



## **APLICAÇÕES COMO ATIVIDADE EXTRA: UMA ABORDAGEM POSSÍVEL NAS AULAS DE ÁLGEBRA LINEAR**

Mônica Paula de Sousa

*Universidade Federa Rural do Semi-Árido-UFERSA*

*monica.sousa@ufersa.edu.br*

Hortência Pessoa Rêgo Gomes

*Universidade Federa Rural do Semi-Árido-UFERSA*

*hortenciapessoa@ufersa.edu.br*

Rhuana Deniziane Hortência de Lima e Silva

*Universidade Federa Rural do Semi-Árido-UFERSA*

*Rhuana.lima@ufersa.edu.br*

Rosângela Paula de Sousa

*Universidade Federa Rural do Semi-Árido-UFERSA*

*laninha-tab@hotmail.com*

Otávio Paulino Lavor

*Universidade Federa Rural do Semi-Árido-UFERSA*

*otavio.lavor@ufersa.edu.br*

### **Resumo:**

A compreensão dos conceitos de álgebra Linear é essencial para auxiliar na aprendizagem dos alunos em cursos de Engenharias. Espera-se uma motivação para a prática discente e docente ao oportunizar uma nova perspectiva do ensino e aprendizagem desses conceitos via atividades extras voltadas às aplicações. E tendo em vista uma necessidade de motivação para um melhor entendimento, a prática docente considera possível oportunizar atividades extras que visem aplicações do conteúdo de álgebra linear. Neste contexto, este trabalho objetiva mostrar uma investigação de se inserir as aplicações dos conceitos de Álgebra Linear em outras áreas como atividade extra de pesquisa de forma a conhecer a origem histórica dos conceitos e sua relação com diversos assuntos, bem como proporcionar aos alunos situações nas quais estes sejam agentes formuladores de seu conhecimento. As investigações abordaram temáticas da Álgebra Linear na Ciência da Computação, nas Ciências Físicas e Biológicas, nas Ciências Sociais, nas Finanças, nos Negócios e na Genética. Os questionamentos incitavam a indagação de como surgiram os conceitos de álgebra linear e qual sua relação com os problemas em destaque. É possível observar que esta é uma atividade motivacional gerando mobilização, uma vez que todos os envolvidos fizeram a atividade. Além disso, os autores deste processo transmitem situações onde trabalham com informações teóricas de forma mais elaborada, bem como por situações que reconhecem a validade cultural do conhecimento adquirido e trabalhado. Com tudo isso, julga-se que se tem uma abordagem válida, que possibilita situações didáticas culminantes em contextos significativos.

**Palavras-chave:** Álgebra Linear; Aplicações; Atividades extras.



## INTRODUÇÃO

Como professores, procuramos sempre realizar uma educação significativa para nossos alunos. Daí lançarmos mão das várias teorias pedagógicas em busca de um aprimoramento da prática. Dessa forma, “vivemos... momentos históricos e para cada um deles, nós, os professores de sala de aula íamos criando maneiras de fazer o diálogo entre a realidade, as possibilidades concretas, e os nossos sonhos pedagógicos” (LIMA, 2002).

Por isso, entendendo a importância das pesquisas e uma reflexão em torno delas, surgiu uma inquietação em avaliar como aplicações em aula de Álgebra Linear deveriam ser bordadas de forma a motivar, sem que para isso se suprimisse conceitos inerentes à própria disciplina ou a construção da aplicação, visto que como afirma Silva (2015) não é possível planejar um programa de ensino, sem que se leve em consideração um “assincronismo” entre tempo didático, como descrito por Pais (1999):

“...aquele marcado nos programas escolares e nos livros didáticos em cumprimento a uma exigência legal. Ele prevê um caráter cumulativo e irreversível para o saber. Isso implica o pressuposto de que seja possível de alguma forma “enquadrar” o saber num determinado espaço de tempo (...). Seu compromisso está mais diretamente voltado para o texto do saber e para o cumprimento do programa do que para a aprendizagem em si”. (PAIS, 1999, p.31 apud SILVA, 2015, p. 94)

E o tempo de aprendizagem, que por outro lado:

“Trata-se de um tempo que não é sequencial e nem pode ser linear na medida em que é sempre necessário retomar as antigas concepções para poder transformá-las. Cada sujeito tem o seu próprio tempo de aprendizagem. Enquanto alguns aprendem rapidamente outros necessitam de um espaço de tempo maior”. (PAIS, 1999, p.31-32 apud SILVA, 2015, p. 92)

Assim, fruto dessa não linearidade, em uma experiência anterior com a disciplina de Geometria Analítica, surgiu à necessidade de fazer uma abordagem paralela, aqui descrita como atividade extra, que pareceu viável também para as aplicações nas aulas de Álgebra Linear, visto que o “assincronismo” descrito por Silva (2015) entre o tempo didático e o tempo de aprendizagem seria acrescido, pois se partiu do pressuposto de que:

“Na comparação entre esses dois tempos, devemos considerar que a temporalidade subjetiva jamais pode ser igualada às exigências do planejamento didático. São duas idéias que não podem ser identificadas e que marcam um ponto crucial no problema de avaliação.” (PAIS, 1999, p. 32 apud SILVA, 2015, p. 95)

Dessa forma, não só por ser uma exigência do programa do curso ou mesmo por ser uma disciplina destinada a um curso de Bacharelado em Ciência e Tecnologia, dito de primeiro ciclo, que visa ingressar em uma engenharia num segundo ciclo, as aplicações como atividade extra



perpassam uma questão a ser considerada: a apresentação do conteúdo num contexto significativo para ao aluno, ou seja, como destaca Freitas (1999), o envolvimento do aluno com o saber matemático dependerá da estruturação das diferentes atividades de aprendizagem através de uma situação didática.

E situação didática, segundo Brousseau (1986) descrito por Freitas (1999), é um conjunto de relações estabelecidas explícita ou implicitamente entre os alunos com determinado meio e sistema educativo com objetivos e instrumentos que visam possibilitar entre estes um saber construtivo ou em vias de construção.

Dessa forma, a atividade extra assim pensada estabelece relações explícitas do aluno com a construção de significação entre os conceitos próprios da Álgebra Linear e os inerentes a cada aplicação que passam a ser um saber construtivo.

Nesse contexto o professor, segundo Freitas (1999), deve efetuar a devolução (transferência de responsabilidade) de um bom problema e não a comunicação de um conhecimento. Desse modo, se faz necessário uma análise de certos tipos particulares de situações didáticas, que permitam a evolução das etapas percorridas entre a devolução do problema e a efetiva aprendizagem.

Nestas tem-se as situações *a-didáticas*, sobre as quais o professor não tem nenhum controle, momentos da aprendizagem nos quais o aluno trabalha de forma independente. Estas são de suma importância, pois o conhecimento adquirido é mérito do aluno, assim o professor deve trabalhar a atividade planejada no sentido de direcionar o aluno a situações *a-didáticas*.

E no caso da Matemática, o trabalho com situações-problemas seria “um caminho”, pois, como Freitas (1999) acredita, se torna evidente a concepção de aprendizagem, quando se analisam as situações didáticas relativas a estas.

Nesse contexto surge à necessidade de um ensino sistematizado, formal e pedagogicamente organizado, que tem início na escolha de um bom problema pelo professor em nível do conhecimento dos alunos e conduza a inerências dedutivas, indutivas e a informações mobilizadas pelo aluno, sem o controle explícito do professor, o que caracteriza as situações *a-didáticas*.

Assim, destaca Freitas (1999) que uma atividade matemática seria tão melhor quanto mais favorecesse ao aparecimento de situações *a-didáticas*. Com isso ver-se a possibilidade da existência de uma diversidade de níveis de elaboração dos conceitos, visto a variedade de alunos em uma turma, por exemplo.

Daí ver-se a necessidade de uma tipologia de situações didáticas, como foi feita por Brousseau e descritas por Freitas (1999) com o intuito de possibilitar uma análise de seus aspectos.



São elas as *situações em ação*, que se caracteriza pelas ações mais imediatas dos alunos e resultam na produção de um conhecimento mais operacional. As *situações de formulação*, onde ele trabalha com informações teóricas de forma mais elaborada, mas sem necessidade de justificação e controle das ações.

