ISSN: 2358-8829

MODELAGEM DE CINÉTICA DE SECAGEM CONVECTIVA EM CUBOS DE MANDIOCA (*Manihot esculenta Crantz*) POR REGRESSÃO SIMBÓLICA

Everton Pereira Fernandes [1]
Giovanilton Ferreira da Silva [2]
Pierre Corrêa Martins [3]
Gabriel Alexandre Clemente do Amaral [4]
Thayze Rodrigues Bezerra Pessoa [5]

INTRODUÇÃO

A secagem convectiva de alimentos é uma operação unitária na qual um material úmido sofre uma considerável redução no conteúdo de água por meio de uma fase gasosa não saturada, o ar (TADINI *et al.*, 2016). A operação é acompanhada através de curvas que descrevem a remoção do conteúdo de água de uma matriz sólida alimentícia em função do tempo de operação (MARTINS *et al*., 2021; NASCIMENTO, 2019). Assim, a finalidade da secagem consiste na conservação de alimentos, visto que impossibilita o desenvolvimento de micro-organismos e reações enzimáticas (MARTINS *et al*., 2020).

A predição do comportamento da secagem é acompanhada através de modelos empíricos, semi-teóricos e teóricos (PESSOA, 2018). Para tanto, esses modelos preditivos apresentam deficiências quanto às simplificações adotadas à operação de secagem, como reações governadas exclusivamente pela lei de Fick e desprezo das variações estruturais do alimento (VEGA-CASTRO *et al.*, 2023)**.** Desse modo, a modelagem do comportamento cinético através de técnicas como a regressão simbólica reduz a necessidade de um tratamento físico-matemático rigoroso, de modo contribuir com a melhoraria da eficiência de equipamentos industriais e a confiabilidade das previsões.

A regressão simbólica (RS) é classificada como uma técnica de aprendizado de máquina, com abordagem no campo da inteligência artificial, visto que faz uso de algoritmos evolutivos, com a finalidade de emular o raciocínio humano na descoberta de sistemas dinâmicos a partir de dados (BRUM, 2026). Dessa forma, em razão da simplicidade e do poder preditivo apresentados pelos modelos computacionais de aprendizado de máquina como a RS, aderiu-se avaliar o comportamento cinético de secagem em cubos de mandioca por meio desses sistemas.

[1]Graduando do Curso de Engenharia de Alimentos da Universidade Federal da Paraíba - UFPB, evertonfernandes5400@gmail.com;
[2]Professor orientador: Doutor, Engenharia Mecânica – Unicamp, giovanilton@ct.ufpb.br;
[3]Professor coorientador: Doutor, Engenharia Química – Unicamp, pierre@ct.ufpb.br;
[4]Mestrando do Curso de Engenharia Química da Universidade Federal da Paraíba - UFPB, gabrielx@globo.com;
[5]Doutor pelo Curso de Engenharia de Processos da Universidade Federal de Campina Grande - UFCG, thayzepessoa1@yahoo.com.br.

ISSN: 2358-8829

REFERENCIAL TEÓRICO

A regressão simbólica tem como objetivo encontrar expressões algébricas adequadas no espaço de todas as soluções que correlacionem os dados de entrada (x) com as saídas (y), de modo a determinar um melhor modelo que se ajuste a essa classe de dados (FERREIRA, 2024). A metodologia configura-se em elaborar uma base de dados para treinamento com valores de variáveis de entrada e saída conhecidos (SOUSA, 2023). Como as variáveis de entrada e saída são fornecidos para a etapa de treinamento, o modelo segue paradigmas de aprendizado supervisionado. Contudo, Brum (2026) destaca que a regressão simbólica pode transitar entre paradigmas de aprendizado supervisionado e não supervisionado. Dessa forma, o modelo é desenvolvido segundo a programação genética.

