

O APRENDIZADO DA MÚSICA

A PARTIR DE CONHECIMENTOS MATEMÁTICOS

Olívio Crispim de Medeiros ¹
Lusitônia da Silva Leite ²

RESUMO

Este texto é um recorte de um trabalho de conclusão de curso (TCC) de graduação em música e, o presente artigo tem como objetivo investigar de que maneira a Matemática, por meio dos princípios de contagem, pode contribuir para o ensino e a aprendizagem da Música. A pesquisa partiu da compreensão de que há uma relação intrínseca entre as duas áreas do conhecimento, especialmente a partir dos estudos de Pitágoras, que estabeleceu fundamentos matemáticos para a construção das escalas musicais. Ao explorar elementos como razão, proporção e frações, busca-se, para o presente texto, evidenciar como esses conceitos matemáticos se aplicam à organização dos sons e à estruturação rítmica e melódica. A abordagem adotada contempla uma análise teórica e interdisciplinar, demonstrando que a integração entre Matemática e Música favorece o desenvolvimento do raciocínio lógico, da sensibilidade auditiva e da criatividade dos estudantes. O estudo é de cunho qualitativo, com ênfase em revisão bibliográfica e análise interpretativa de materiais teóricos que dialogam com a interdisciplinaridade entre Matemática e Música, tendo como obra norteadora o livro “Matemática e Música” de Abdounur(2015). A pesquisa também considera relatos de outras investigações, as quais abordam que o conhecimento matemático é utilizado como recurso facilitador na compreensão de conceitos musicais. Os resultados apontam que o ensino musical pode ser significativamente enriquecido quando articulado com saberes matemáticos, promovendo uma aprendizagem mais contextualizada, reflexiva e criativa.

Palavras-chave: Matemática, Música, Pitágoras, Escalas Musicais, Interdisciplinaridade.

1. INTRODUÇÃO

É sabido por muitos, que Pitágoras desenvolveu grandes contribuições para a Matemática, especialmente na área da Geometria, contribuições estas que se supõe já ser do conhecimento de muitos alunos que ingressam no Ensino Médio. Mas será do conhecimento de tantas pessoas que ele foi um grande contribuidor também na área da música? No presente trabalho pretende-se estabelecer uma relação harmoniosa entre a Matemática e a Música mostrando como a primeira pode interferir na aprendizagem da segunda.

¹ Graduado do Curso de Ciências/Matemática e em Música Licenciatura da Universidade Estadual do Maranhão – UEMA, mestre em Matemática Universitária da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” – UNESP, occrispim@gmail.com.br;

² Graduada do Curso de Ciências/Matemática da Universidade Estadual do Maranhão – UEMA, Mestre em Educação Ciências e Matemática pela Universidade Federal do Goiás – UFG, Doutora em Educação Ciências e Matemática pela Universidade Federal do Mato Grosso – UFMT, lusitonialeite@professor.uema.br.

No tocante aos objetivos, tem-se como objetivo geral levantar informações didáticas-pedagógicas acerca de como a Matemática pode auxiliar no processo de aprendizagem da Música. Entre os objetivos específicos, destacam-se: Levantar fatos históricos sobre Pitágoras e a área da Música; Proporcionar um estudo interdisciplinar entre essas duas áreas do conhecimento humano e Entender como Pitágoras chegou a determinar a escala musical a partir do seu monocórdio.

Sabendo da importância e a cobrança, em termos didático-pedagógico, especialmente nesse século, para se trabalhar uma disciplina com o envolvimento de outras, será de suma importância a sua investigação e em que contextos isto pode acontecer entre essas duas áreas.

Por fim, pode-se dizer que este trabalho poderá produzir bons resultados, se explorado juntos a alunos da Educação Básica, por profissionais competentes, com a hipótese de se poder explorar os conteúdos de Matemática com conceitos oriundos da música ou vice-versa, citando por exemplo o ensino de frações e medidas usuais oriundas do sistema métrico decimal.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

Existe relatos de que a Matemática teve suas origens no Antigo Egito e no Império Babilônico, por volta de 3500 a. C. Consta que a Matemática surgiu da necessidade do ser Humano para contar e medir objetos. Quanto a música, em Caetano, pode-se encontrar o seguinte relato:

Já nas primeiras civilizações a música fez-se presente como uma maneira de expressão. O homem primitivo observou os sons que o cercavam aprendendo a distingui-lo e os utilizou para comunicação e expressão. Há indícios em cavernas com pinturas rupestres e em outros achados arqueológicos datados entre 40 e 35 mil anos atrás, de que o homem primitivo utilizava tambores e flautas como instrumentos musicais. (MENUHIN; DAVIS, 1990, apud CAETANO, 2012, p. 72).

