ISSN: 2358-8829

A CONSTRUÇÃO HISTÓRICA DO CONCEITO DE INFINITO E SUAS CONTRIBUIÇÕES PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA

Jônatas Donato [1]
Luis Fernando Soares de Souza [2]
Igor Raphael Silva de Melo [3]

INTRODUÇÃO

O conceito de infinito é um dos temas mais instigantes da matemática e da filosofia, porém sua compreensão formal exige a superação de noções do senso comum. Historicamente, as primeiras reflexões sistemáticas surgiram na Grécia Antiga, com os paradoxos de Zenão de Eleia, que levaram a matemática grega a adotar apenas o infinito potencial — um processo que nunca se completa. A concepção de infinito atual se consolidou com o desenvolvimento do Cálculo no século XVII, com a introdução do símbolo ∞ por John Wallis e, no século XIX, com as formulações de Dedekind e Cantor sobre conjuntos transfinitos. Recursos didáticos como o Hotel Infinito de Hilbert tornaram acessíveis as propriedades contraintuitivas dos conjuntos infinitos.

Apesar de sua importância, o ensino do infinito costuma ocorrer de forma superficial e mecânica, omitindo os conflitos históricos e gerando dificuldades em tópicos como limites, séries e números irracionais. Diante disso, questiona-se: como a história do conceito de infinito, de Zenão a Cantor, pode contribuir para o ensino-aprendizagem de Matemática?

O objetivo geral é analisar como essa construção histórica pode fornecer subsídios teórico-práticos para o ensino da disciplina. Como objetivos específicos: (i) mapear os principais obstáculos epistemológicos na trajetória do conceito; (ii) relacionar esses obstáculos às dificuldades atuais de aprendizagem; e (iii) indicar subsídios para práticas didáticas e para a formação de professores. Trata-se de pesquisa qualitativa, de cunho bibliográfico, com abordagem histórico-analítica, fundamentada em referenciais de História da Matemática e de Educação Matemática.

[1] Graduando do Curso de Matemática da Universidade Estadual da Paraíba - UEPB, jonatas.donato@aluno.uepb.edu.br ;
[2] Graduado pelo Curso de Matemática da Universidade Estadual da Paraíba - UEPB, luis.fernando@aluno.uepb.edu.br;
[3] Mestrado em Ensino do Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual da Paraíba - UEPB, igor.rapha6@gmail.com.

ISSN: 2358-8829

METODOLOGIA

A pesquisa caracteriza-se como qualitativa e bibliográfica, com abordagem histórico-analítica. O recorte temporal principal compreende o período da Grécia Antiga ao século XIX; desdobramentos pedagógicos posteriores, como o Hotel Infinito de Hilbert, são incorporados como recursos didáticos complementares. O estudo estruturou-se em quatro etapas:

1) Levantamento bibliográfico de obras clássicas da História da Matemática e da Educação Matemática (BOYER; MERZBACH, 2012; EVES, 2004; D'AMBROSIO, 2005; MENDES, 2013; ARAUJO et al., 2020);

2) Mapeamento cronológico e conceitual, delimitando momentos-chave: os paradoxos de Zenão, o desenvolvimento do Cálculo Infinitesimal por Newton e Leibniz (com a introdução do símbolo ∞ por Wallis) e a formalização dos conjuntos transfinitos por Dedekind e Cantor;

3) Análise interpretativa relacionando os obstáculos históricos do infinito com as dificuldades de aprendizagem em tópicos como limites, séries e números irracionais;

4) Sistematização pedagógica, investigando como a história da matemática e a "intuição de infinitude" podem subsidiar práticas didáticas e a formação de professores.

REFERENCIAL TEÓRICO

O conceito de infinito na história da matemática: da reflexão filosófica à formalização rigorosa

O conceito de infinito é um dos mais complexos da história do pensamento. As primeiras abordagens sistemáticas surgiram na Grécia Antiga, com os paradoxos de Zenão de Eleia no século V a.C. — como o de Aquiles e a tartaruga e o da dicotomia — que expuseram contradições lógicas sobre a divisibilidade infinita do espaço e do tempo (BOYER; MERZBACH, 2012; EVES, 2004; ARAUJO et al., 2020). Para contorná-las, a matemática grega adotou apenas o infinito potencial: um processo contínuo que jamais se conclui como totalidade (BOYER; MERZBACH, 2012).

