



A SEQUÊNCIA FEDATHI NA RESOLUÇÃO DE SISTEMAS DE EQUAÇÕES LINEARES

Francisca Cláudia Fernandes Fontenele; Hermínio Borges Neto

Universidade Federal do Ceará, claudia@multimeios.ufc.br
Universidade Federal do Ceará, herminio@multimeios.ufc.br

Resumo: Este artigo traz um relato de experiência vivenciado numa aula sobre resolução de sistemas de equações lineares, cujo objetivo é apresentar e discutir a aplicação de uma proposta metodológica de ensino, baseada na Sequência Fedathi, verificando a mediação docente ao abordar o conteúdo. A coleta dos dados se deu por meio de observação direta, de modo que as análises seguiram as etapas da Análise de Conteúdo, numa abordagem qualitativa. Os resultados mostraram que o professor abordou a resolução de sistemas de equações destacando o raciocínio matemático por trás da técnica de resolução. Com isso, seu propósito foi ensinar seguindo uma construção lógica, que culminou numa sistematização formal do conteúdo, a partir dos passos realizados para resolver o sistema linear trabalhado durante a aula. Concluímos que o ensino baseado nessa construção pode estimular o raciocínio matemático do aluno, pois o faz pensar a matemática para além da repetição da técnica. Desse modo, a Sequência Fedathi se mostrou uma proposta promissora para ensino do assunto em questão.

Palavras-chave: Sequência Fedathi, sistemas lineares, metodologia de ensino.

Introdução

O presente artigo traz um relato de experiência vivenciado numa disciplina de Álgebra Linear, ministrada no curso de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, cujos discentes são professores de matemática da Educação Básica. O professor da disciplina ao abordar o conteúdo de sistemas de equações lineares, suscita reflexões sobre a maneira como este conteúdo tem sido ensinado e sugere uma proposta metodológica de ensino para trabalhar este conteúdo na Educação Básica.

Esta proposta se baseia na Sequência Fedathi (SOUSA et al., 2013) cujos pressupostos teórico-metodológicos se estruturam em quatro etapas: *tomada de posição*, *maturação*, *solução* e *prova*, que visam proporcionar um ambiente de ensino e aprendizagem que possibilite a ação investigativa do estudante em sala de aula, seja resolvendo as atividades, discutindo as soluções encontradas ou mesmo verificando a formalização dos conteúdos propostos pelo professor. Assim, possibilita que o aluno adquira uma maior autonomia frente aos novos conhecimentos.

Na *tomada de posição* o professor lança o desafio ao aluno, seja uma pergunta, um problema ou atividade desafiadora. Na *maturação*, os



III CONEDU

CONGRESSO NACIONAL DE
E D U C A Ç Ã O

alunos devem se debruçar sobre o problema e tentar traçar estratégias para resolvê-lo. Na solução os alunos apresentam para o professor e para a turma a resolução do problema. Por fim na *prova* que é a fase em que o professor valida as respostas, o conteúdo é formalizado matematicamente, sendo também o momento de esclarecimento de possíveis dúvidas. Tais etapas ou fases não ocorrem de forma estática e exigem a adoção de uma postura docente reflexiva e ao mesmo tempo provocadora, no sentido de suscitar no estudante as dúvidas e desequilíbrios necessários à compreensão dos conteúdos abordados em sala de aula.

Nesse sentido, o papel do professor supera a postura de transmissor de informações e conhecimento, passando a assumir um caráter interpretativo que o coloca como mediador do processo de ensino e aprendizagem, “sendo uma ponte entre o conhecimento sistematizado, os saberes da prática social e a cultura onde acontece o ato educativo, incluindo as estruturas sociocognitivas do aluno”. (CUNHA, 2000, p. 85). Este perfil docente exige reflexão constante sobre a prática e a busca permanente por diferentes estratégias e recursos de ensino que possam proporcionar um ambiente favorável ao desenvolvimento das competências necessárias à formação dos estudantes.

