

GEOMETRIA ESPACIAL POR MEIO DE MATERIAIS MANIPULÁVEIS: UM RELATO DE INSERÇÃO

Luis Francisco Dias Dorneles ¹

Jaqueline Pietrowski Dill ²

Ronaldo Iracet Teixeira ³

Cristhian Lovis ⁴

Fabiane Cristina Höpner Noguti ⁵

RESUMO

O presente trabalho relata uma experiência pedagógica desenvolvida no âmbito do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID), com foco no ensino de Geometria Espacial com estudantes do 3^º ano do Ensino Médio em Tempo Integral. A proposta fundamenta-se, sobretudo, nas contribuições de Lorenzato (2012) e Gatti *et al.* (2014), utilizando materiais manipuláveis, especificamente sólidos de acrílico, para o estudo e cálculo do volume de diferentes figuras geométricas, incluindo cilindro, prisma quadrangular, prisma hexagonal, pirâmide triangular, dodecaedro e poliedro não convexos. A metodologia adotada seguiu uma abordagem qualitativa, envolvendo organização em grupos, rodízio entre estações, medições diretas e cálculos, seguidos da aferição prática dos volumes por meio de provetas com água. Foram observados aspectos como facilidade ou dificuldade na representação gráfica, aplicação das fórmulas corretas, precisão nas medições e aproximação dos valores calculados com a capacidade real dos sólidos. Os resultados indicaram que a manipulação física dos objetos favoreceu a compreensão dos conceitos de volume, aproximando teoria e prática, estimulando a percepção espacial e promovendo a reflexão sobre a diferença entre volume e capacidade. Diante disso, a experiência demonstrou o potencial formativo do programa para os licenciandos, que puderam vivenciar a realidade escolar, elaborando estratégias didáticas, desenvolvendo materiais e adaptando metodologias de acordo com as necessidades dos alunos. A atividade contribuiu para a construção de conceitos matemáticos de forma concreta e significativa, fortalecendo habilidades de raciocínio, resolução de problemas e trabalho colaborativo. Conclui-se que o uso de materiais concretos, quando bem planejado, é uma estratégia eficaz para o ensino de matemática, proporcionando experiências ricas e diversificadas que favorecem a aprendizagem e estimulam o interesse dos estudantes pela disciplina.

Palavras-chave Pibid, Matemática, Ensino Médio, Sólidos de Acrílico.

¹ Graduado do Curso de Matemática Licenciatura da Universidade Federal de Santa Maria- UFSM, luisdorneles1580@gmail.com;

² Graduado do Curso de Matemática Licenciatura da Universidade Federal de Santa Maria- UFSM, jaqueline.dill2005@gmail.com;

³ Graduado do Curso de Matemática Licenciatura da Universidade Federal de Santa Maria- UFSM, ronaldo.iracet@acad.ufsm.br;

⁴ Doutorando pelo Curso de Educação em Ciências da Universidade Federal de Santa Maria - UFSM, cristhian.lovis@hotmail.com;

⁵ Professor orientador: Doutora em Educação Matemática, Universidade Federal de Santa Maria- UFSM, fabiane.noguti@ufsm.br;

INTRODUÇÃO

Na procura por um ensino de matemática que propicie cognição e compreensão, é fundamental possibilitar ao aluno diferentes vivências de ensino dentro da escola, na qual os conceitos e práticas possam ser explorados e desenvolvidos diante da ação do aluno, assim promovendo sua participação em situações pertinentes à significação e ressignificação dos conhecimentos adquiridos. No processo de materialização, desenvolvido no ensino dos conteúdos de matemática, se destaca o suporte de objetos manipuláveis como uma importante ferramenta para a prática pedagógica dos professores (Lorenzato, 2010, 2012).

Com tudo, através do uso desses objetos manipuláveis, começaram a se desenvolver as regras, modelos e teorias que foram utilizadas para ampliar o conceito dos números e para o surgimento de objetos que auxiliam o estudo subjacente da matemática. No ensino, o uso de Materiais Manipuláveis como uma ferramenta de aprendizagem dos alunos está diretamente ligado ao Movimento da Escola Nova, que buscava relacionar o que o aluno aprendia fazendo, ou seja, o aprendizado deveria ser construído através da experiência do aluno. Perante ao desenvolvimento da compreensão do aluno, como um agente principal em seu processo de aprendizagem, os materiais manipulativos passam a ser atribuídos no âmbito da matemática diante de propostas de ensino, levando em consideração que o educando possa refletir, testar, descobrir e, então, desenvolver a abstração (Fiorentini; Miorim, 1990).

