MODELAGEM MATEMÁTICA NO ENSINO DE TRIGONOMETRIA: RELATO DE UMA EXPERIÊNCIA NO ESTÁGIO SUPERVISIONADO

Lucas Matias dos Santos [1]
Daniela Barbieri Vidotti [2]

RESUMO

Este trabalho relata uma experiência de regência de classe no âmbito do Estágio Supervisionado II do curso de Licenciatura em Matemática de uma universidade pública paranaense, realizada em uma turma do 3º ano de um curso técnico integrado ao Ensino Médio. A prática foi fundamentada na Modelagem Matemática, compreendida como um ambiente de aprendizagem no qual os estudantes investigam, por meio da matemática, situações-problema do seu interesse, envolvendo temas de outras áreas da realidade. O objetivo geral foi elaborar e resolver problemas que requerem a compreensão das razões trigonométricas no triângulo retângulo utilizando o círculo trigonométrico e o teodolito como ferramentas conceitual e prática de verificação de medidas. Como forma de convite a investigação, os estudantes foram instigados a pensar: como é possível medir distâncias inacessíveis? É possível medir a altura do prédio da escola sem atingir tal altura? Como? Para isso, os estudantes, organizados em grupos, construíram um teodolito caseiro e utilizaram uma trena e uma prancha trigonométrica como ferramentas para coleta de dados e compreensão dos conceitos de seno, cosseno e tangente. Como resultado, observou-se um engajamento contínuo dos alunos, durante quatro aulas, somado a um movimento de compartilhamento de responsabilidades na investigação, entre os estudantes e os estagiários, desde o planejamento e coleta de dados até a criação de um modelo matemático para a situação. Embora apenas um dos três grupos tenha alcançado a resolução final esperada, todos participaram ativamente do processo, exercitando o pensamento matemático, a colaboração e a análise crítica das possíveis fontes de erro, o que evidencia o sucesso da abordagem em valorizar o processo investigativo em detrimento de uma única solução correta.

Palavras-chave: Modelagem Matemática, Ensino Médio, Trigonometria.

[1] Graduando do Curso de Matemática da Universidade Estadual do Paraná – Campus de Paranavaí – UNESPAR, lucaslucacontato@gmail.com.
[2] Docente do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual do Paraná – Campus de Paranavaí – UNESPAR, dnbarbieri@hotmail.com.

INTRODUÇÃO

O ensino de Matemática na Educação Básica apresenta inúmeros desafios, entre eles a dificuldade de estabelecer conexões entre conteúdos abstratos e situações práticas e a falta de motivação e interesse dos alunos em aprender Matemática. Dentre estes conteúdos, destacam-se as razões trigonométricas, que podem ser percebidas pelos estudantes, como aplicação de fórmulas isoladas, sem significado prático. Esses desafios justificam a necessidade de buscar metodologias que motivem os estudantes no seu estudo, ao mesmo tempo que aproximem os conteúdos de situações do cotidiano.

Nesse contexto, a Modelagem Matemática surge como uma estratégia pedagógica capaz de aproximar o conhecimento escolar da realidade vivida pelos alunos. Segundo Barbosa (2001, p.6), a Modelagem Matemática é um “ambiente de aprendizagem em que os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade". Não se trata de partir de modelos matemáticos prontos, mas sim de criar espaço para que os estudantes, com seus conhecimentos prévios e estratégias próprias, estruturem caminhos investigativos diante de uma situação desafiadora.

A proposta adotada neste trabalho segue o Caso 2, descrito por Barbosa (2001), uma abordagem que valoriza e amplia o protagonismo dos alunos. Neste caso, o professor propõe uma situação-problema e os alunos são responsáveis por explorar o tema, e coletar as informações necessárias para resolvê-la. Essa perspectiva transforma a sala de aula em um autêntico ambiente de investigação, onde o papel do professor é o de mediador e facilitador do processo, abandonando a postura de detentor centralizado do saber.

O desenvolvimento das aulas pode ser orientado pelos seguintes momentos (Barbosa, 2009), adaptados à dinâmica do Caso 2:

1. Escolha do Tema e Formulação do Problema: O professor lança a situação-problema, mas são os alunos, em grupo, que exploram o tema, levantam questionamentos e simplificam o problema, levantando hipóteses, de acordo com os dados coletados. A curiosidade e o interesse do grupo definem o rumo do trabalho.
2. Investigação e Modelagem em Grupo: Os alunos assumem a responsabilidade pela investigação. Isso inclui planejar como simplificar a situação real para torná-la matematicamente tratável, decidir quais dados são necessários (qualitativos e quantitativos) e coletá-los. O grupo discute hipóteses, constrói diagramas e busca estratégias para resolver o problema que eles mesmos formularam.