Ainda se referindo as origens históricas da música, Caetano (2012, p. 72) comenta segundo Brécia (2003, p. 29) que, “[...] as primeiras manifestações musicais estão relacionadas a consagrações ritualística como o nascimento, casamento, mudanças de estações do ano e em outros rituais valorizados pela sociedade”.

Segundo comentários em Abdounur (p. 10 e 25), o primeiro registro científico associando Matemática e Música, ocorre por volta do século VI a. C. na escola Pitagórica. Na época, os pitagóricos relacionaram intervalos musicais com o conceito matemático de razões, há mais de 2.000 anos. Pitágoras, através de experiências obtidas com o som de monocórdio, efetua uma de suas mais belas descobertas, que dá à luz, na época, ao quarto ramo da Matemática: “a música”.

Ainda seguindo o mesmo autor, os pitagóricos em suas discursões procuravam buscar fundamentos científicos para explicar a consonância musical³. Eis alguns questionamentos: o que faz dois sons produzirem efeitos nos sentimentos? O que os faz produzirem emoções das mais diversas naturezas, muitas delas comuns à grande parte dos seres humanos? Qual o fundamento científico que está por trás de tais fenômenos? Por que especificamente subjazem às consonâncias razões de pequenos números inteiros? Por que as escalas musicais são como as conhecemos? (ABDOUNUR 2015, p. 10)

2.1 Pitágoras e o Monocórdio

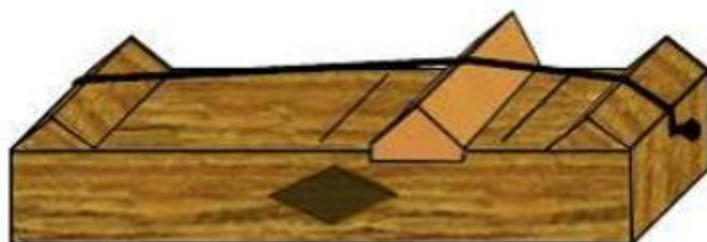
Pitágoras de Samos ou simplesmente Pitágoras como é conhecido no meio acadêmico, foi um Filósofo e Matemático grego, fundador do movimento denominado “Pitagorismo⁴”.

Referindo as suas contribuições no campo da música, conta a lenda que:

Pitágoras ao passar por uma oficina, ouviu o som de cinco martelos batendo em uma bigorna. Admirado com o som agradável, e, pensando inicialmente que a qualidade do som era proveniente da força das mãos, ele teria trocado os martelos, mas cada martelo conservava o som que lhe era próprio. Após ter tirado um que era desagradável, pesou os outros e constatou que o primeiro pesava 12, o segundo nove, o terceiro oito e o quarto seis, de uma unidade de peso desconhecida. (SIMONATO, 2011, p. 1).

Assim, com essas razões matemáticas, surgiu o instrumento musical denominado “Monocórdio”. Segundo o dicionário on-line “meu dicionário”, uma definição para esse instrumento será: “O monocórdio, é um instrumento musical, cuja origem remonta na Grécia Antiga, com uma só corda, com uma caixa de ressonância e um cavalete deslizante, utilizado no estudo acústico dos intervalos musicais”.

Figura 1 – Ilustração de um Monocórdio



³ Quando dois ou mais sons simultâneos proporcionam uma sensação de repouso e estabilidade (MED, 2017).

⁴ Conjunto de teorias filosóficas e religiosas de Pitágoras (MEU DICIONÁRIO).

Fonte: Nascimento, p. 7

Pitágoras em seus experimentos, e investigando a relação entre o comprimento de uma corda vibrante e o tom musical por ela produzida, estabeleceu algumas relações, conforme seja: Pressionando a corda num ponto situado a $\frac{3}{4}$ do comprimento da mesma em relação a sua extremidade e tocando-a em seguida ouvia-se uma quarta acima do tom emitido pela corda inteira; Se essa pressão fosse exercida a $\frac{2}{3}$ do tamanho original dessa corda o som obtido seria uma quinta acima do tom emitido pela corda inteira; Quando essa pressão fosse exercida a $\frac{1}{2}$ da extremidade dessa corda, ou seja, em sua metade, o som emitido seria o mesmo som da corda inteira só que uma oitava acima. (ABDOUNUR, 2015).