Nessa perspectiva, a importância da utilização de Material Manipulável nas escolas é defendida por Figueiredo (2012, p. 285), que afirma que:

O manuseamento de materiais proporciona aos alunos experiências diversificadas em contextos ricos e variados, contribuindo para o desenvolvimento de capacidades e hábitos de natureza cognitiva, afetiva e social, designadamente estimulando a curiosidade, o sentido crítico, o gosto de comunicar, de enfrentar e resolver problemas.

Desta forma, é importante salientar a relevância dos Materiais Manipuláveis, quando pedagogicamente bem explorados e planejados, eles demonstram significados para a prática do ensino da matemática nas escolas, as quais podem representar objetos, estrutura ou noções conceituais, promovendo conceitos educativos diversificados, fundamentais para o desenvolvimento do conhecimento através de experiências lúdicas e dinâmicas (Camacho, 2012).

Diante disso, enfatiza-se a participação e o envolvimento dos integrantes do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID)⁶, que tem como um dos pilares fundamentais a exploração de inserções com diferentes estratégias metodológicas. Tais atividades permitem que os futuros professores desenvolvam uma fonte complementar de conhecimento, aperfeiçoamento e o uso de Materiais Manipuláveis, explorando um repertório didático mais amplo e preparando-os para as diferentes realidades e necessidades dos alunos em sala de aula (Brasil, 2024).

Ainda, Gatti *et al* (2014, p. 104) destacam, através de um estudo avaliativo realizado sobre o PIBID, benefícios relacionados à formação docente dos licenciandos que participam do programa:

- Proporciona contato direto dos Licenciandos Bolsistas, já no início de seu curso, com a escola pública, seu contexto, seu cotidiano, seus alunos.
- Permite a aproximação mais consistente entre teoria e prática.
- Estimula a iniciativa e a criatividade, incentivando os Licenciandos a buscar soluções, planejar e desenvolver atividades de ensino e a construir diferentes materiais didáticos e pedagógicos.
- Estimula o espírito investigativo.
- Contribui para a valorização da docência por parte dos estudantes.
- Proporciona formação mais qualificada dos Licenciandos.

Sendo assim, a vivência no programa encoraja o desenvolvimento de um olhar didático inovador, capacitando os bolsistas a identificar e a criar oportunidades para integrar objetos, jogos, modelos e outras ferramentas tátteis que facilitem a compreensão de conceitos abstratos, promovendo a interação, a resolução de problemas e a construção autônoma do conhecimento. Deste modo, o presente trabalho possui como objetivo relatar uma inserção sobre volumes de sólidos geométricos realizada na 3^a série do Ensino Médio em Tempo Integral no âmbito do Subprojeto Matemática do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID), da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM).

RELATO DE EXPERIÊNCIA

Visando melhorar a compreensão e aprendizagem da Matemática nas escolas, focando em uma “análise qualitativa dos dados que permite compreender a complexidade dos

⁶ O programa é vinculado à Fundação Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), de acordo com a Portaria nº 260 de 30 de dezembro de 2010.

fenômenos educacionais, valorizando as múltiplas interpretações e os significados atribuídos pelos sujeitos às suas experiências escolares”, se considera esta uma pesquisa qualitativa (Ludke; André 1986). Sendo assim, apresenta-se inserções vinculadas ao subprojeto Pibid Matemática/UFSM na Escola Básica Estadual Érico Veríssimo localizada na cidade de Santa Maria-RS. Para tanto considera-se que o (PIBID)⁶, tem como um de seus objetivos “inserir os licenciandos no cotidiano de escolas da rede pública de educação básica, proporcionando-lhes oportunidades de criação e participação em experiências pedagógicas de caráter inovador e interdisciplinar” (BRASIL, 2024).