É nesse ambiente investigativo que o professor aborda a resolução dos sistemas de equações Lineares, que além de fazer parte dos conteúdos da Álgebra Linear, no ensino superior, também está presente na matriz curricular do ensino fundamental e médio. Os livros didáticos geralmente trazem diferentes métodos de resolução de sistemas de equações para serem abordados com os estudantes, tais como: substituição, adição, comparação, escalonamento, entre outros. Porém, se questiona as vantagens de se estudar tantos métodos, sendo que nem todos são vantajosos para se resolver qualquer tipo de sistema. O método da substituição e da adição, por exemplo, se limitam a sistemas pequenos. A regra de Cramer também tem desvantagens, principalmente, para trabalhar com sistemas maiores que um 3×3 .

Segundo Lima et al. (2006) o escalonamento ou eliminação gaussiana é o método mais simples e eficiente para resolver sistemas de equações. Anton e Rorres (2001) têm a mesma visão, incluindo o método de Gauss-Jordan, que evita o uso da retro-substituição e pode ser mais eficiente quando se resolve manualmente sistemas pequenos.

Entretanto, o problema central é a forma como o conteúdo tem sido repassado nas escolas. O ensino convencional tem dado mais ênfase ao domínio de técnicas de resolução do que aos procedimentos que justificam estas técnicas, reforçando a visão da matemática como um corpo de conhecimento pronto e acabado. Mais do que aprender regras é importante que o aluno compreenda a essência do conteúdo e/ou procedimentos por trás das técnicas e fórmulas.



III CONEDU

CONGRESSO NACIONAL DE
E D U C A Ç Ã O

Por exemplo, nos sistemas lineares antes de dominar as regras das técnicas de resolução, o aluno precisa compreender o conceito de sistema equivalente e suas implicações para o processo de resolução do sistema. No entanto, muitas vezes este conceito passa despercebido no ensino, pois o foco recai sobre as regras algorítmicas sem se questionar o mecanismo que as sustenta. Nesta aula o professor da disciplina chama atenção para este fato.

Desse modo, neste trabalho temos como objetivo apresentar e discutir uma aplicação da Sequência Fedathi no ensino de resolução de sistemas de equações lineares, verificando em especial a mediação docente ao abordar o conteúdo. Com isso, discorreremos sobre suas principais características e contribuições à prática docente.

Metodologia

A aula na qual relatamos esta experiência se deu na disciplina de álgebra linear do curso de Mestrado Profissional em Matemática – PROFMAT. Aconteceu no dia 09/04/16 e teve 3 horas de duração. A turma era composta por 13 alunos. O professor da disciplina é doutor em Matemática e pós-doutor em Educação Matemática, tendo mais de vinte anos de experiência no uso da Sequência Fedathi.

Numa abordagem qualitativa e por meio de observação direta, registramos a aula em áudio, vídeo e diário de campo. Após a coleta dos dados, realizamos a transcrição, retextualização e análise das informações, seguindo a técnica da Análise de Conteúdo, de Bardin (2004?). As categorias eleitas para análise dos dados estão descritas no Quadro 1.

Quadro 1 – Categorias eleitas para descrição do uso da Sequência Fedathi

| SEQUÊNCIA FEDATHI (SF) | | |
|--|---------------------------------|---|
| Categorias de Análise | Subcategorias de Análise | Significados da Análise |
| Tomada de posição Maturação Solução Prova | Atitude docente | Elementos presentes no processo de ensino que descrevem as características principais de como acontece cada fase da SF. |
| | Discurso | |
| | Questionamentos | |
| | Estratégias didáticas | |
| | Situações/atividades propostas | |

Fonte: Pesquisa direta.