As *situações de validação*, cuja característica é a utilização de mecanismos de prova, de forma que o saber é utilizado com essa finalidade. E as *situações de institucionalização*, onde o aluno deve reconhecer a validade cultural do conhecimento trabalhado por ele, cabendo ao professor a organização de uma síntese desse conhecimento procurando elevá-lo ao status de saber.

Dessa forma, abordar as aplicações da Álgebra Linear nas mais diversas áreas como atividade extra, repassaria a turma, por meio da resolução de uma problemática via pesquisa bibliográfica, desde *situações em ação*, com os primeiros questionamentos, como ao por onde começar, até as *situações de institucionalização*, quando estes poderiam reconhecer nas conclusões das atividades a importância dos conceitos da disciplina nas aplicações abordadas.

Assim, o presente relato objetiva mostrar a investigação de se inserir as aplicações dos conceitos de Álgebra Linear em outras áreas como atividade extra de pesquisa, tendo como finalidade não agravar o distanciamento entre os tempos didático e de aprendizagem, bem como proporcionar aos alunos um meio de ação significativo, ou seja, situações didáticas nas quais estes sejam agentes formuladores de seu conhecimento, mobilizando-se a partir de tal atividade motivacional, usando aqui a concepção de Borges e Moretti (2016), onde:

“... para que um estudante mobilize-se para estudar Matemática, é necessário que ele lhe atribua um sentido como objeto a aprender, seja movido pela lógica, beleza, satisfação de saber, valorização social ou pela utilidade no trabalho.” (BORGES e MORETTI, 2016, p.489)

## **METODOLOGIA**

Como sujeitos no curso de Bacharelado em Ciência e Tecnologia da Universidade Federal Rural do Semi-Árido, curso este de ciclo básico, que visa ingressar em uma engenharia num segundo ciclo, surgiu-nos uma inquietação ao pensar uma abordagem para a disciplina de Álgebra Linear inserindo as aplicações nas engenharias dos conceitos da mesma, por saber que um objetivo específico do curso é “capacitar Bacharéis para o desempenho de funções onde se requer uma formação superior generalista, principalmente aquelas onde conhecimentos em Ciências Exatas são desejáveis” (UFERSA, 2014).

Tal inquietação não surgiu apenas pelo fato de ser uma exigência do programa do curso, mas também por se esperar que alunos ao ingressarem possam já estar intencionados em cursar uma



engenharia. Assim, não visando o ciclo básico como formação, viria a questionar o por que estarem estudando determinados assuntos, recaindo no cerne dessa inquietação, que nas palavras de Cabral e Baldino (2004) resulta de que:

“... o professor... continua entrando em sala de aula sem ter passado por qualquer reflexão didático-pedagógica, nem, muito menos, ter refletido ou sido informado sobre a necessidade da disciplina que leciona para a formação do futuro engenheiro”. (CABRAL e BALDINO, 2004, p. 140-141).

Fato que não concordamos em partes, visto que reflexão é parte intrínseca do processo de ensino-aprendizagem. Porém, há linhas metodológicas, e nessas pesquisas, aponta Borges e Moretti (2016) “procuram desvendar a atribuição de sentidos para a Matemática e seu ensino, mais pelo campo da importância social, profissional, do histórico escolar e do gosto, do que pela natureza do conhecimento matemático, sua linguagem e estrutura”.

Assim, tentando proporcionar um contexto significativo, que agregasse linguagem e estrutura da disciplina de Álgebra Linear à necessidade da mesma para formação de futuros engenheiro, iniciou-se a inserção de aplicações de seus conceitos, na medida do possível, como uma atividade extra de pesquisa, que se iniciaria no segundo mês do período letivo com previsão de conclusão no terceiro mês, uma vez que já se teria uma base inicial para o desenvolvimento de tal atividade.

Para desenvolvimento da atividade seriam disponibilizados questionamentos que deveriam ser respondidos por meio de produções acadêmicas, que tiveram estruturas distintas durante o período de análise da abordagem pedagógica.