Deste modo, inicialmente, realizou-se uma visita à escola com o objetivo de fazer o reconhecimento do ambiente. Além disso, nas reuniões realizadas pelos pibidianos e supervisor, foram conduzidas leituras e discussões aprofundadas de documentos curriculares pertinentes, como a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), o Referencial Curricular Gaúcho (RCG) e o Projeto Político Pedagógico (PPP) da instituição, visando contextualizar as futuras intervenções, considerando o modelo de Ensino Médio em Tempo Integral (EMTI), já que todas as turmas dos anos finais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio são turmas vinculadas ao tempo integral.

Posteriormente, iniciaram-se as inserções regulares na escola, com a organização dos participantes realizada com base em sua disponibilidade. Em vista disso, dentre as ações do grupo, foi realizada uma inserção em duas turmas da terceira série do Ensino Médio em que abordou-se o conceito de Geometria Espacial, especificamente estudando o volume de seis sólidos geométricos (Figura 1) com utilização de materiais manipuláveis, pois quando empregados de forma adequada, auxiliam os estudantes na construção de conceitos matemáticos abstratos a partir da prática e da manipulação (Lorenzato, 2010).

Figura 1 - Sólidos de acrílico



Fonte: (Autores, 2025)

A atividade foi desenvolvida em um dos laboratórios da escola em mesas em formato de pétalas, divididas em “ilhas”, com a dinâmica de estações em que cada uma continha um dos sólidos geométricos. Além disso, disponibilizou-se alguns materiais: uma calculadora, uma ficha de registro onde seriam feitas as anotações e uma régua para que os alunos realizassem as medições (Figura 2). Em seguida, após os alunos estarem presentes em sala, foram explicadas as instruções de como ocorreria a atividade, que foi dividida em dois momentos.

Figura 2 - Ficha de registro

 <p>Sólido 1 - Nome: <input type="text"/></p>	<p>UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA CENTRO DE CIÊNCIAS NATURAIS E EXATAS Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência Escola Básica Estadual Érico Veríssimo</p> 
<p>Volume (cm³): <input type="text"/></p>	<p>Volume (ml): <input type="text"/></p>

Fonte: (Autores, 2025)

No primeiro momento, organizou-se os grupos. Cada turma contou com três grupos (Tabela 1), que foram posicionados em cada estação. A partir desse momento, foram medidas as dimensões e calculados os volumes dos sólidos. Após esse momento os estudantes completaram as anotações na ficha de registro, e foi realizada a rotação para a próxima estação. Esse processo foi repetido até que todas as estações fossem preenchidas.

Tabela 1

Turmas	1			2		
Grupos	G01	G02	G03	G04	G05	G06
Número de Alunos	3	3	3	3	3	3

Fonte: (Autores, 2025)

Posteriormente foi solicitado que, com o auxílio de uma proveta, os alunos medissem a quantidade de água correspondente ao volume obtido na etapa anterior, para então preencher os respectivos sólidos. Para os grupos que terminassem a atividade antecipadamente, foram disponibilizados sólidos não convexos como desafio, para aplicação dos conhecimentos adquiridos em novas situações.

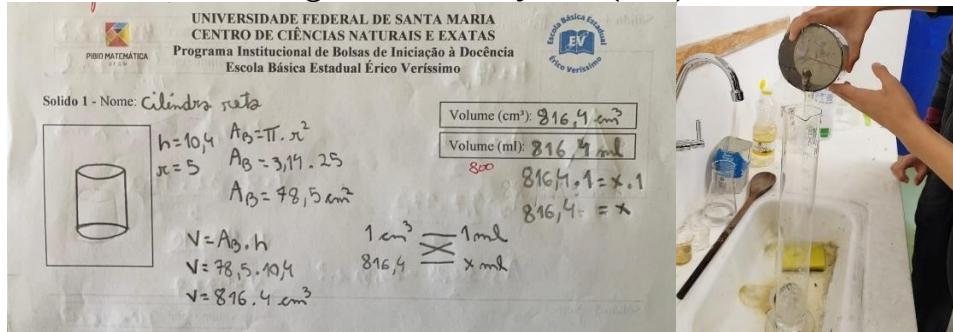


Diante disso, ao final da inserção, procedeu-se à coleta dos protocolos. A análise desses materiais, em conjunto com as observações registradas, é apresentada nas seções subsequentes, as quais se encontram estruturadas de acordo com cada sólido geométrico abordado.