A programação genética (PG) consisite na lógica computacional fundamentada na abordagem de Darwin para seleção natural, em que indivíduos com baixa aptidão têm mais dificuldades em adaptar-se ao ambiente e, portanto, se reproduzem menos (FERREIRA, 2024). O programa funciona sincronamente ao longo de muitas repetições (gerações), e finaliza sua atividade segundo um critério de parada pré-definido (LOBÃO; PACHECO, 2023). Ela adota representações baseadas em árvores aritméticas composta por terminais (variáveis e constantes) e funções (nós internos), que permitem a aplicação de um operador de cruzamento em genótipos de tamanhos variáveis (SOUSA, 2023). Esses operadores diversificam os indivíduos, assegurando melhores características durante a reprodução por: (i) cruzamento, em que a reprodução sexuada é simulada; (ii) mutação, onde partes de interesse são modificadas (FERREIRA, 2024).

A seleção de indivíduos é realizada probabilisticamente através do método de torneio, que além de beneficiar os mais aptos, também diversifica o conjunto de soluções (SOUSA, 2023). Para esse método, ocorre uma simulação de combate entre os indivíduos, o vencedor é escolhido para seguir para a próxima população e o perdedor é descartado, esse processo é repetido até que todos os indivíduos da nova população sejam escolhidos (FERREIRA, 2024).

METODOLOGIA

Utilizou-se os dados experimentais do estudo de Pessoa (2018) para otimização da desidratação osmo-convectiva de cubos de mandioca, para compor a base de dados na modelagem da cinética de secagem convectiva via regressão simbólica. A base de dados foi estruturada para atender as configurações do modelo em que o tempo de operação, a temperatura e a relação área/volume foram definidos como variáveis de entrada, enquanto que a razão de umidade foi considerada como variável de saída. As informações obtidas na literatura foram organizadas em *software* de planilhas *Excel* e importados para ambiente *Matlab,* para desenvolvimento por meio do *toolbox GPTIPS*.

A regressão simbólica foi elaborada utilizando programação genética em que estabeleceu-se o tamanho da população para cerca de 250 indivíduos, sendo o número máximo de genes por geração de 150, para um número de execuções por processo equivalente a 3 e o tempo máximo de execução em cerca de 90 segundos. Ademais, outros parâmetros foram alinhados para compor o programa como: tamanho do torneio equivalente a 20; critério de Pareto de 0,3; fração de elite em 0,2; número máximo de genes por indivíduo igual a 5; e profundidade máxima da árvore equivalente a 4. Em concordância, as funções matemáticas usadas na construção dos genes consistiriam em: soma, subtração, divisão, multiplicação, radiciação, exponencial e logarítmica.

Os dados foram divididos e destinados a 70% ao treinamento, 15% à validação e os 15% residuais para etapa de teste, sendo esse balanceamento aleatório cuja finalidade proporciona acompanhar o desempenho da rede e avaliar a capacidade final preditiva do modelo. A equação foi interpretada dentro do domínio experimental, em que as condições de operação se apresentam em faixas de temperatura entre 50, 60 e 70ºC.

ISSN: 2358-8829

A regressão simbólica foi avaliada por meio das métricas estatísticas como: o coeficiente de determinação (R^2), Equação 1; erro absoluto médio (EMA), Equação 2; o erro quadrático médio (EMQ), Equação 3; e a raiz do erro quadrático médio (RMSE), Equação 4 (Camilo *et al.*, 2025).

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{k=1}^{n}(y_p^i - y_t^i)^2}{\sum_{k=1}^{n}(y_p^i - \bar{y})^2} \quad (1)$$