A partir dessas observações, Pitágoras estabeleceu relações entre a Matemática e a Música, associando aos intervalos musicais, a oitava, a quinta e a quarta, aqui representadas pelas frações $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$ e $\frac{3}{4}$, associadas as notas Dó, Sol e Fá respectivamente, gerando assim diversos intervalos, os quais foram por ele nomeadas de **consonâncias pitagóricas**. Esses intervalos estão presentes nos diversos instrumentos de corda.

Tabela 1: Notas e seus intervalos musicais

Notas Musicais	Dó	Ré	Mi	Fá	Sol	Lá	Sí	Dó
Frações correspondentes	1	$\frac{8}{9}$	$\frac{64}{81}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{16}{27}$	$\frac{128}{243}$	$\frac{1}{2}$

Fonte: Abdounur, 2015.

O procedimento descrito para a construção da tabela 1 acima, segue uma sequência de construção através de **quintas puras**. Assim, todos os demais intervalos, com exceção das notas de Dó, Fá e Sol foram construídos por quintas puras, com a relação de comprimento $\frac{2}{3}$. Essa relação denomina-se **gama pitagórica**. (ABDOUNUR, 2015).

3. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Muitas são as contribuições que a Matemática pode oferecer para o campo da Música, a exemplo do reconhecimento da tonalidade de uma música e leitura de um tipo de partitura, que um aluno no final do Ensino Fundamental ou mesmo no Ensino Médio tenha condições de compreender o seu uso e possa por em prática de uma forma rápida e prazerosa. Nesse contexto, será dissertado sobre a construção das escalas musicais, o reconhecimento da tonalidade de uma música a partir de sua armadura de clave⁵ e, como ler uma tablatura⁶ e aplicá-la de forma prática usando apenas números.

Inicia-se o processo com a formação de algumas escalas maiores, conforme pode ser identificado nas tabelas 2 e 3, a seguir. Construindo a escala de Dó Maior, onde “Dó é o nome do primeiro grau e Maior indica que a tonalidade é Maior”, é fácil perceber-se que todas as notas dessa escala são naturais, ou seja, nenhuma nota apresenta-se acidentada. As demais escalas seguem o mesmo padrão desta no que se refere a distribuição de tons(T) e semitons (ST) (MED, 2017).

Ainda seguindo Med 2017, a escala de Dó Maior, é uma escala diatônica⁷, apresentando um semitom entre os graus III – IV e entre os graus VII – I, ou seja, em sua formação tem-se a seguinte estrutura de tons (T) e semitons (ST), sendo: T – T – ST – T – T – T – ST.

Tabela 2 – Escalas maiores com sustenidos

I	II	III	IV	V	VI	VII	I
C	D	E	F	G	A	B	C
G	A	B	C	D	E	F#	G
D	E	F#	G	A	B	C#	D
A	B	C#	D	E	F#	G#	A

Fonte: Elaborado pelo autor

Analisando a tabela 2 acima, e considerando a segunda nota natural que no caso é um Ré Maior, iniciando a sua escala, pode-se perceber que a mesma já apresenta dois acidentes (# – sustenidos) em sua formação, acidentes estes que acontecem nas notas de Fá e Dó.

⁵ Conjunto de acidentes fixos, grafados entre a clave e a fração do compasso (MED, 2017).

⁶ Notação musical que indica a posição dos dedos nas cordas do instrumento (MED 2017, P. 19).

⁷ Também denominada de escala natural, é uma sequência de sete notas diferentes e consecutivas (MED 2017, p. 83).

A tabela 2 assim construída, não foi seguindo a ordem natural das notas C – D – E – F – G – A – B, e sim seguindo a ordem das **quintas justas**⁸. Partindo-se da nota Dó, a sua quinta, que é a nota Sol, dará início a uma nova escala. Calculando-se a quinta de Sol temos a nota Ré que iniciará a terceira escala. Assim, a medida que vai surgindo uma nova quinta vai também aumentando o número de acidentes em uma unidade. Observando ainda essa mesma tabela, verifica-se que a escala de Sol tem apenas um sustenido que acontecerá na nota Fá enquanto que a próxima escala que será de Ré já conta com dois acidentes nas notas Fá e Dó, e assim sucessivamente. Cada novo acidente que vai sendo acrescentado às escalas, acontecem sempre no sétimo grau.