No século XVII, com o Cálculo Infinitesimal de Newton e Leibniz, o infinito passou a ser amplamente utilizado. John Wallis introduziu o símbolo ∞ em 1655, mas o uso de infinitésimos carecia de fundamentação lógica sólida (BOYER; MERZBACH, 2012; EVES, 2004; ARAUJO et al., 2020).

A ruptura veio no século XIX: Richard Dedekind definiu conjunto infinito como aquele que pode corresponder biunivocamente a uma parte própria de si mesmo, subvertendo a ideia de que o todo é sempre maior que a parte (ÁVILA, 2006). Com base nisso, Georg Cantor criou a Teoria dos Conjuntos Transfinitos, provando que existem diferentes ordens de infinito — os números reais são mais numerosos que os naturais — e distinguindo conjuntos enumeráveis e não enumeráveis (ÁVILA, 2006; ARAUJO et al., 2020). No início do século XX, David Hilbert divulgou a teoria com a metáfora do Hotel Infinito, recurso eficaz para contrastar a aritmética finita e a transfinita.

.

História da matemática como ferramenta de mediação pedagógica e a intuição de infinitude

No campo da Educação Matemática, a utilização da história e do contexto cultural tem deixado de ser encarada como simples recurso motivacional ou curiosidade anedótica para ser compreendida como potente metodologia de ensino e aprendizagem. Conforme defende D'Ambrosio (2005), a matemática é uma estratégia desenvolvida pela espécie humana ao longo de sua história para explicar, entender, manejar e conviver com a realidade sensível, perceptível e sociocultural. Por se tratar de construção eminentemente humana, seu ensino não pode ocorrer de forma neutra, descontextualizada ou como corpo estático de verdades absolutas; a aprendizagem ganha significado real quando considera o contexto cultural, social e histórico em que os conceitos foram produzidos. Nessa mesma perspectiva, Fiorentini e Lorenzato (2012) e Silva (2010) reforçam que analisar a evolução histórica dos conteúdos permite desmistificar a matemática e estabelecer pontes essenciais entre as descobertas matemáticas e o contexto social, filosófico e científico de cada época.

Aprofundando o papel da investigação histórica em sala de aula, Mendes (2013) defende a História da Matemática como verdadeiro reorganizador cognitivo e didático. Para o autor, o objetivo pedagógico não reside na memorização de datas ou nomes, mas na investigação dos modelos de pensamento que impulsionaram a criação das ideias

matemáticas; ao analisar como conceitos fundamentais — como o próprio limite no Cálculo — se constituíram historicamente até atingir formalização rigorosa, o professor obtém subsídios para criar ambiente de aprendizagem mais criativo, desafiador e dotado de sentido. Complementando essa discussão, Araujo et al. (2020) evidenciam que a intuição de infinitude se constitui como o principal elemento invariante que perpassa as teorias matemáticas, físicas e filosóficas do infinito, funcionando no ensino como o "solo perceptivo e intuitivo" indispensável para que o estudante avance em direção à apreensão de conceitos abstratos como limites, infinitésimos e cardinalidade.

A articulação entre a trajetória do conceito de infinito e os pressupostos da Educação Matemática sustenta a hipótese central deste trabalho: o ensino do infinito ganha vitalidade e eficácia quando amparado em abordagens histórico-conceitual-investigativas que valorizam o solo intuitivo e sociocultural do estudante. Temas centrais da Educação Básica e Superior — como dízimas periódicas, números irracionais, sequências, séries infinitas e o conceito de limite — costumam ser apresentados de maneira puramente operacional; a ausência de reflexão histórica impede que o aluno perceba a necessidade do rigor formal criado por Dedekind e Cantor, mantendo-o preso a intuições confusas. A mobilização de paradoxos históricos (como a dicotomia de Zenão) e de recursos analógicos (como o Hotel Infinito de Hilbert) atua como desestabilizador cognitivo positivo, estimulando a intuição de infinitude e gerando o conflito intelectual necessário para que o estudante abandone ideias ingênuas e alcance compreensão mais abstrata, crítica e formalizada dos objetos matemáticos.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

A análise bibliográfica sistematizou os achados em duas categorias: obstáculos epistemológicos e potencialidades pedagógicas.

