que atingiram. Na Inglaterra, devido a grandiosa fama de Newton, poucos matemáticos tomaram coragem de estudar o cálculo, entretanto na Alemanha o cálculo de Leibniz ganhou forte apoio da família Bernoulli, que o espalhou por toda Europa chegando a muitos matemáticos dentre os quais Guillaune François Antoine L'Hospital autor do primeiro livro texto sobre o assunto.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O nível de evolução da raça humana, através dos tempos, sempre esteve relacionado com a capacidade de adquirir e transmitir conhecimentos, isto é, aprender e ensinar. Nesse contexto, vislumbrando uma oportunidade diferenciada para investigar outras conexões entre conteúdos tradicionalmente estudados, quer sejam nas séries de ensino fundamental, médio ou nos cursos de graduações, refletiu-se neste trabalho sobre uma importante ferramenta do Cálculo Diferencial, a derivada. Entendeu-se como uma característica inerente às atividades de ensino de um educador em matemática, a busca permanente pela aplicação dos conteúdos ensinados em qualquer período da formação acadêmica. O curso de graduação em Matemática deve ser um período onde o estudante, futuro professor, receba uma formação eclética que proporcione o aprofundamento dos conhecimentos e possibilite sua interação com os diversos meios educacionais, sociais, etc.

Visto por outro ângulo, a aproximação entre conteúdos estudados no ensino de nível médio através de uma ferramenta disponibilizada no semestre inicial dos cursos de graduação em Matemática, serve também, para sublinhar os componentes onde a aprendizagem deve ser significativa, uma vez que serão utilizados no desenvolvimento de operações mais complexas, a exemplo da derivada de uma função e suas aplicações. Ensinar é mostrar que o que está sendo ensinado pode se converter em oportunidades logo adiante, nas ocorrências diárias, na escola, na saúde, na segurança, nos meios de transportes, na economia, nos esportes, na política, etc.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AABOE, Asger. **Episódios da história antiga da matemática**. Tradução: João Bosco Pitombeira, Rio de Janeiro-RJ. Editora: SBM, 2013.

- ÁVILA G. **Evolução do conceito de função e de integral**. In: publicação da Sociedade Brasileira de Matemática. p. 14-46, julho 1985, São Paulo.

- BOYER, Carl Benjamim. **História da matemática**. Tradução: Elza Gomide, São Paulo-SP. Editora: Edgard Blucher LTDA, 1974;

- BRASIL; MEC, SEB**; Orientações Curriculares para o Ensino Médio, Ciências da natureza, Matemática e suas Tecnologias**, Brasília: MEC. SEB, 2006

- SINGH, Simon; **O Último Teorema de Fermat: a história que confundiu as maiores mentes do mundo durante 358 anos.** Tradução: Jorge Luiz Calife. 3ª edição. Rio de Janeiro. Editora Record, 2008.

- STWERT, Ian. **Historia de las matemáticas en los últimos 10.000 años.** Barcelona**.** Editora Crítica, 2007.