Outro item que o presente trabalho aborda, conforme descrito no parágrafo inicial deste tópico, é o reconhecimento da tonalidade de uma música, a partir de sua partitura. Para tanto, a figura 2 a seguir, apresenta o trecho inicial da música “Billy Boy” com o seu compositor nela especificada onde pode-se perceber claramente a presença de três sustenidos (#) na sua formação. Esses acidentes acontecem nas notas Fá, Dó e Sol. Consultando a tabela 2 acima, descobre-se facilmente que a nota que inicia a escala, com três acidentes em sua formação, é a nota Lá (A), tida como tônica, nota essa que dará a tonalidade da música.

Figura 2 – Ilustração de uma Partitura com acidentes em sustenidos.

Billy Boy

Arranged by David Nadal Song Of The Southern Mountaineers

$\text{♩} = 80$

The musical score for "Billy Boy" is presented in a standard format. It begins with a treble clef and a key signature of three sharps (F#, C#, G#). The tempo is marked as quarter note = 80. The melody line consists of several measures with fingerings indicated above the notes: 1, 2, 3, 4, 2, 2-3. Below the melody, there are three staves for guitar: Treble (T), Alto (A), and Bass (B). The fret numbers for these staves are: T (2-3, 0-0-0, 5-2-3, 0-0-2-3, 2-2-3, 0-0-0), A (2, 2, 2, 2, 2, 2), and B (4, 0, 4, 0, 4, 4). Vertical bar lines indicate the measure boundaries.

Fonte: Pontes

Analisando agora as escalas maiores, quando os acidentes que ocorrem em sua partitura forem os bemóis (b), e, tomando também como ponto de partida a estrutura da escala de Dó Maior, com os seus tons e semitons (MED, 2017) tem-se que a primeira escala a

⁸ São os intervalos que apresentam 7 semitons entre duas notas quaisquer (ALMADA, 2012).

apresentar um bemol em sua estrutura será a escala de Fá Maior. A partir desta e percorrendo-se as escalas com intervalos de **quartas justas**⁹ obtém-se as demais escalas com bemóis na sua estrutura. Para verificar este fato, a figura 4 estampada mais a frente (ciclo das quintas), deverá ser consultada.

A tabela 3 a seguir nos mostra algumas escalas maiores onde o número de acidentes, que nela acontecem são os bemóis. Para a construção dessas escalas foi tomada como referência a escala de Fá Maior que representa o quarto grau na escala natural de Dó maior, método este utilizado na construção das demais escalas, pelo processo de **quartas justas**. A segunda escala a ser construída será a de Si bemol, que em seu quarto grau tem-se a nota de Mi Bemol que dará início a terceira escala. Assim, segue-se utilizando esta metodologia e sempre acrescentando um bemol na nota que aparece no quarto grau, até que tenham se formado todas as escalas com um número máximo de seis notas acidentadas.

Tabela 3 – Escalas maiores com bemóis

I	II	III	IV	V	VI	VII	I
F	G	A	Bb	C	D	E	F
Bb	C	D	Eb	F	G	A	Bb
Eb	F	G	Ab	Bb	C	D	Eb

Fonte: Elaborado pelo autor

No decorrer da formação dessas escalas, algumas “notas estranhas” podem surgir ao longo de sua formação, como pode-se citar o E# e Cb. É sabido que estas notas não existem e em seu lugar toma-se a sua enarmônica¹⁰, ou seja, Fá e Si respectivamente. Este fato é justificado quando da escrita dessas notas em uma partitura, onde não se consegue escrever a mesma nota duas vezes uma com acidente e a outra sem.

A ordem dos sustenidos que aparecem nas armaduras são: Fá – Dó – Sol – Ré – Lá – Mi – Si. Já para os bemois, tem-se Sí – Mi – Lá – Ré – Sol – Dó – Fá, respectivamente. A ordem dos bemóis acontecem inversamente a ordem dos sustenidos. Não existe escala maior ou menor com armadura contendo simultaneamente sustenidos e bemóis (Med).