$$EMA = \frac{\sum_{k=1}^{n}|y_p^i - y_t^i|}{n} \quad (2)$$

$$MSE = \frac{\sum_{k=1}^{n}(y_p^i - y_t^i)^2}{n} \quad (3)$$

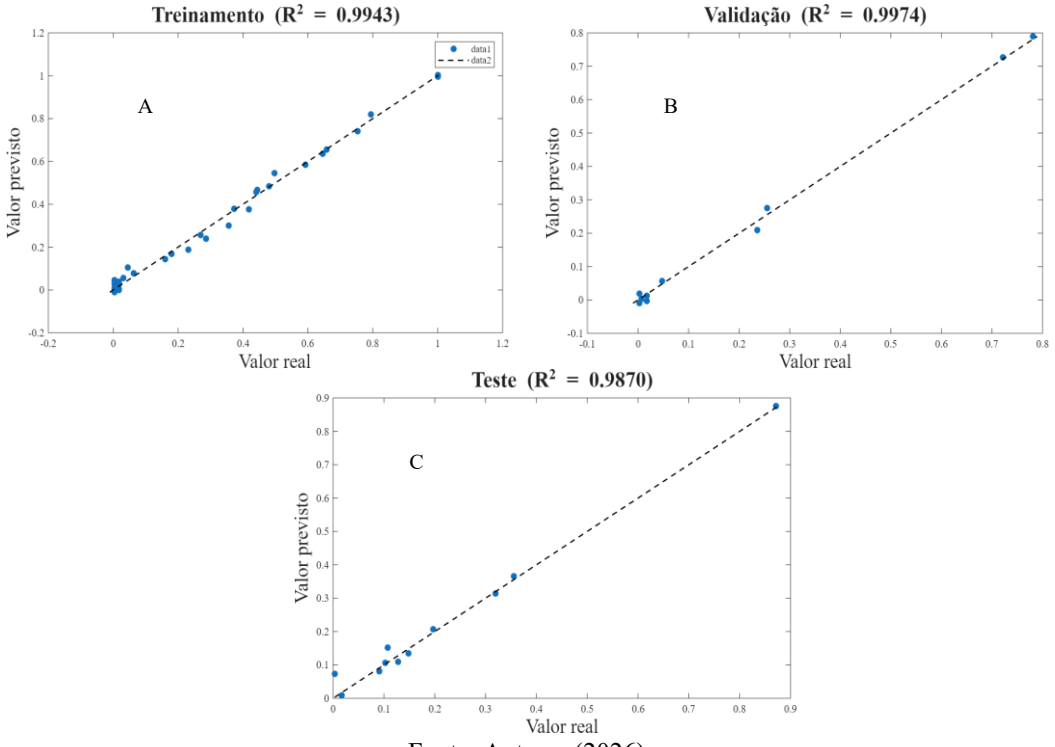
$$REMQ = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{n}(y_p^i - y_t^i)^2}{n}} \quad (4)$$

Onde: o parâmetro y_p é o valor de saída previsto na rede e y_t os dados experimentais da razão de umidade.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

O ajuste dos dados pela técnica da regressão simbólica apresentou um desempenho satisfatório para modelagem do comportamento cinético em cubos de mandioca. Esse fato pode ser facilmente explicado quando analisadas as métricas estatística para as etapas de treinamento, validação e teste do modelo, as quais resultaram em valores globais de 0,9906, 0,0008 e 0,028 para o coeficiente de determinação (R^2), EMQ e REMQ, respectivamente como apresenta a Figura 1.