3. Socialização das Estratégias: Os grupos apresentam não apenas suas soluções, mas todo o seu processo investigativo: como definiram o problema, que simplificações fizeram e como coletaram os dados. Essa etapa valoriza a diversidade de caminhos e as diferentes modelagens que podem surgir de um mesmo tema inicial.
4. Formalização e Análise Crítica: A partir das diversas estratégias e necessidades matemáticas que emergiram dos grupos, o professor conduz a sistematização dos conceitos (neste caso, as razões trigonométricas). A discussão não se encerra na solução, mas avança para uma análise crítica dos modelos criados, suas limitações e a validade dos resultados.

Essa abordagem valoriza profundamente o processo de investigação matemática, colocando os alunos como construtores ativos do conhecimento. A matemática emerge não como um conteúdo a ser aplicado, mas como uma ferramenta poderosa e necessária para compreender e agir sobre a realidade, a partir dos interesses e da autonomia dos estudantes.

Nesse sentido, o objetivo deste relato é analisar o potencial da Modelagem Matemática no ensino de trigonometria a partir de uma experiência de regência no estágio supervisionado. A discussão busca evidenciar como essa abordagem não apenas facilitou a compreensão conceitual das razões trigonométricas, mas também fomentou o desenvolvimento de competências investigativas e colaborativas nos estudantes.

DESENVOLVIMENTO DA REGÊNCIA DE CLASSE

Este trabalho relata uma experiência de regência de classe no âmbito do estágio supervisionado do curso de Licenciatura em Matemática de uma universidade pública paranaense, realizada em uma turma do 3º ano de um curso técnico em Jogos Digitais Integrado ao Ensino Médio, com duração de quatro horas-aula. A regência foi realizada em dupla, sendo que o primeiro autor do trabalho é um membro da dupla, e a segunda autora atuou como orientadora da Universidade.

O objetivo geral estabelecido no plano de aula foi elaborar e resolver problemas que requerem a compreensão das razões trigonométricas no triângulo retângulo utilizando o círculo trigonométrico e o teodolito como ferramentas conceitual e prática de verificação de medidas.

A regência foi desenvolvida em três dias distintos, sendo uma aula no primeiro dia, duas aulas no segundo dia, e uma aula no terceiro dia. Por isso, a atividade foi organizada em quatro tarefas: 1) construção do teodolito (aula 1); 2) reconhecimento da prancha trigonométrica (aula 2); 3) os grupos vão a campo (aula 3); 4) modelo matemático da situação-problema (aula 4). Ao final da realização das tarefas, os futuros professores sistematizaram conceitos abordados na aula.

Para iniciar as atividades os 14 alunos presentes foram organizados em três grupos. A primeira tarefa foi focada na construção de uma ferramenta, o teodolito (Figura 1). Os futuros professores lançam o desafio: " *Como futuros desenvolvedores de jogos, vocês sabem que criar mundos virtuais realistas exige dados do mundo real. Nosso desafio é medir a altura do prédio do nosso colégio. Mas como medir algo tão alto? Precisamos de ferramentas. Hoje, vamos construir uma para coleta de dados: o teodolito”.* As orientações para a construção do teodolito são apresentadas no Quadro 1.

Quadro 1 - Tarefa 1: Materiais e instruções para a construção do Teodolito

Materiais Necessários:

- 1 canudo de plástico
- 1 transferidor (180° ou 360°)
- Barbante ou linha resistente
- Fita adesiva
- 1 borracha escolar ou outro objeto que sirva como peso

Instruções de Montagem:

1. Prepare o Fio de Prumo:

○ Amarre um pedaço de barbante firmemente no centro exato do canudo. ○ Para que o barbante não deslize, fixe-o com um pequeno pedaço de fita adesiva.

2. Prenda o Canudo no Transferidor:

○ Posicione o canudo sobre a parte reta do transferidor.

○ Faça o alinhamento crucial: alinhe o nó do barbante precisamente com o ponto de referência central do transferidor (geralmente marcado com um pequeno furo ou traço).

3. Alinhe e Fixe o Conjunto:

○ Com o nó centralizado, alinhe o canudo com a linha da base do transferidor, que corresponde aos ângulos de 0° e 180°.

○ Prenda o canudo de forma segura ao transferidor com fita adesiva em pelo menos dois pontos. Isso garante que ele não se mova.

○ Verifique se o fio de barbante continua pendurado livremente a partir do ponto central.