Dessa forma, a investigação ocorreu durante três semestres, onde no primeiro a “atividade extra” abordou um poste ilustrativo com o objetivo de ilustrar a inserção da Álgebra Linear em diversos assuntos, no segundo abordou um resumo expandido objetivando conhecer a origem histórica dos conceitos e sua relação com diversos assuntos e no terceiro resultou em um relatório de pesquisa, que buscava elencar como tais conceitos eram utilizados nesses assuntos.

Aqui, os assuntos tinha foco direcionado para aplicações das áreas da Engenharia e as atividades eram desenvolvidas em equipes. Agregando ainda mais valores a tal abordagem, visto que dentre outras funções que o Bacharel do referido curso pode desempenhar “pode-se citar as profissões nos setores bancário, comercial e de serviços; o setor público, principalmente nos cargos administrativos; os cargos de gestão, em empresas de qualquer setor; e a prestação de serviços de apoio em Ciência e Tecnologia.” (UFERSA, 2014).



Nesse contexto, para avaliar se tal abordagem apresentaria um contexto significativo para o aluno, julgamos que a metodologia perpassaria a noção de “contexto significativo” via “noção de significado” descrita por Silva (2016)

“... que é entendida nos seguintes termos: o significado de um objeto é aquilo que o sujeito pode e efetivamente diz sobre o objeto numa dada atividade. Como consequência, produzir significados é produzir ações enunciativas sobre um determinado objeto no interior de uma atividade”. (SILVA, 2003, p.9 apud SILVA, 2016, p. 95)

Assim, as produções feitas nas atividades extras foram tomadas para avaliar se houvessem situações *a-didáticas*, proporcionando “contexto significativo”, utilizando como Silva (2016) a perspectiva de processo comunicativo presente no Modelo dos Campos Semânticos, cujos elementos constitutivos são: autor, texto e leitor.

Nessa abordagem, o autor é a equipe que produz a enunciação, no caso, a atividade extra, o leitor é os investigadores, que se propõem a produzir significados para os resíduos de enunciações, como as conclusões das atividades extras e, por fim o texto, que é entendido como a produção proposta na atividade.

## RESULTADOS E DISCUSSÃO

Inicialmente, a observação se pautou em verificar se, conhecer as aplicações dos conceitos em Álgebra Linear por meio de uma “atividade de pesquisa extra”, seria uma metodologia viável. Dessa forma, começou-se com três turmas de Álgebra Linear do período letivo 2014.2 na referida universidade.

Informou-se, já na primeira semana de aula a existência da atividade, acrescentando que a temática da mesma seria informada no primeiro dia subsequente a segunda avaliação, visto que se entendia necessária uma base teórica dos conteúdos estudados na disciplina para se trabalhar os temas indicados.

Assim, para essa primeira investigação, a proposta foi elaborar um pôster ilustrativo cujas temáticas foram: *Álgebra Linear na Ciência da Computação*, *Álgebra Linear nas Ciências Biológicas* e *Álgebra Linear nas Ciências Físicas* para a turma 01, com subtemáticas como da equipe 1, que foi a *Álgebra Linear na análise de rede*, da equipe 7 com a *Álgebra Linear no cruzamento de coelhos* ou da equipe 12 com a *Álgebra Linear na amplitude de uma onda de choque*, resultando em treze equipes de no máximo quatro membros.

**Figura 1: Algumas atividades extras da turma 01**



Nessa primeira observação nota-se ser uma atividade motivacional gerando mobilização, uma vez que todas as equipes fizeram a atividade. Além disso, o autor (a equipe) transmite através do texto (o pôster) ao leitor (investigador) que passou por *situações de formulação*, onde ele trabalha com informações teóricas de forma mais elaborada, bem como por *situações de institucionalização*, pois reconhece a validade cultural do conhecimento trabalhado e o torna o mais simples possível ao público de sua produção.

Nas turmas 02 e 03 com 13 e 10 equipes, respectivamente, as temáticas foram também *Álgebra Linear nas Ciências Físicas*, mas teve-se *Álgebra Linear nas Ciências Sociais*, *Álgebra Linear nas Finanças* e *Álgebra Linear nos Negócios*. As subtemáticas foram do tipo a *Álgebra Linear no calibre e perfuração de uma bala* para a equipe 1 da turma 02, a *Álgebra Linear no controle de estoque* para equipe 7 e a *Álgebra Linear no planejamento de produção de uma refinaria de petróleo* para a equipe 10 da turma 03.