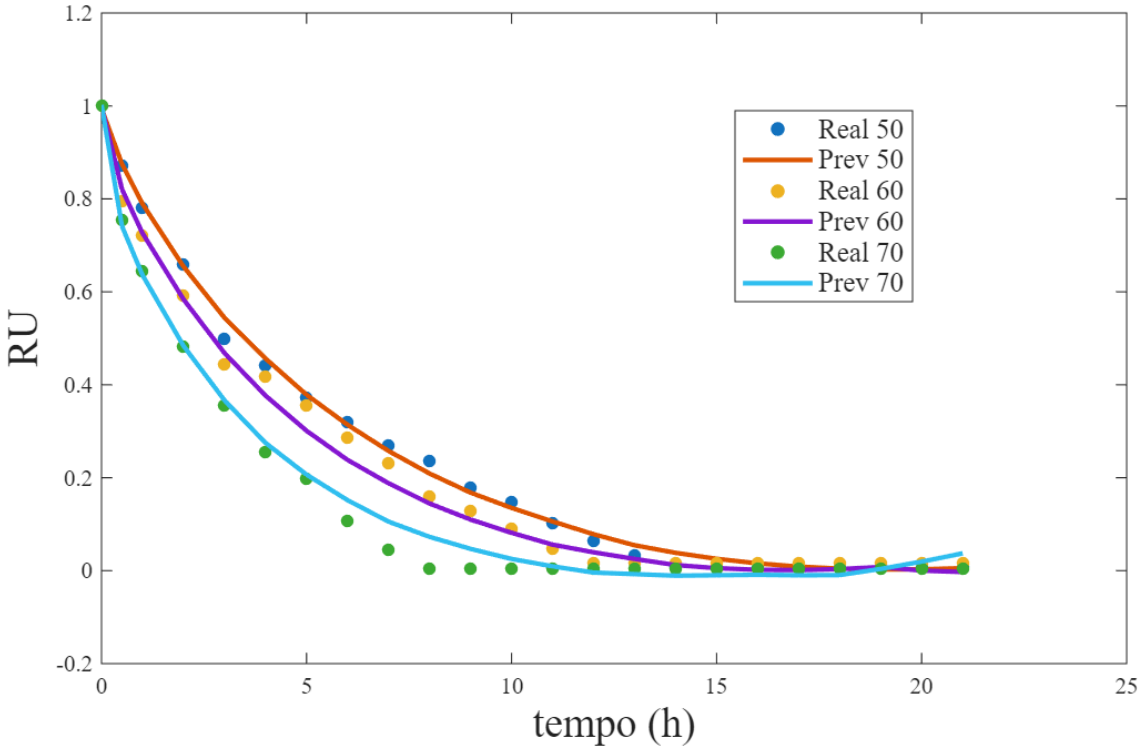
Figura 1 – Correlação entre valores reais e preditos pela regressão simbólica para as etapas de treinamento (A), validação (B) e teste (C) para razão de umidade dos cubos de mandioca



Fonte: Autores (2026)

Embora o modelo apresente um bom desempenho, sua estrutura resulta de um processo de busca algébrica orientado aos dados experimentais, o qual requer uma análise das tendências determinadas. Dessa forma, verifica-se a partir da Figura 1 que os padrões apresentados pelo modelo nas etapas de validação e teste apresentam características de conjunto de dados linearmente separáveis. Contudo, como se trata de dados experimentais a alta correlação é um fator determinístico na validação do modelo, visto que uma base de dados pequena constituída de elementos advindos de experimentos pode conter ruídos (VELOSO, 2022), sendo a validação cruzada uma técnica ideal para resolver tal problemática. Apesar disso, o poder preditivo da rede não foi prejudicado e a modelagem da rede para as condições operacionais a 50, 60 e 70°C para cinética de secagem pode ser visualizada através da Figura 2.

Figura 2 – Curvas de secagem ajustadas por regressão simbólica em relação aos dados experimentais para condições operacionais a temperaturas de 50, 60 e 70°C



Fonte: Autores (2026)

O comportamento da perda de umidade ao longo da secagem pode ser facilmente observado através da Figura 2. Nota-se que o ajuste pela técnica da RS gera curvas com comportamento suave, não se adequando as irregularidades associadas aos dados experimentais.