4. Instale o Prumo:

○ Na extremidade solta do barbante, amarre a borracha. Ela funcionará como um prumo, mantendo o fio sempre na vertical.

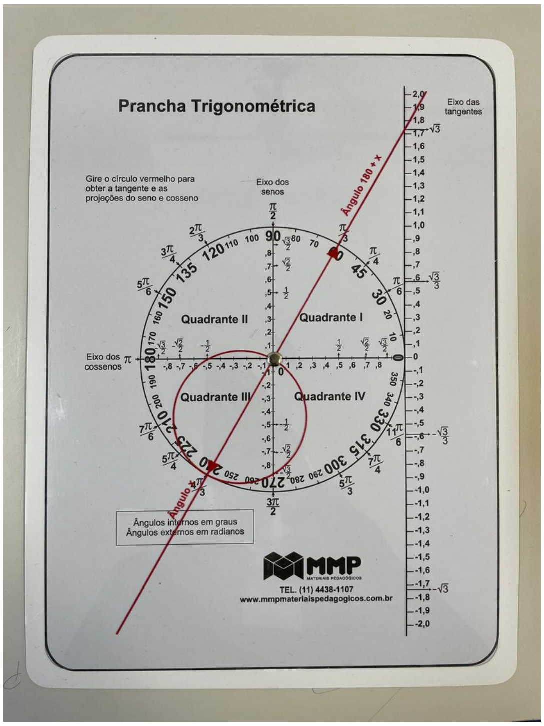
Fonte: Os autores.

Figura 1 - Teodolito

Fonte: Os autores.

Após a construção do teodolito, foram entregues as pranchas trigonométricas, um material manipulável em PVC rígido branco, tamanho aproximadamente A4, com o ciclo trigonométrico e uma parte transparente que ao girar nos fornece os valores do seno, do cosseno e da tangente do ângulo, ao mesmo tempo, apresentado na Figura 2:

Figura 2 - Prancha trigonométrica



Fonte: Os autores.

A Tarefa 2 foi planejada como uma ponte entre a ferramenta e a teoria. Na prática, os futuros professores iniciaram a atividade demonstrando o uso da prancha trigonométrica, posicionando o ponteiro no ângulo de 30° e mostrar aos alunos como a projeção do ponteiro no eixo vertical correspondia ao valor do seno (1/2) e no eixo horizontal, ao valor do cosseno ($\sqrt{3}/2$). Em seguida, os alunos, em seus grupos, foram desafiados a replicar o processo para os ângulos de 45° e 60°, preenchendo uma tabela. Essa atividade permitiu que eles manuseassem a ferramenta, tirassem dúvidas e construíssem uma compreensão tátil e visual das razões trigonométricas, antes de aplicá-las no problema principal.

Na terceira tarefa, Quadro 2, os grupos vão a campo. A missão era usar o teodolito e uma trena para coletar os dados necessários para o cálculo. Eles precisavam medir a distância da base do prédio e o ângulo de elevação até o topo. Nesse momento a tarefa apresentada no Quadro 2 foi distribuída aos grupos.

Quadro 2: Tarefa 3: os grupos vão a campo

***BRIEFING* DA MISSÃO**

Equipe, sua missão é criar um modelo 3D ultrarrealista do nosso Colégio Estadual de Paranavaí para o próximo grande jogo do estúdio. Um modelo preciso exige dados do mundo real. O desafio de hoje é obter uma das medidas mais importantes e inacessíveis do cenário: a altura do prédio principal.

Para isso, vocês usarão o Teodolito e as pranchas Trigonométricas, uma trena e o poder da matemática. O sucesso desta operação depende da sua capacidade de planejar, coletar dados, modelar a situação e analisar criticamente os resultados.

FASE 1: FORMULAÇÃO DO PROBLEMA E PLANEJAMENTO

Antes de ir a campo, um bom esquadrão planeja cada passo. Discutam em grupo e respondam:

1. Descrevam com suas palavras, de forma clara e objetiva, qual é o problema que vocês precisam resolver.
2. Que dados vocês precisam coletar em campo para resolver este problema? Listem todas as medições necessárias.
3. Como vocês garantirão que suas medições sejam as mais precisas possíveis?

Fonte: os autores.

A distribuição do "Briefing da Missão" gerou um clima de empolgação e responsabilidade nos grupos. Durante a fase de planejamento, os estagiários atuaram como mediadores, circulando entre as equipes e provocando a discussão com perguntas. Rapidamente, os alunos identificaram que precisariam de duas medidas principais: a distância horizontal da base do prédio até o observador e o ângulo de elevação medido pelo teodolito. O ponto mais importante do planejamento foi quando os grupos, com alguma orientação, perceberam que a altura do observador (a altura em que o teodolito era segurado) também era um dado crucial a ser coletado.