CILINDRO

O cilindro é um sólido de revolução formado pela rotação de um retângulo em torno de um de seus lados, ou de um eixo fixo, que passa pelo centro das bases. Sua construção é caracterizada por duas bases circulares, paralelas e congruentes, conectadas por uma superfície lateral curva. A execução da atividade com o cilindro foi bem-sucedida pela maioria dos grupos. Todos representaram o sólido graficamente com as proporções corretas, embora a principal dificuldade tenha sido a representação da tridimensionalidade da superfície curva em um plano. Durante as medições, as alturas variaram entre 10 cm e 10,5 cm e os raios entre 5 cm e 5,3 cm. Para o cálculo, todos os grupos utilizaram $\pi = 3,14$ e a fórmula $V = \pi \times r^2 \times h$. O G03 (Figura 3) adotou uma metodologia sequencial (cálculo da área da base, seguido pela multiplicação pela altura), que explicitou seu processo de forma nítida.

Figura 3 - Resolução do (G03)

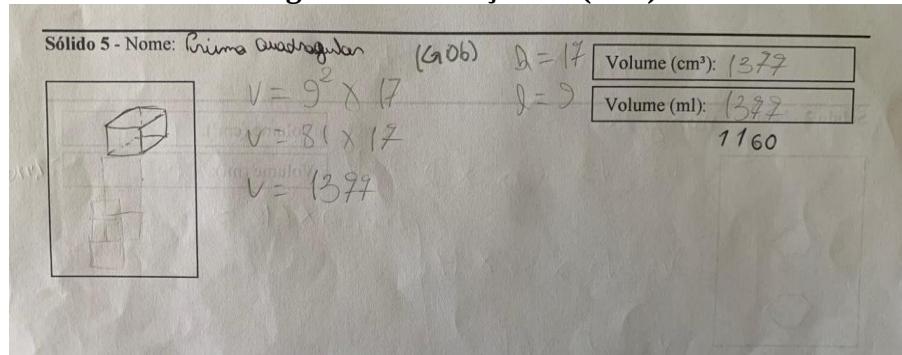


Fonte: (Autores, 2025)

Os volumes obtidos variaram de 785 cm^3 (G06), valor mais próximo da capacidade aferida de 800 ml, a $917,3 \text{ cm}^3$ (G04), o mais distante. As discrepâncias são atribuídas a pequenas imprecisões na medição e a critérios de arredondamento. Contudo, a aplicação correta da fórmula por todos os grupos gerou resultados coerentes, indicando a compreensão do procedimento para o cálculo de volume.

O prisma quadrangular é um poliedro cujas bases são quadriláteros paralelos e congruentes. No presente trabalho, aborda-se o caso particular do prisma quadrangular regular, no qual as bases são quadradas e as faces laterais são retângulos. A representação gráfica do prisma quadrangular apresentou menor grau de dificuldade para os alunos, esse fato pode ser relacionado às suas faces planas. Todos os grupos mantiveram as proporções dimensionais, e o G06 (Figura 4) destacou-se por desenhar o sólido em orientação horizontal, diferente dos demais, o que sugere uma boa compreensão espacial do objeto.

Figura 4- Resolução do (G06)



Fonte: (AUTORES, 2025)

As medidas obtidas foram consistentes, com a altura variando entre 16,9 cm e 17 cm e a aresta da base entre 8,9 cm e 9,0 cm. A maioria aplicou corretamente a fórmula $V = L^2 \times h$. Apenas G01 equivocou-se ao calcular a área superficial. O resultado do G03 (1338,64 cm³) divergiu levemente devido à medições inferiores, enquanto os outros resultados se aproximaram de 1377 cm³.

A comparação com a capacidade aferida de 1160 ml mostrou que todos os volumes calculados foram superiores, provavelmente devido a pequenas imprecisões na medição. Ainda assim, o processo de cálculo realizado pelos grupos foi considerado correto, indicando a compreensão do método para determinar o volume de um prisma quadrangular.