Figura 2: Algumas atividades extras das turmas 02 e 03



Apesar de em ambas uma equipe não ter feito a atividade, pode-se ver um bom grau de aceitação e também mobilização, visto que os trabalhos apresentam estrutura similar as da turma 01, ou seja, as mesmas diretrizes que propiciam as situações *a-didáticas* observadas.

No período seguinte, 2015.1, o procedimento foi o mesmo. Contudo, a proposta foi elaborar um resumo expandido, cujas temáticas visavam destacar a historicidade da origem dos conceitos em *Álgebra Linear* aliado a sua relação com os conteúdos em aplicações.

As equipes também tinham no máximo quatro membros e foi desenvolvida em três turmas. Nela se disponibilizou uma problemática a ser esclarecida e também se avaliou a estruturação. Os questionamentos incitavam a indagação de *como surgiram as Matrizes e qual sua relação com "a*



*teoria de jogos*" para equipe 1 da turma 01, por exemplo, ou *como surgiram as Transformações Matriciais e qual sua relação com "mudança de coordenadas em sistemas de cores"* para a equipe 9 da turma 02, ou ainda *como surgiram os Sistemas Homogêneos e qual sua relação com "Equações químicas"* para equipe 3 da turma 03.

Mesmo com uma quantidade de equipes menor, seis na turma 01 e oito em cada uma das turmas 02 e 03 e uma desistência de sete equipes, pôde-se notar uma atividade motivacional gerando mobilização, isso por que nas conclusões dos resumos fica bem claro que o autor reconhece através do texto (resumo) a finalidade da atividade, como pode ser visto nos seguintes trechos:

“Essa discussão sobre a teoria dos jogos possibilitou-nos enxergar a relação existente entre ela e matrizes. (...) E com o vasto uso das matrizes no cotidiano das pessoas, conseqüentemente o aluno poderá compreender, com maior clareza, a imensa gama de aplicações que a matemática nos proporciona.” (Equipe da Turma 01)

“É interessante ressaltar a importância da apresentação das aplicações de um conteúdo teórico para motivar e ajudar na obtenção de conhecimento, além disso é necessário apresentar as origens dos conteúdos repassados, para que as pessoas possam entender o processo de produção do conhecimento, fazendo com que estas deem mais valor a ele.” (Equipe da Turma 03)

Também transmite ao leitor (investigador) durante a produção, que passou por *situações em ação*, quando ao iniciar as pesquisas buscam uma estruturação da problemática, obtendo um conhecimento mais operacional, por *situações de formulação*, quando se aprofunda e trabalha com informações teóricas de forma mais elaborada, mas sem necessidade de justificação e controle das ações ou por *situações de validação*, quando utiliza de mecanismos de prova. Sem deixar de notar as *situações de institucionalização*, quando nas conclusões reconhecem a validade cultural do conhecimento trabalhado.

E finalizamos com duas turmas no período 2015.2, onde a atividade propunha elaborar um relatório de pesquisa, cujo objetivo seria destacar a forma como se utiliza os conceitos da disciplina nas aplicações. Foram dez equipes tanto na turma 01, quanto na turma 02, com questionamentos indagando *como a multiplicação de matrizes é utilizada na Genética*, para a equipe 6 da primeira por exemplo, e *como as operações com matrizes são utilizadas na administração florestal* para a equipe 9 na segunda.

Nesse período tivemos apenas uma equipe que não fez a atividade e o nível de elaborações merece destaque, deixando perceptível, como desejado, o decorrer da pesquisa. Também, como nos períodos anteriores, transmite ao leitor (investigador) ter perpassado *situações em ação*, como destaca os seguintes trechos da equipe 3 da turma 02:



**III CONEDU**

CONGRESSO NACIONAL DE  
**E D U C A Ç Ã O**

“... devemos inicialmente ressaltar o que são transformações matriciais... Agora necessitamos de uma explanação do que viria a ser fractal (...) um fractal não pode ser explicitado com geometria clássica, onde estes são empregados na ciência, tecnologia e artes geradas por computador... Por este motivo torna-se extremamente interessante o estudo de criação e análise desses fractais.”