Para identificar a tonalidade de uma escala com bemóis, a partir de sua partitura, observa-se em que nota acontece o penúltimo acidente, nota essa que dará o nome a escala. Na

⁹ São os intervalos formados por 5 semitons entre duas notas quaisquer (ALMADA, 2012).

¹⁰ São notas com o nome e grafia diferentes que apresentam o mesmo som (MED, 2017).

figura 3 abaixo, vê-se que o penúltimo bemol acontece na nota Mi, indicando que essa música está na tonalidade de **Mi bemol Maior**.

Figura 3: Exemplo de uma partitura com acidentes em bemóis.

Vier Ländler
(trecho I)
PRIMO

F. Schubert

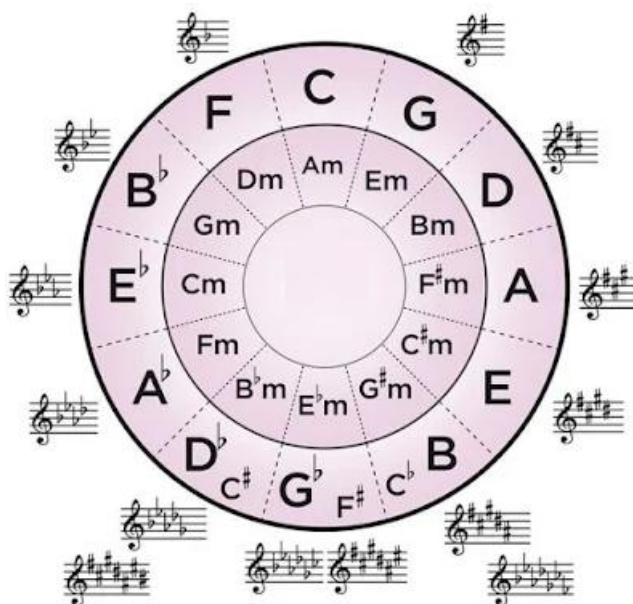
PRIMO

Fonte: Marangoni

Tem-se ainda como sugestão no estudo das armaduras de claves e consequente verificação tonal de determinada música, o ciclo (ou círculo) das quintas, também chamado de ciclo das quartas (Figura 4). Nesse ciclo as notas ficam distanciadas entre si por intervalos de quartas ou quintas justas (4J ou 5J), a depender do sentido em que se percorre o círculo, anti-horário ou se horário. Nesse círculo as tonalidades ficam ordenadas gradualmente quanto ao número de acidentes em suas armaduras (ALMADA, 2012). Um dos grandes benefícios desse círculo é tornar esse estudo mais fácil, além de oferecer uma rápida memorização, sem contar, que o mesmo pode ser construído sempre que necessário bastando para isso desenhar-se a imagem de um relógio comum. Na posição onde está localizado o número 12 em um relógio comum (origem da contagem das horas), associa-se a nota Dó que também será o ponto de partida.

Percorrendo-se o sentido horário e, a partir da nota Dó adicionando-se uma 5J a esta nota encontra-se a nota Sol que apresenta um sustenido em sua armação. Tomando mais uma 5J a partir da nota Sol encontra-se a nota Ré que conta agora com dois acidentes em sua armação, e, assim sucessivamente.

Figura 4: Ciclo das Quintas



<https://www.dicasmusicais.com.br/curso-de-harmonia-musical-aula-9-ciclo-das-quintas/>

Se em vez de tomar-se o sentido horário, percorrendo-se o círculo no sentido anti-horário, tendo a nota Dó como ponto de partida e adicionando-se uma 4J (ou uma 5J descendente) a esta, obtém-se a nota Fá que representa a primeira escala com um bemol na sua armação. Seguindo nesse sentido, e adicionando-se sempre uma 4J obtém-se as demais escalas com seus acidentes, sendo a segunda escala de Si bemol, a terceira de Mi bemol e assim por diante. Lembrando que ao contar-se uma vez uma 4J ou 5J, tem-se a escala com um acidente, contando-se duas vezes tem-se dois acidentes e assim procede-se até o fechamento de todas as notas. Não é necessário usar tonalidades com mais de seis acidentes, visto que acima de seis sustenidos (ou bemóis) existe um tom enarmônico com bemóis (ou sustenidos) com um número menor de acidentes. (GUEST,2010).