Ao irem a campo, a dinâmica colaborativa se tornou evidente. Em cada grupo, os papéis foram distribuídos naturalmente: um aluno operava o teodolito para medir o ângulo, outro era responsável por medir a distância com a trena, garantindo que ela ficasse esticada e nivelada, e um terceiro anotava os dados. Surgiram desafios práticos, como a irregularidade do piso do pátio e a necessidade de manter o teodolito estável para uma leitura precisa do ângulo. A tarefa terminou com cada equipe retornando à sala de aula com seu conjunto de dados brutos, pronta para a próxima fase de modelagem.

De volta à sala, esperava-se que os alunos desenhassem um diagrama da situação (o modelo matemático) e usando a prancha trigonométrica como guia visual, eles poderiam decidir qual razão trigonométrica era a mais adequada para resolver o problema. E por fim, deveriam realizar o cálculo e analisar criticamente o resultado. Para isso, foi entregue aos grupos a orientações apresentadas no Quadro 3.

Quadro 3 - Tarefa 4: Modelo Matemático da situação-problema

Traduza a realidade para a linguagem da geometria. Desenhe abaixo o diagrama (o triângulo retângulo) que representa a situação. Identifique todos os elementos: os catetos, a hipotenusa, o ângulo reto, o ângulo de elevação e as medidas que vocês coletaram. 1. Decisão Estratégica: Consultem a pranchas trigonométrica. Qual razão trigonométrica (seno, cosseno ou tangente) relaciona o que vocês conhecem (cateto adjacente) com o que querem descobrir (cateto oposto)? Justifiquem a escolha. 2. Cálculo da Altura Parcial (h1): Mostre o cálculo passo a passo para encontrar a altura parcial do prédio. 3. Cálculo da Altura Total: O valor de h1 é a altura final do prédio? O que está faltando? Calcule a altura total.

Fonte: Os autores.

Na prática, a aplicação da Tarefa 4 revelou estratégias diversas pelos grupos. Um deles avançou com autonomia, traduzindo os dados coletados para um diagrama composto por um triângulo retângulo no qual identificaram corretamente a necessidade de usar a relação da tangente para encontrar a altura parcial do prédio. Os demais grupos, no entanto, depararam-se com uma barreira conceitual: a dificuldade em recordar as fórmulas das razões trigonométricas. Apesar disso, não houve estagnação. Esses alunos se engajaram na representação geométrica do problema e na organização dos dados, produzindo raciocínios matemáticos válidos que, embora incompletos, demonstravam uma compreensão da situação. Essa disparidade de resultados, forneceu o material para a etapa de socialização que se seguiu.

Após a socialização das diferentes estratégias e resultados obtidos pelos grupos, utilizando os diagramas e os dados dos próprios alunos como ponto de partida, os futuros professores conduziram a sistematização no quadro. O objetivo era conectar as descobertas práticas com a teoria matemática, mostrando como a matemática emergiu como uma ferramenta necessária para resolver o problema da missão.

A condução da discussão levou os alunos a concluírem porque a tangente foi a consequência lógica para resolver o problema. Foi questionado: "*Com os dados que vocês coletaram (distância e ângulo), qual das três razões nos permitiu encontrar a altura parcial do prédio?*". A resposta evidente é a tangente, pois ela é a única que conecta os dois lados conhecidos (cateto adjacente) com o lado desconhecido (cateto oposto), sem a necessidade de medir a hipotenusa.

A partir da compreensão no triângulo, utilizaram a prancha trigonométrica para reforçar visualmente o significado das razões trigonométricas. Usando o pino e o ponteiro do círculo, foi mostrado como o ângulo medido pelo teodolito pode ser representado no círculo:

- O eixo vertical (Y) representa o Eixo dos Senos. A "sombra" ou projeção do ponteiro nesse eixo representa o valor do seno do ângulo.
- O eixo horizontal (X) representa o Eixo dos Cossenos. A projeção do ponteiro nesse eixo representa o valor do cosseno do ângulo.

A partir disso, mostraram que a tangente pode ser entendida como a razão entre o seno e o cosseno ($\tan(\alpha)= \sin(\alpha) /\cos(\alpha)$), o que corresponde à inclinação do "ponteiro" do ângulo.