O objetivo da aula era abordar resolução de sistemas de equações. Como o público alvo era composto por professores de matemática da Educação Básica, foi conduzida de modo a levar os alunos a refletir sobre a forma como os

(83) 3322.3222

contato@conedu.com.br

www.conedu.com.br



conteúdos matemáticos são geralmente abordados em sala de aula. A seguir temos a descrição e discussão da aula.

Resultados e discussão

Ao iniciar a aula o professor retoma o assunto trabalhado na aula anterior, relacionando-o, a resolução de sistemas de equações. Enfatiza a importância de se pensar o ensino na perspectiva de trabalhar com foco no raciocínio matemático do aluno. Faz uma *tomada de posição* ao apresentar à turma um sistema linear e chamar um aluno a lousa para resolver. Como os alunos eram professores de matemática, não houve a necessidade de contextualizar o problema. Um aluno prontamente se propõe a resolver na lousa e questiona qual método deve usar. O professor fica quieto, não sugere nenhum método. Assim, o aluno escolheu, livremente, o método da adição, chegando ao seguinte resultado, ilustrado na Figura 1:

Figura 1 - Resolução efetuada pelo discente usando o método da adição.

$$\begin{cases} x + y = 36 & (1) \\ x - y = 2 & (2) \end{cases}$$

Método da adição: somando membro a membro (1) + (2), temos:

$$2x = 38$$

$$x = 19$$

Substituindo $x = 19$ em (2):

$$x - y = 2$$

$$19 - y = 2$$

$$y = 17$$

Fonte: Pesquisa direta.

O professor questiona a turma se está correta esta resolução. Os alunos afirmam que sim. O professor afirma que não. Os alunos riem. O professor insiste que está errado. Depois confirma estar correto, porém, enfatiza que o procedimento de resolução não está. O erro está no método escolhido. Esta observação causa estranhamento na turma, porém, essa situação provocada pelo docente teve justamente a intenção de chamar a atenção dos alunos para o procedimento de resolução adotado. Ao afirmar que o aluno errou, tendo este claramente acertado a questão, o professor provoca a dúvida, faz os alunos reverem seus conceitos. Pararem para pensar sobre a situação colocada.

O momento de resolução caracterizou as fases de *maturação* e *solução* da Sequência Fedathi. Estas foram essenciais para que o docente prosseguisse, pois ele partiu da solução do aluno para fazer a turma pensar sobre ensino e mediação



docente. O professor prossegue tentando esclarecer porque considera que houve erro.

Com base na resolução do aluno, o professor critica o método da adição afirmando que ao somar os membros se reduz o sistema a uma equação. Porém, um sistema não pode ser uma equação. Nesse ponto destaca o conceito de equivalência, mais especificamente, sistemas equivalentes, que embora muito importante, passa despercebido e pouco se explora com os alunos na educação básica. O professor reescreve o sistema na lousa, seguido de sistemas equivalentes, como mostra a Figura 2:

Figura 2 - Sistemas equivalentes

$$\begin{cases} x + y = 36 \\ x - y = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} x + y = 36 \\ 2x + 0y = 38 \end{cases} \quad \begin{cases} x + y = 36 \\ x + 0y = 19 \end{cases}$$

Fonte: Pesquisa direta

Ao reescrever, explica a importância de se abordar sistemas equivalentes e compara com o método da adição. Ao explicar o assunto, descreve como os professores deveriam fazer ao ensinar este conteúdo na educação básica. Ressalta que, nesse caso, quando forem ensinar a seus alunos, deve ficar claro para os discentes que houve a soma das equações, porém, que essa soma resultou num sistema equivalente ao primeiro, tendo, portanto, ambos a mesma solução. Enfatiza que o aluno precisa saber que pode substituir um sistema pelo outro. Em seguida explora mais os sistemas equivalentes. Destaca a importância da ordem de x e y para que o sistema continue equivalente, e, enfatiza que ao operar com as equações, as variáveis permanecem inalteradas, o papel de x e y é só posicional, então, pode ser escrito conforme mostra a Figura 3:

Figura 3 – Comparação dos sistemas e matrizes

$$\begin{cases} x + y = 36 \\ x - y = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} x + y = 36 \\ 2x + 0y = 38 \end{cases} \quad \begin{cases} x + y = 36 \\ x + 0y = 19 \end{cases}$$
$$\begin{matrix} 1 & 1 & 36 \\ 1 & -1 & 2 \end{matrix} \quad \begin{matrix} 1 & 1 & 36 \\ 2 & 0 & 38 \end{matrix} \quad \begin{matrix} 1 & 1 & 36 \\ 1 & 0 & 19 \end{matrix}$$

Fonte: Pesquisa direta

Com isso o docente destaca que está trabalhando somente com o essencial, ou seja, com a essência da resolução de sistemas de equações lineares, que no caso, é o conceito de sistemas equivalentes. O procedimento foi substituir o sistema inicial por sistemas equivalentes. Feito isso, o professor passa a sistematizar



III CONEDU

CONGRESSO NACIONAL DE
E D U C A Ç Ã O

os passos realizados comparando com o que o aluno fez inicialmente. Faz isso perguntando a turma o que foi feito, até chegar a:

- 1) Somar a primeira linha com a segunda;
- 2) Dividir a segunda linha por 2;
- 3) Subtrair a segunda linha da primeira.

Dessa sistematização o professor chega, também com auxílio dos alunos, nas operações elementares:

- i) Adicionar uma linha a outra;
- ii) Multiplicar uma linha por uma constante não-nula;
- iii) Trocar uma linha com outra

O professor finaliza a abordagem destacando, novamente, que trabalhou somente o essencial do conteúdo e depois disso é preciso agilizar, tornar mecânico. Nesse ponto fala do método de escalonamento de Gauss e a necessidade de se aprender a técnica. Destaca ainda que o escalonamento é mais eficiente que outros métodos para resolver sistemas lineares e que este deveria ser abordado desde o ensino fundamental, sem que se fale em matrizes, pois com ele é possível se resolver qualquer sistema de equação linear, e ainda se pode discutir o sistema. Assim, o professor realizou a fase de *prova*, formalizando o assunto. Em seguida, passa exercícios do livro para os alunos resolverem e apresentar as soluções na lousa.

Ao abordar a resolução de sistemas de equações lineares com ênfase no conceito de sistemas equivalentes e destacar o método de eliminação de Gauss como o mais eficiente, o docente corrobora com Lima et al. (2006) que afirma que: “O método mais eficiente para resolver sistemas é o do escalonamento, ou eliminação gaussiana. Ele é elementar, consagrado por seu uso secular e, ao mesmo tempo, atual”. (p. 118).

Se fosse uma aula cuja metodologia se baseasse apenas na reprodução de conteúdo, a técnica do escalonamento seria diretamente apresentada e ensinada passo a passo, partindo da definição, não havendo, portanto, oportunidade de compreensão da matemática por trás da técnica. Com a Sequência Fedathi o foco foi no raciocínio matemático, que era a base da técnica, proporcionando o diálogo constante durante a abordagem do conteúdo, sendo que os alunos não se limitaram a ouvir passivamente.

O Quadro 2 traz um resumo das fases da Sequência Fedathi adotada como metodologia nesta aula:

| Fase | Resumo das ações realizadas |
|------|-----------------------------|
|------|-----------------------------|

(83) 3322.3222

contato@conedu.com.br

www.conedu.com.br



III CONEDU

CONGRESSO NACIONAL DE
E D U C A Ç Ã O

| | |
|--------------------------|---|
| Tomada de Posição | Após falar da importância de se ensinar com foco no raciocínio matemático, o professor apresenta a seguinte questão: Dois conjuntos cuja soma é 36 e a diferença é 2. Quais são os dois conjuntos? |
| Maturação | Aluno resolve o sistema linear usando o método da adição. |
| Solução | O professor questiona o método utilizado e com base na solução do aluno vai construindo um método de resolução de sistemas de equações baseado no conceito de sistemas equivalentes, relacionando o saber antigo ao saber novo. |
| Prova | O professor com auxílio dos alunos sistematiza os passos realizados, formalizando as operações sobre as linhas de uma matriz. Somente ao final fala do método do escalonamento. |