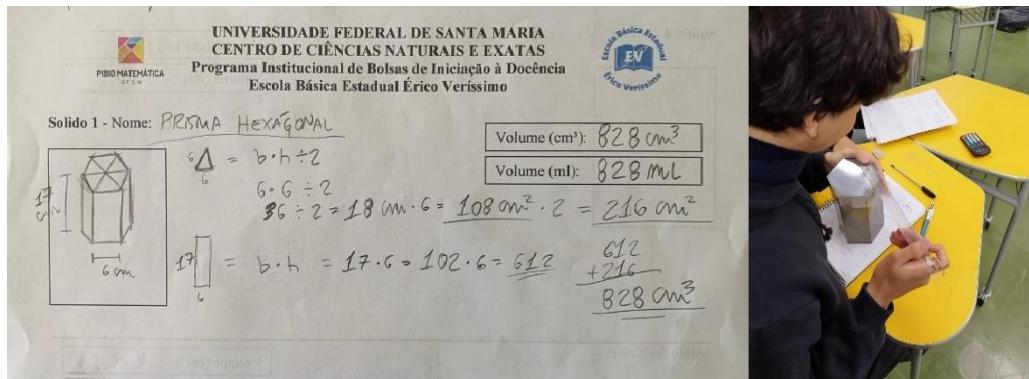
PRISMA HEXAGONAL

O prisma hexagonal caracteriza-se por sua base poligonal, que neste caso é um hexágono. Sua estrutura é composta por duas bases hexagonais congruentes e paralelas, interligadas por um conjunto de seis faces laterais retangulares. A representação gráfica do sólido apresentou desafios para alguns grupos, possivelmente devido à complexidade de sua estrutura e à exigência de percepção espacial. Contudo, todos conseguiram superar a dificuldade



inicial, produzindo representações com as proporções corretas, baseados em uma aresta de base de 6 cm e uma altura de 17 cm.

Figura 5 - Resolução do (G01)



Fonte: (Autores, 2025)

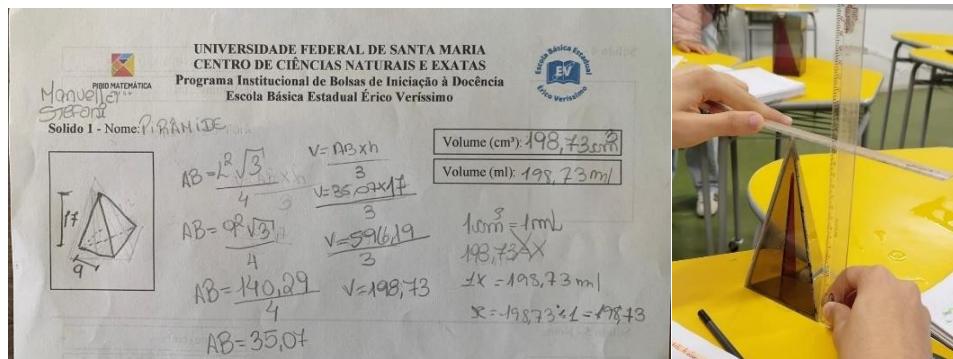
Ao calcular o volume, todos os grupos cometeram um erro conceitual, aplicando a fórmula de área da base do prisma quadrangular em vez da fórmula correta para a base hexagonal. O método adequado envolveria o cálculo da área de seis triângulos equiláteros. O grupo G01 (Figura 5) destacou-se por ser o único a identificar e desenhar esses triângulos na base. No entanto, o G01 também utilizou uma fórmula de área incorreta, o que levou a um resultado de volume significativamente diferente dos outros grupos. Sendo assim, os volumes obtidos variaram de 1407,07 cm³ (G02), valor mais próximo da capacidade aferida de 1450 ml, a 828 cm³ (G01), o mais distante.

PIRÂMIDE TRIANGULAR

A pirâmide triangular é um poliedro caracterizado por possuir uma base de formato triangular. Suas três faces laterais, também triangulares, convergem para um vértice comum exterior ao plano da base. Diante disso, na representação desse sólido, os grupos conseguiram desenhar sem muitas dificuldades, além disso, os dados encontrados sobre a pirâmide eram bastante semelhantes, na qual a altura variou de 17 cm e 17,5 cm e a aresta da base de 9 cm e 10 cm.