Dessa forma, a sistematização cumpriu seu objetivo ao fechar o ciclo de aprendizagem: partiu-se de um problema concreto (medir a altura do prédio da escola), passou-se pela investigação prática (coleta de dados) e culminou na compreensão teórica e visual do conceito. Assim, a tangente deixou de ser vista como uma fórmula abstrata, e passou a ser uma ferramenta com significado, cuja escolha foi uma consequência lógica da própria experiência dos alunos.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

A aula foi muito dinâmica, cheia de conversas e atividades. Dividimos a turma em “esquadrões” e a primeira tarefa foi construir um teodolito caseiro com materiais simples. O ato de montar a ferramenta gerou discussões sobre ângulos e precisão. Depois, usamos uma prancha trigonométrica para que eles pudessem perceber o significado do seno e do cosseno, ao invés de decorar as suas fórmulas. A melhor parte foi quando fomos para o pátio. Sair da sala e lidar com os desafios do mundo real, como o chão irregular e a comunicação em equipe, foi uma experiência fantástica. O verdadeiro desafio, no entanto, apareceu ao explorar os dados coletados. Vimos os grupos discutindo, desenhando e tentando encontrar uma solução. A principal dificuldade identificada foi a lembrança das fórmulas de seno, cosseno e tangente, o que interrompeu o avanço da maioria dos grupos. No fim, apenas uma equipe conseguiu, de fato, chegar a um resultado plausível para a altura do prédio. Usamos o resultado deles como ponto de partida para sistematizar os conceitos para toda a turma, permitindo que os outros grupos pudessem finalizar a atividade com êxito.

Refletindo sobre a aula, a lição mais valiosa obtida foi sobre o planejamento. O engajamento dos alunos foi um sucesso, mas a frustração que alguns sentiram por não conseguirem chegar à resposta final nos fez repensar a ordem das coisas. Se fossemos repetir a aula, mudaríamos algo importante: começaríamos a aula com uma revisão rápida para relembrar as definições de seno, cosseno e tangente, além de como identificar os catetos - oposto e adjacente - e a hipotenusa. Essa retomada não comprometeria a investigação, pelo contrário, acreditamos que daria a eles a confiança e as ferramentas necessárias para não ficarem limitado às fórmulas, permitindo que concentrassem seus esforços no que realmente importava: resolver o problema. Acreditamos que isso evitaria a frustração e faria com que mais grupos sentissem a satisfação de chegar à solução final, tornando a discussão em grupo ainda mais rica.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A experiência relatada evidencia o potencial da Modelagem Matemática como estratégia pedagógica, permitido que os alunos se engajassem em situações reais e significativas para compreender as razões trigonométricas. O engajamento dos alunos foi notável, especialmente na construção do teodolito e na coleta de dados em situações reais, que despertaram a curiosidade e favoreceram a contextualização dos conceitos de seno, cosseno e tangente.

Embora apenas um grupo tenha alcançado a solução final esperada, todos os estudantes participaram ativamente do processo, exercendo o pensamento crítico e a cooperação. Essa vivência reforçou que o valor da prática não está apenas na obtenção da resposta correta, mas na construção coletiva do conhecimento e na reflexão sobre os caminhos percorrido.

O relato também destacou a importância do planejamento didático e a da necessidade de adaptações metodológicas, como a retomada prévia das definições trigonométricas, para garantir maior segurança conceitual dos alunos e evitar frustações. Assim, conclui-se que o objetivo geral do estágio foi atingido, pois houve compreensão conceitual, desenvolvimento de habilidades investigativas e colaborativas, além de uma reflexão importante sobre o processo de formação do professor, marcado por experimentação, análise crítica e compromisso com o desenvolvimento intelectual do professor.

REFERÊNCIAS

BARBOSA, J. C. Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate. **Bolema - Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, v. 14, n. 15, P. 1-19, 2001.

BARBOSA, J. C. Integrando modelagem matemática nas práticas pedagógicas. **Educação Matemática em Revista**, São Paulo, n. 26, P. 17–25, 2009. Disponível em: https://www.sbembrasil.org.br/periodicos/index.php/emr/article/view/5. Acesso em: 25 abr. 2025.

FELIPE OLAVO - EXPERIMÁTICA. **Como fazer um teodolito caseiro (tutorial)**. YouTube, 15 abr. 2020. 1 vídeo ([duração]). Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=Av-knx92Eho. Acesso em: 25 abr. 2025

MMP MATERIAIS PEDAGÓGICOS MATEMÁTICOS. **Ciclo trigonométrico arcos e ângulos**. YouTube, 26 jan. 2021. 1 vídeo ([duração]). Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=rpLc2hENgIg. Acesso em: 25 abr. 2025