Quadro 2 - Resumo da aplicação da Sequência Fedathi

Fonte: Pesquisa direta

Conclusão

A experiência descrita traz uma aula sobre resolução de sistemas de equações lineares mediada segundo os pressupostos teórico-metodológicos da Sequência Fedathi. Com base no conceito de sistemas equivalentes, o professor conduziu a aula de modo que pudesse ao final deduzir as operações elementares sobre as linhas de uma matriz, contando com a participação ativa dos alunos o tempo todo.

No decorrer da aula, se destaca a valorização do conhecimento prévio do aluno, instigado no momento em que o professor provocou a dúvida, para só então abordar o essencial, partindo do que os alunos já sabiam. Somente após se deduzir as operações elementares é que o professor falou explicitamente da técnica do escalonamento de Gauss.

Observamos ainda que para trabalhar o raciocínio matemático do aluno o professor abordou a resolução de sistemas de equações destacando o que está por trás da técnica de resolução. Com isso seu propósito foi ensinar seguindo uma construção lógica que culminou numa sistematização formal dos passos realizados para achar a solução do sistema linear apresentado na *tomada de posição*. O ensino com base nessa construção pode estimular o raciocínio matemático do aluno, pois o faz pensar a matemática para além da repetição da técnica.

Nesse sentido, a escolha da atividade proposta na *tomada de posição* foi determinante para alcançar o objetivo de ensino, uma vez que as características do conteúdo trabalhadas no decorrer da aula, foram consequências desta. Nesse caso, um aspecto relevante e que contribuiu para o êxito na abordagem do assunto em



III CONEDU

CONGRESSO NACIONAL DE
E D U C A Ç Ã O

questão, foi o planejar da aula em torno da exploração do conceito de sistemas equivalentes. Segundo Lima (2006, p. 119): “o método do escalonamento se baseia no fato de que todo sistema é equivalente a um sistema escalonado”. O professor da disciplina soube explorar isso a favor do ensino.

Portanto, um exemplo “mal” escolhido poderia deixar passar despercebidas partes importantes do assunto a ser explorado. Nesse caso, para que fosse feita a escolha “certa”, foi importante o foco na essência do conteúdo, ou seja, no conceito fundamental que precisava ser apreendido pelo aluno, a base para se compreender o assunto em questão. Desse modo, concluímos que a Sequência Fedathi se mostrou uma proposta promissora para ensino da resolução de sistemas de equações lineares, sendo imprescindível o planejamento de cada fase.

Agradecimentos

Agradecemos à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo apoio no desenvolvimento deste trabalho.

Referências

ANTON, Howard; RORRES, Chris. **Álgebra Linear com aplicações**. 8. ed. Porto Alegre: Bookman, 2001. Tradução de: Claus Ivo Doering.

BARDIN, Laurence. **Análise de conteúdo**. Lisboa: Edições 70, [2004?]. 281p.

CUNHA, Maria Isabel da. Ensino como mediação da formação do professor universitário. In: MOROSINI, Marília Costa (Org.). **Professor do ensino superior: Identidade, docência e formação**. Brasília: INEP, 2000. p. 45-51.

LIMA, Elon Lages et al. **A Matemática do Ensino Médio: volume 3**. 6. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2006.

SOUSA, Francisco Edisom Eugênio de et al (Org.). **Sequência Fedathi: uma proposta metodológica para o ensino de ciências e matemática**. Fortaleza: Edições UFC, 2013. 184 p.