Bem como atingiu *situações de formulação*, pelo aprofundamento sem muita justificação e controle das ações, como visto na equipe 5 da turma 01:

“A álgebra linear contribui muito para utilização dessa tecnologia, bem como a teoria dos números, a aritmética modular e a matemática discreta, através de conceitos básicos destas podemos entender como mensagens são transformadas em códigos, podemos mostrar, como fizemos, que aplicando tais conceitos básicos conseguimos codificar e também decodificar, ou seja, criptografar.”

O interesse em justificar o método por meio de demonstrações mostra ter havido *situações de validação*, da mesma forma que *situações de institucionalização*, já que nas conclusões ver-se claramente a validade cultural do conhecimento trabalhado, objetivo principal da atividade extra, até mesmo reconhecendo a necessidade de mais maturidade de conceitos para se ter continuidade.

“A partir dos estudos realizados, podemos verificar que as Cadeias de Markov possuem uma ampla utilidade, visto que são utilizados nos mais variados contextos, tais como simulação ou análises de risco no mercado de ações,... Esses processos tem como base a utilização de sistemas lineares,... Entretanto não trata-se de um método de fácil compreensão, uma vez que aborda questões matemáticas muito complexas para o nível atual de conhecimento.” (Equipe 5 da turma 02)

Com tudo isso, julga-se que temos uma abordagem válida, que possibilita situações didáticas culminantes em contextos significativos, pois se pôde ver que o sujeito (discente) pôde e efetivamente disse (a necessidade da disciplina para formação do futuro engenheiro) o que se esperava compreender a cerca do o objeto (disciplina de Álgebra Linear) na mencionada atividade.

## CONCLUSÃO

Com essa investigação, pode se perceber que as aplicações como atividade extra de pesquisa realmente proporcionam situações *a-didáticas*, constituindo um “contexto significativo” para aulas de Álgebra Linear sem lhe diminuir a possibilidade de trabalhar a beleza da natureza de seu conhecimento matemático, sua linguagem e estrutura, visto que em cada período investigado houve um discente que manifestou interesse em trabalhar com Álgebra Linear em seu trabalho de conclusão de curso, e um destes efetivamente já o está fazendo, ou agravar o “assincronismo” considerado elencado por Silva (2015).

Além disso, proporcionou também destacar a importância de conhecer e avaliar as teorias que permeiam e norteiam as práticas em sala de aula e ver que não estamos condicionados a



constantes mudanças, uma vez que o presente artigo traz mais um contributo em um contexto típico de sala de aula, atividades extra de pesquisa, mas sim a constantes reflexões.

## REFERÊNCIAS

BORGES, P. A. P. e MORETTI, M. T. **A relação com o saber matemático de alunos ingressantes na universidade.** Educação Matemática Pesquisa, São Paulo, v. 18, n. 1, 485-510, 2016.

CABRAL, T. C. B e BALDINO, R. R. **O ensino de Matemática em um curso de engenharia de sistemas digitais.** In: CURY, Helena Noronha. Disciplinas matemáticas em cursos superiores: reflexões, relatos, propostas. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2004. p.41-62.

FREITAS, J. L. M. **Situações Didáticas.** In: MACHADO, Silva Dias Alcântara. et. ali. Educação Matemática – uma introdução. São Paulo: EDUC, 1999.

LIMA, M. S. L.. **Aprendendo didática (inclusive) com a própria história.** In: Lima, M. S. L.& Sales, J. O. C. Aprendiz da prática docente: a didática no exercício do magistério. Fortaleza: Edições Demócrito Rocha, 2002.

SILVA, Amarildo Melchiades da. **Sobre o assincronismo nos processos de ensino e de aprendizagem em uma sala de aula de matemática.** Revista de Educação, Ciências e Matemática, São Paulo, v. 5, n. 1, 92-102, 2015.

UFERSA. **Projeto Pedagógico do Curso de Bacharelado em Ciência e Tecnologia.** Pau dos Ferros: UFERSA, 2014. 170p.