ISSN: 2358-8829

# MODELAGEM DA DISSEMINAÇÃO DE FAKE NEWS: UMA ABORDAGEM PROBABILÍSTICA PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA

Nicole Larissa Ortega Sousa [1]
Josefa Itailma da Rocha [2]

## INTRODUÇÃO

Um processo de ramificação de Galton–Watson é um modelo probabilístico utilizado para descrever a evolução de uma população ao longo de gerações, no qual cada indivíduo produz um número aleatório de descendentes. Esse tipo de processo encontra aplicações em diferentes áreas, como o estudo do crescimento populacional, da propagação de epidemias e da disseminação de informações. A descrição do modelo, propriedades e algumas aplicações podem ser encontradas em (TAPIA, 2015).

Em (FREITAS, 2023) é usado o modelo de Galton-Waltson para estuda a evolução temporal de uma epidemia. Neste trabalho, usaremos um modelo semelhante para estudar a propagação de notícias falsas (fake news) considerando que cada indivíduo que recebe uma informação pode compartilhá-la com um número aleatório de outras pessoas. Uma questão interesse desse processo é determinar a probabilidade de que a disseminação da informação acabe, ou seja, probabilidade de extinção do processo. No modelo geral de Galton–Watson, essa e outras propriedades podem ser estudadas por meio da função geradora de probabilidades.

Consideraremos um modelo de ramificação simples, onde o número de compartilhamento é fixo, que pode ser interpretado como um caso particular de um processo de Galton–Watson, para representar a disseminação de fake news. A partir desse modelo, será possível determinar a probabilidade de extinção do processo utilizando apenas conceitos básicos de probabilidade, sem usar ferramentas mais avançadas, como as funções geradoras de probabilidades.

## METODOLOGIA

[1] Graduando do Curso de Estatísitca da Universidade Federal de Campina Grande - UFCG, larynica8@gmail.com
[2]Porfessora, Doutora, Universidade Federal de Campina Grande- UFCG, itailma@mat.ufcg.edu.br ;

ISSN: 2358-8829

O trabalho foi desenvolvida através de pesquisa bibliográfica sobre o tema e usando o Sofware R para fazer simulações que comprovem os resultados obtidos de forma teorica.

## REFERENCIAL TEÓRICO

A desseminação de Fake news pode ser modela através de um processo de Galton-Watson onde cada indivíduo compartilha a fake news com um número aleatório de pessoas. Esse número é dado por uma variável aleatória e todos os indivíduos seguem a mesma distribuição de probabilidade.

Por exemplo, considere que cada indivíduo que recebe a fake news decide, de forma independente, quantas pessoas irá compartilhar a informação, de acordo com as seguintes probabilidades: 40% de probabilidade de compartilhá-la com uma pessoa, 20% de compartilhá-la com duas pessoas, 10% de compartilhá-la com cinco pessoas e 30% de não compartilhá-la com ninguém. Podemos descrever essa situação como uma variável aleatória $X$, com distribuição de probabilidade dada por:

$$P(X = 0) = 0{,}3, P(X = 1) = 0{,}4, P(X = 2) = 0{,}2, P(X = 5) = 0{,}1. \quad (1)$$

Segundo (MAGALHÃES; LIMA, 2023), o valor esperado de uma variável aleatória $X$ é definido por

$$E[X] = \sum_{i=1}^{n} x_i P(X = x_i).$$

Assim, o valor esperado da variável aleatório $X$ definida em (1) é:

$$E[X] = 0 \cdot 0{,}3 + 1 \cdot 0{,}4 + 2 \cdot 0{,}2 + 5 \cdot 0{,}1 = 1{,}3.$$

Isso significa que, em média, cada pessoa compartilha a fake news com 1,3 pessoas.

**Vamos trabalhar com um modelo de ramificação simples onde** supomos que cada pessoa que recebe a fake news compartilha com o número fixo de $k$ pessoas com probabilidade $p$. Assim, cada indivíduo compartilha a notícia em média com novas $R_0 = kp$ pessoas, que é chamada de taxa de média de reprodução.

A evolução da fake new depende do valor de $R_0$. Se $R_0 > 1$, o modelo tem crescimento exponencial e alta chance da fake newss viralizar. Se $R_0 < 1$, o modelo tende a zero e fake news morre.