Quanto aos obstáculos, a trajetória do infinito foi marcada por crises conceituais. Os paradoxos de Zenão e o predomínio do infinito potencial na Antiguidade reaparecem nas dificuldades dos alunos em aceitar, por exemplo, que \(0,999\ldots = 1\) ou que uma série geométrica infinita pode ter soma finita. Da mesma forma, a ruptura de Dedekind e Cantor — ao superar a máxima de que "o todo é maior que a parte" — mostra que a aritmética transfinita é intrinsecamente contraintuitiva. As dificuldades de aprendizagem em Cálculo e Análise refletem, portanto, os próprios obstáculos históricos superados pela matemática.

No que diz respeito às potencialidades, os resultados corroboram D'Ambrosio (2005), Mendes (2013) e Araújo et al. (2020): resgatar a história e os paradoxos em sala de aula funciona como desestabilizador cognitivo positivo. Recursos como o Hotel de Hilbert e a exploração da intuição de infinitude fornecem o solo perceptivo necessário para mediar a passagem do pensamento informal para a formalização de conceitos como limites e séries. Conclui-se que essa abordagem supera o ensino puramente instrumental, favorecendo aprendizagem crítica e significativa e oferecendo subsídios para a prática docente.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O desenvolvimento deste estudo permitiu evidenciar que a construção histórica do conceito de infinito não ocorreu de forma linear, mas foi impulsionada pela superação de crises epistemológicas, desde os paradoxos de Zenão até a formalização dos conjuntos transfinitos por Cantor e Dedekind. Constatou-se que as dificuldades enfrentadas pelos estudantes contemporâneos no aprendizado de tópicos como limites, séries infinitas e números irracionais guardam profunda relação com os próprios obstáculos históricos superados pela matemática ao longo dos séculos.

Nesse sentido, conclui-se que a incorporação da História da Matemática e da Etnomatemática, aliada à exploração da "intuição de infinitude", constitui estratégia didático-pedagógica de alto valor formativo. O resgate dos percursos históricos e o uso de recursos analógicos — como o Hotel Infinito de Hilbert — atuam como desestabilizadores cognitivos positivos, fornecendo o solo perceptivo necessário para que os alunos transitem das concepções informais para o rigor conceitual.

Por fim, aponta-se que a adoção dessa perspectiva contribui para superar o ensino puramente instrumental e memorístico, subsidiando a prática docente e a formação de professores para uma atuação mais crítica, reflexiva e integrada. Sugere-se, portanto, a realização de novas investigações empíricas que apliquem e avaliem sequências didáticas fundamentadas nesses princípios em salas de aula da Educação Básica e Superior.

Palavras-chave: Infinito; História da Matemática; Educação Matemática; Teoria dos Conjuntos; Ensino de Matemática.

ISSN: 2358-8829

REFERÊNCIAS

ARAUJO, Juscimar da Silva; ALVES, Giovana; PINHEIRO, José Milton Lopes; FLORES, César Oswaldo Vásquez. O infinito: compreensões que perpassam teorias, ensino e aprendizagem. **Revista Paranaense de Educação Matemática (RPEM)** , Campo Mourão, v. 9, n. 20, p. 279-305, nov./dez. 2020.

ÁVILA, Geraldo. **Análise matemática para licenciatura** . 3. ed. São Paulo: Blucher, 2006.

BOYER, Carl B.; MERZBACH, Uta C. **História da matemática** . 3. ed. São Paulo: Blucher, 2012.

EVES, Howard. **Introdução à história da matemática** . Campinas: Editora da Unicamp, 2004.

FIORENTINI, Dario; LORENZATO, Sérgio. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos** . 3. ed. Campinas: Autores Associados, 2012.

MENDES, Iran Abreu. História no ensino da matemática: trajetórias de uma epistemologia didática. **REMATEC** , Natal, v. 8, n. 12, p. 66-85, jan./jun. 2013.

SILVA, Marysezi Siqueira da. **Grupo de estudos em Educação Matemática: possibilidades de reflexões sobre a prática educativa** . Caderno Temático (PDE). Guarapuava: UNICENTRO / SEED-PR, 2010.

D'AMBROSIO, Ubiratan. Sociedade, cultura, matemática e seu ensino. **Educação e Pesquisa** , São Paulo, v. 31, n. 1, p. 99-120, jan./abr. 2005.