Figura 6 - Resolução do (G02)



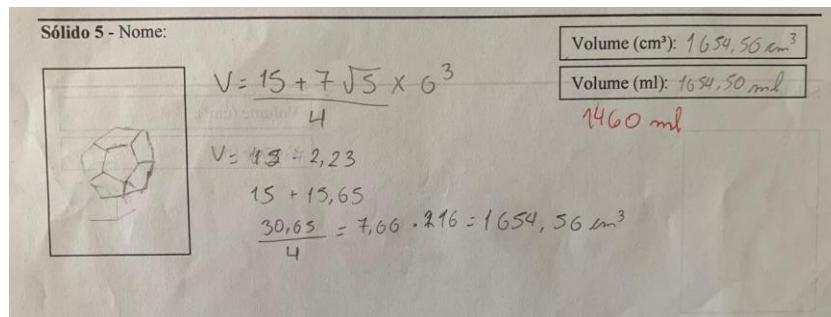
Fonte: (Autores, 2025)

Os volumes obtidos variaram de 785 cm³ (G06), valor mais próximo da capacidade aferida de 800 ml, a 917,3 cm³ (G04), o mais distante. As discrepâncias são atribuídas a pequenas imprecisões na medição e a critérios de arredondamento. Contudo, a aplicação correta da fórmula por todos os grupos gerou resultados coerentes, indicando a compreensão do procedimento para o cálculo de volume.

DODECAEDRO

O dodecaedro regular é um poliedro convexo composto por doze faces, sendo cada uma delas um pentágono regular. Na etapa de representação gráfica do dodecaedro, observou-se um grau considerável de dificuldade entre os discentes, fato atribuído à elevada complexidade geométrica deste poliedro. A maioria dos grupos optou por uma representação bidimensional baseada em uma visão frontal do sólido (Figura 7), uma estratégia para simplificar a tarefa. Como exceção, o grupo (G02) não concluiu a representação gráfica, e a resolução do cálculo de volume associada também se apresentou incompleta.

Figura 7 - Resolução do (G05)



Fonte: (Autores, 2025)

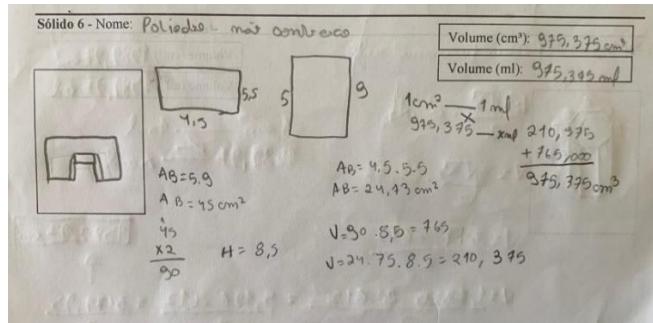
Para o cálculo do volume, foi padronizada a utilização de uma aresta com 6cm, também todos utilizaram a fórmula do cálculo do volume do sólido dada por: $V = [(15 + 7\sqrt{5})a^3]/4$, com “a” sendo a medida da aresta. Na execução dos cálculos, o grupo G03 incorreu em um erro, procedural ao não seguir a ordem correta das operações matemáticas, o que levou a um resultado divergente de 2.656 cm^3 . Em contraste, os demais grupos obtiveram valores no intervalo entre 1.652 cm^3 e 1.656 cm^3 . Ao comparar estes resultados com o valor de referência esperado ($1.655,23 \text{ cm}^3$), constata-se que a maioria dos estudantes alcançou desvios mínimos, provavelmente decorrentes de diferentes critérios de arredondamento durante os cálculos intermediários.

POLIEDRO NÃO CONVEXO

Um poliedro é classificado como não convexo se, e somente se, existir ao menos um par de pontos em seu interior cujo segmento de reta que os une não esteja inteiramente contido no volume do poliedro. Este sólido foi o que apresentou maior dificuldade aos grupos, tanto na representação gráfica quanto no cálculo. A complexidade do sólido, com suas concavidades, exigiu um raciocínio espacial mais apurado, e alguns grupos, como o G06, não conseguiram representar sua tridimensionalidade.

Para o cálculo do volume, os grupos utilizaram estratégias distintas. O G01 tentou um método baseado em área, que era conceitualmente incorreto e não foi finalizado. O G03 (Figura 8) dividiu o sólido em duas partes e somou seus volumes, chegando a $975,4 \text{ cm}^3$. O G06 calculou um sólido maior e subtraiu partes suplementares, obtendo 1.110 cm^3 . A diversidade de abordagens indica um esforço cognitivo para solucionar o problema, embora a execução tenha revelado imprecisões.