Observe que o Modelo básico de ramificação é um caso particular do Modelo de Galton-Watson, onde a variável aleatória $X$ tem distribuição de probabilidade dada por

$$P(X = k) = p, P(X = 0) = 1 - p,$$

ISSN: 2358-8829

e o valor esperado da variável aleatória é dado por

$$E[X] = 0 \cdot (1 - p) + k \cdot p = kp = R_0,$$

que coincide com a taxa de média de reprodução do modelo básico.

Exemplo: Suponha que cada indivíduo tem probabilidade de 60% de compartilhar a fake new com 8 pessoas. Nesse caso, temos $R_0 = 0{,}6 \cdot 8 = 4{,}8$. Isso significa que, em média, cada pessoa que recebe a fake new compartilha com novas 4,8 pessoas. Assim, se 100 pessoas receberem a notícia, espera-se que a notícia seja repassada para $100 \cdot 4{,}8 = 480$ novas pessoas. Essas 480 pessoas irá repassar a fake new para novas $480 \cdot 4{,}8 = 2304$ pessoas. Obtemos assim um crescimento exponencial de base $R_0 = 4{,}8$.

Por outro lado, se a probabilidade do indivíduo compartilhar a fake news com 8 pessoas for de 10%, a taxa média de reprodução será $R_0 = 0{,}1 \cdot 8 = 0{,}8$. Assim, cada pessoa que recebe a notícia compartilha, em média, com 0,8 pessoas. Se 100 receberem a fake news, espera-se que ele seja compartilhada com $100 \cdot 0{,}8 = 80$ pessoas, que por sua vez irão compartilhar com $80 \cdot 0{,}8 = 64$ pessoas. Eventualmente, não haverá mais compartilhamento e a fake news irá morrer.

É importante observar que mesmo nos casos em que $E[X] = R_0 > 1$ a fake news ainda pode morrer. O fato de $E[X] > 1$ nos diz que o processo tem um crescimento esperado, mas não garante que todo processo vai crescer. Para ver isso, vamos considerar o caso em que cada indivíduo que recebe a fake news tem 60% de chance de encaminha-lá para outras 3 pessoas. Nesse caso, temos

$$R_0 = 0{,}6 \cdot 3 = 1{,}8 > 1.$$

Porém, se a fake news foi enviada inicialmente para apenas uma pessoa, existem duas possibilidades: a pessoa não encaminha a fane news ou encaminha. Ou seja, existe 40% de probabilidade da pessoa não encaminhar e a fake news morre. Suponha agora que a primeira pessoa encaminhou a fake news para outras 3 pessoas. Cada uma delas tem, independentemente, 40% de probabilidade de não encaminhar a fake news. Assim, a probabilidade de o processo morrer na segunda etapa é de

$$0{,}6 \cdot (0{,}4)^3 = 0{,}0384$$

ou seja, existe 3,84% de chance da fake news morrer na segunada etapa do processo. Assim, a probabilidade da fake news morrer até a segunda etapa é de

$$0{,}4 + 0{,}6 \cdot (0{,}4)^3 = 0{,}4384.$$

ISSN: 2358-8829

Esse comportamente se repete em cada etapa do processo. No quadro abaixo apresentamos alguns cenários possíveis em 6 etapas:

| Etapa 1 | Etapa 2 | Etapa 3 | Etapa 4 | Etapa 5 | Etapa 6 |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 3 | 3 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 3 | 6 | 3 | 0 | 0 |
| 1 | 3 | 3 | 3 | 6 | 18 |
| 1 | 3 | 9 | 27 | 81 | 243 |

No primeiro deles, a primeira pessoa encaminha para 3 novas pessoas, dessas 3 apenas 1 encaminhas para 3 novas pessoas, que não encaminham mais, fazendo com que a fake news morra na 4 etapa do processo. Na terceira situação, observamos que a fake news não morreu, mas vai crescendo de forma lenta, com poucas pessoas compartilhando em cada etapa. Já no último cenário, todos os indivíduos que recebem compartilham e o crescimento passa ser exponencial.

Vamos agora calcular a probabilidade de extinção da fake news em um processo de ramificação simples. Suponha que cada indivíduo tem probabilidade $p$ de compartilhar a fake news com $k$ pessoas. Denote por $q$ a probabilidade de que, começando em uma pessoa, depois de algumas etapas não reste mais ninguém compartilhando. Para a fake news morre, existe duas possibilidades para isso:

- A pessoa inicial não compartilha a fake news. Isso ocorre com probabilidade $1 - p$.
- A pessoa compartilha com $k$ novas pessoas e cada uma delas geram processos que se extinguem. Isso ocorre com probabilidade $p \cdot q^k$.