O modelo matemático em que RU $= f(t, T, \frac{A}{V})$ obtido por meio de regressão simbólica é expresso por meio da Equação 5, onde os parâmetros t, T e A/V correspondem ao tempo de operação, temperatura de processo e a relação área volume do sólido.

$$RU = 1{,}44 - 0{,}00063\left(\sqrt{(AV)} - e^{(AV)}\right) + 003t(AV) - 0{,}03[(AV)^4 + t(AV)^2] - 0{,}00089\sqrt{(T^3 t)} + 0{,}0011\sqrt[4]{t}T(t + AV) \quad (5)$$

É possível observar por meio da Equação 5 forte dependência da razão de umidade em relação a razão área volume. Tal fato reflete o comportamento da perda de umidade durante a secagem, pois conforme Pessoa (2018) o encolhimento dos cubos induziu a diminuição dos poros conferindo resistência ao transporte de água, o qual explicou o processo ocorrer

inteiramente a taxa decrescente. Além disso, a complexidade associada ao fenômeno é refletida através dos operadores matemáticos, visto que funções exponenciais, radicais e expoentes são combinados as variáveis independentes para descrever a perda de umidade.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O ajuste dos dados experimentais através da técnica da regressão simbólica apresentou resultados satisfatórios, em que foi possível predizer o comportamento da curva que correlaciona o adimensional de perda de umidade ao tempo para as faixas de temperatura de seus dados correspondentes (50, 60 e 70°C). A equação obtida a partir da RS para a razão de umidade indicou forte dependência com a relação área/volume dos cubos de mandioca, principalmente para os dados localizados na taxa decrescente de secagem, reforçando ainda mais a aplicabilidade do modelo na predição da operação. Assim, a regressão foi uma ferramenta útil na modelagem da cinética de secagem convectiva em cubos de mandioca.

Palavras-chave: Secagem convectiva, Regressão simbólica, Cubos de mandioca, Modelagem.

REFERÊNCIAS

BRUM, B. R. **Regressão simbólica em redes complexas**. Tese (Doutorado em Estatística) - Universidade de São Paulo, São Carlos - SP, 2026.

CAMILO, M. O. *et al*. Drying kinetic for moisture content prediction of peels Tahiti lemon (Citrus latifolia): Approach by machine learning and optimization – genetic algorithms and nonlinear programming. **South African Journal of Chemical Engineering,** V.51, 2025, p. 136–152.

FERREIRA, L. A. **Investigação da programação genética para explicabilidade em modelos de aprendizado de máquina.** Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) – Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte – MG, 2024.

LOBÃO, W. J. A.; PACHECO, M. A. C. Solução analítica de equações diferenciais por algoritmos evolucionários de inteligência artificial. ***Revista de Villegagnom***, 2023.

MARTINS, F. P.; BOSCH NETO, J. C.; SILVA, A. J. O.; SIQUEIRA, A. M. de O. Secagem: uma revisão. ***The Journal of Engineering and Exact Sciences – jCEC***, Vol. 06 N. 04, 2020.

MARTINS, M. M. **Redes neurais artificiais para modelagem da cinética da extração supercrítica de compostos dos frutos de *Schinus terebinthifolius* Raddi**. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Química) – Universidade Federal do ABC, Santo André - SP, 2021.

NASCIMENTO, R. S. **Análise da cinética de secagem da batata inglesa (*Solanumtuberosum l.*) por refractance window: aplicação do modelo difusional e isotermas de dessorção**. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Engenharia Química) - Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2019.

PESSOA, T. R. B. **Otimização da desidratação osmo-convectiva de cubos de mandioca**. Tese (Doutorado em Engenharia de Processo) – Universidade Federal de Campina Grande, Campina Grande-PB, 2018.

SOUSA, F. P. **Modelos de Regressão Simbólica Através de *Biased Random-Key Genetic Programming* em Aplicações na Física.** Dissertação (Mestrado em Ciências da Computação) – Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro- RJ, 2023.

TADINI, Carmen C. *et al*. **Operações Unitárias na Indústria de Alimentos-Vol 2**. Rio de Janeiro: LTC, 2016.

VEGA-CASTRO, O. *et al*. *Critical analysis of the use of semiempirical models on the dehydration of thin-layer foods based on two study cases*. ***Arabian Journal for Science and Engineering***, 2023, p.15851–15863.

VELOSO, L. T. **Um estudo comparative de técnicas de validação cruzada aplicads a modelos para dados desbalanceados**. Dissertação (Mestrado em Ciências) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2022.