Examinando o ciclo das quintas novamente, pode-se verificar que para uma das tonalidades maiores (grafadas com letras maiúsculas), existe sempre uma tonalidade menor, representando a sua relativa, cuja tônica está situada a uma sexta maior acima¹¹. Essas escalas possuem em comum a mesma armadura de clave, significando que essas escalas contêm exatamente as mesmas notas (ALMADA, 2012).

Ainda usando a Matemática como processo facilitador da aprendizagem para a música, e olhando novamente a figura 2, onde consta de uma partitura e logo abaixo uma

¹¹ Intervalo que apresentam 9 semitons entre duas notas. (ALMADA, 2012).

tablatura¹² como processo facilitador para o violonista, pode-se utilizar números conforme descrito em alguns métodos para violão, porém raros, para esse processo consistindo de uma dupla de números que indica a corda e a casa a ser tocada no violão, conforme seja: XY onde o número X indica a corda e o número Y a casa a ser tocada. Nessa figura, no seu primeiro compasso, pode-se associar os números 22 (segunda corda e segunda casa) e 23 (segunda corda com a terceira casa). Iniciando o segundo compasso, temos um acorde cuja formação numérica a ele associado será 10 (primeira corda solta), 32 e 54.

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao efetuar uma pesquisa bibliográfica sobre o aludido assunto foi possível verificar a imensa quantidade de materiais disponíveis em artigos, monografias e até mesmo dissertações de mestrado tratando sobre o tema de Matemática e Música, principalmente quando se toma a Música como recurso didático para a exploração dos conteúdos da disciplina de Matemática. Também é notório a importância das quintas justas dentro da teoria musical e descritos nos diversos materiais consultados, fato este já utilizado por Pitágoras em suas descobertas.

É de conhecimento dos vários educadores de que deve haver a interdisciplinaridade entre as várias áreas do conhecimento humano assim como o professor da Educação Básica deve procurar meios e recursos para que os alunos aprendam de uma forma prazerosa, evitando assim um desgaste natural de professor e aluno e que estes últimos não vejam a Matemática como uma ciência que seja incompreensível, odiada por muitos.

Pode-se dizer finalmente, que a Matemática é simplesmente a mãe de todas as ciências e assim sendo torna-se necessário um conhecimento prévio ou mesmo superficial a fim de facilitar a aprendizagem em outras áreas do conhecimento ou atividade que o ser humano possa a vir desenvolver no seu futuro.

REFERÊNCIAS

ABDOUNUR, Oscar João. **Matemática e Música**. São Paulo – SP: Editora Livraria da Física, 2015. (Coleção contextos da ciência).

ALMADA, Carlos. **Harmonia Funcional**. 2^a ed. Campinas, SP: Editora da Unicamp, 2012.

CAETANO, Mônica Cristina; GOMES, Roberto Kern. A importância da música na formação do ser humano em período escolar. **Educação em revista**, v. 13, n. 2, p. 71-80, 2012.

¹² Notação musical que indica a posição dos dedos nas cordas do instrumento (MED, 2017)

DICAS MUSICAIS. **Curso de harmonia musical.** Disponível em: <https://www.dicasmusicais.com.br/curso-de-harmonia-musical-aula-9-ciclo-das-quintas/>. Acesso em: 14/05/23

GUEST, Ian. **Harmonia 1: Método Prático.** São Paulo, SP: Irmãos Vitale, 2010.

MED, Bohomil. **Teoria da Música.** 5ª ed. Brasília, DF: Musimed, 2017.

MEU DICIONÁRIO. ORG. **Monocórdio.** Disponível em: <https://www.meudicionário.org/monocordio>. Acesso em 14/05/23.

NASCIMENTO, Ross Alves do. Monocórdio: contextualizando a Matemática por meio da Música. **REMAT: Revista Eletrônica da Matemática**, v. 4, n. 1, p. 132-146, 2018.

PONTES, Marlene Maciel França. **Instrumento Básico: Violão.** São Luís – MA: UEMA; UEMAnet, [s. d.]. (Apostila).

SIMONATO, Adriano Luís; DIAS, Maria Palmira Minholi. A Relação Matemática e Música. **Revista Fafibe On-line, Bebedouro**, v. 1, n. 1, p. 1-6, 2011.