Somando as probabilidades, obtemos

$$q = 1 - p + p \cdot q^k. \quad (1)$$

Observe que $q = 1$ sempre é solução da equação. Porém, existem modelos (caso $E[x] > 1$) em que a extinção não é certa. Por isso, a probabilidade extinção é dada pela menor solução da equação (1), no intervalo $[0,1]$.

Exemplo: Vamos considerar novamente o caso em que cada indivíduo que recebe a fake news tem 60% de chance de encaminha-lá para outras 3 pessoas. A probabilidade de extinsão da fake news é dada pela menor solução, no intervalo $[0,1]$, da equação

ISSN: 2358-8829

$$q = 0{,}4 + 0{,}6q^3.$$

Que pode ser escrita como $(q-1)(3q^2+3q-2)=0$. Aplicando a fórmula de Baskara obtemos que as raízes são: $q = 1, q = \frac{-3+\sqrt{33}}{6} \cong 0{,}4574$ e $q = \frac{-3-\sqrt{33}}{6} \cong -1{,}4574$. Portanto, a probabilidade da fake news extinguir é $0{,}4574$.

Exemplo: Considere o caso em cada indivíduo compartilha a fake news com 6 pessoas com probabilidade $10\%$. A probabilidade de extinção da fake news é dada pela solução da equação (1), com $p = 0{,}1$ e $k = 6$, ou seja, a solução da equação

$$q = 0{,}9 + 0{,}1 \cdot q^6,$$

no intervalo $[0{,}1]$. Resolvendo a equação, encontramos, nesse intervalo, apenas a solução $q = 1$. O que significa que a fake news irá morrer com probabilidade 1. Note que esse resultado é esperado uma vez que, neste caso, $E[X] = 0{,}1 \cdot 6 = 0{,}6 < 1$.

## RESULTADOS E DISCUSSÃO

Para ilustrar o modelo, o professor pode simular o processo em sala de aula. Usando o modelo em que cada individuo compartilha a fake news com mais 3 pessoas com probabilida 0,6. O experiemnto começa com um aluno que recebeu a fake news, será realizado um experimento aleatório para decidir se a pessoa compartilha ou não. Lançando um dado de 10 faces, se o resultado for 1,2,3,4,5,6, a pessoa comartilha a fake news, se for 7,8,9,10, não compartilha. Observe que a probabilidade de compartilhar será $p = \frac{6}{10} = 0{,}6$. Se a pessoa vai compartilha, ele escolhe 3 novas pessoa, que ainda não receberam a fake news, cada novo individuo repete o experimento aleatório para decidir se passa ou não fake nwes a dinate. O processo continua até que a fake news morra ou que mais de 80% da turma tenha recebido.

A simulação deverá ser repetida varias vezes e anotado os dados para ver na prática como o processo pode compartamentos diferentes. Nesse exeperimento é possivel observar o compartamento aleatório do experimento e verificar a probabilidade da fake news morrer.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

O processo de ramificação simples, apesar de não ser o mais realista, pois fixa a probabilidade e o número de pessoas para as quais será compartilhado a fake news e, na

vida real, algumas pessoas compartilham informações com mais facilidade e com mais pessoas que outras, mas didaticamente é mais adequado para trabalhar em sala de aula. Essa abordagem articula a discussão sobre as consequências da propagação de informações falsas e sua influência na tomada de decisões em situações relevantes da sociedade, como processos eleitorais, com o ensino de probabilidade no Ensino Médio, contribuindo não apenas para o ensino de matemática, mas para a formação de cidadãos críticos e conscientes.

**Palavras-chave:** Resumo expandido; Normas científicas, Congresso, Realize, Boa sorte.

## AGRADECIMENTOS

As autoras agradeçem ao Grupo PET/FNDE pelo apoio financeiro.

## REFERÊNCIAS

MAGALHÃES, Marcos Nascimento; LIMA, Antônio Carlos Pedroso de. *Noções de Probabilidade e Estatística*. 7. ed. São Paulo: EDUSP, 2023.

TAPIA, Cristel Ecaterin Vera. *Processos de ramificação com aplicações em biologia*. 2015. Dissertação (Mestrado em Estatística) – Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2015.

FREITAS, João Pedro Xavier. **Processos de ramificação para o estudo de epidemias**. 2023. Dissertação (Mestrado) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2023.