Figura 8 - Resolução do G03



Fonte: (Autores, 2025)

Ao comparar os resultados com a capacidade real do objeto, aferida experimentalmente em 810 ml (ou 810 cm³), constatou-se que todos os volumes calculados foram superiores ao valor de referência. Tal discrepância sistemática sugere a ocorrência de erros de mensuração, somada a uma dificuldade intrínseca na conceitualização e quantificação das subpartes do sólido. Dentre as atividades realizadas, esta foi a que mais demandou atenção, raciocínio espacial e engenhosidade na elaboração de estratégias para se obter um resultado acurado.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A inserção realizada evidenciou o envolvimento dos alunos, mostrando que a utilização de materiais manipuláveis é uma estratégia potente para o ensino da matemática. Ao permitir que os estudantes tenham contato direto com objetos físicos, tais recursos contribuem para a materialização de conceitos abstratos, favorecendo a compreensão e a construção do conhecimento. Conforme ressalta Rêgo e Rêgo (2006, p. 43) “[...] os alunos ampliam sua concepção sobre o que é, como e para que aprender matemática, vencendo os mitos e preconceitos negativos, favorecendo a aprendizagem pela formação de ideias e modelos”. Durante a prática, ficou evidente a importância de discutir a diferença entre volume e capacidade. Enquanto o volume corresponde à medida do espaço ocupado por um sólido expressado em unidades cúbicas, a capacidade refere-se à quantidade de substância que o recipiente comporta, geralmente expressa em unidades de litro ou mililitro.

Ainda, destaca-se a relevância do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (Pibid) como oportunidade formativa para os licenciandos. O contato direto com a realidade escolar, aliado ao desenvolvimento de propostas metodológicas diversificadas, amplia visão pedagógica dos futuros professores e os capacita a adaptar suas práticas a diferentes contextos. Essa experiência prática, favorece o desenvolvimento de habilidades essenciais à docência, como a criatividade, a resolução de problemas e a reflexão crítica sobre o próprio fazer pedagógico.

Por fim, salienta-se que a proposta desenvolvida cumpriu seus objetivos de promover uma experiência singular sobre volumes de sólidos geométricos, aliando fundamentos teóricos e recursos concretos, reforçando a importância de metodologias ativas para a formação docente e para o ensino de matemática.



REFERÊNCIAS

BRASIL. Conselho Nacional da Educação. Câmara de Educação Básica. Resolução nº 2, de 11 de setembro de 2001. Diretrizes Nacionais para Educação Especial na Educação Básica. Brasília: Diário Oficial da União (2001). Seção 1E, (39-40 p.). Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/CEB0201.pdf>.

BRASIL. Pibid - Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência. Brasília, DF, 2024. Disponível em: <https://www.gov.br/capes/pt-br/acesso-a-informacao/acoes-e-programas/educacao-basica/pibid/pibid>.

CAPES. Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior. PIBID – Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência. Portal Gov.br, [s.d.]. Disponível em: <https://www.gov.br/capes/pt-br/acesso-a-informacao/acoes-e-programas/educacao-basica/pibid/pibid>.

CAMACHO, M. S. F. P. Materiais manipuláveis no processo ensino/aprendizagem da matemática: aprender explorando e construindo. 2012. Dissertação (Mestrado em Ensino da Matemática) – Universidade da Madeira, 2012.

FIGUEIREDO, M. Bola de neve - Apoio global aos novos programas, 1º ano de escolaridade. Coleção CIP, [s.d.].

FIORENTINI, D; MIORIM, M. A. Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no ensino da matemática. São Paulo: Boletim da SBEM-SP, 1990.

GATTI, B. A. et al. Um estudo avaliativo do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (Pibid). São Paulo: FCC/SEP, 2014.

LORENZATO, S. Para aprender matemática. 3. ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2010.

LORENZATO, S. O laboratório de ensino de matemática na formação de professores. 3. ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2012.

LORENZATO, S. O uso de materiais manipulativos no ensino da matemática. [PDF compartilhado]. Disponível em: Materiais e geometria.pdf

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. Pesquisa em educação: abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 1986.

REGÔ, R. M.; REGÔ, R. G. Desenvolvimento e uso de materiais didáticos no ensino de matemática. In: LORENZATO, S. **O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores.** Campinas, SP: Autores Associados, 2006.