



REPRESENTAÇÃO GEOMÉTRICA DO TEOREMA DE PITÁGORAS: UMA DEMONSTRAÇÃO A PARTIR DO USO DE MATERIAIS CONCRETOS E MANIPULÁVEIS

Bruna Caroline Caron de Siqueira¹
Isabelly Braga Cardoso²
Anne Maiara Seidel Luciano³

RESUMO

O presente trabalho relata uma experiência desenvolvida com estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental, com o objetivo de favorecer a compreensão do Teorema de Pitágoras por meio de uma abordagem visual e concreta. A proposta consistiu na construção de figuras geométricas com recortes em papel colorido, permitindo aos estudantes demonstrar o teorema de forma manipulativa. A atividade promoveu o protagonismo estudantil, o raciocínio lógico e a argumentação matemática. A análise dos resultados, à luz da teoria dos registros de representação semiótica de Duval, evidenciou que a visualização e a conversão entre diferentes representações favorecem a aprendizagem significativa em Geometria. Conclui-se que o uso de materiais manipuláveis contribui para uma compreensão mais profunda dos conceitos matemáticos, tornando a experiência mais acessível e envolvente para os estudantes.

Palavras-chave: Geometria. Materiais Manipuláveis. Teorema de Pitágoras.

INTRODUÇÃO

A autoria da demonstração original do Teorema de Pitágoras permanece incerta, uma vez que não há registros escritos deixados por Pitágoras que tenham sido preservados até os dias atuais. Assim, não é possível afirmar com precisão se o filósofo grego teria, de fato, elaborado uma prova formal da proposição que leva seu nome. Apesar dessa ausência documental, o teorema em questão foi demonstrado ao longo da história por diversos estudiosos, por meio de abordagens variadas (Lellis, 1996). Entre esses pesquisadores,

1Graduanda do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR, brunacarolinesiqueira@alunos.utfpr.edu.br ;

2 Graduanda pelo Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR, Isabellycardoso@alunos.utfpr.edu.br ;

3Doutoranda do Programa de Pós-Graduação em Formação Científica, Educacional e Tecnológica (PPGFCET), annemaiara@alunos.utfpr.edu.br

destaca-se Elisha Scott Loomis, professor de Matemática na cidade de Cleveland, Estado de Ohio, nos Estados Unidos. Entusiasta declarado do Teorema de Pitágoras, Loomis dedicou-se, entre os anos de 1907 e 1927, à coleta de 230 diferentes formas de demonstrá-lo, as quais foram organizadas e publicadas na obra *The Pythagorean Proposition* (A Proposição de Pitágoras).

Com o lançamento da segunda edição do livro, em 1940, o número de demonstrações já havia alcançado 370 (Lima, 1991, pg. 52). A obra encerra-se com uma frase emblemática: “E ainda não chegamos ao fim” (Loomis, 1940, pg. 269), sinalizando a convicção de que novas formas de prova continuariam a surgir. Essa previsão mostrou-se acertada, pois, conforme registro mais recente do *Guinness World Records*, um pesquisador de origem grega declarou ter identificado 520 demonstrações distintas do Teorema de Pitágoras. Além de catalogar as diferentes provas, Loomis propôs uma classificação didática para organizá-las em dois grupos principais: as chamadas provas **algébricas**, que utilizam relações métricas do triângulo retângulo, e as provas **geométricas**, fundamentadas na comparação de áreas.

Diante de tantas possibilidades visuais e geométricas, como despertar nos estudantes a compreensão e o encantamento por esse teorema, indo além da memorização de fórmulas?

No contexto do ensino da Matemática, observa-se que algumas práticas pedagógicas frequentemente se restringem à memorização de fórmulas e procedimentos, o que pode dificultar a construção com significado do conhecimento por parte dos estudantes. Em contraposição a essa abordagem, propõe-se, neste trabalho, uma atividade concreta e visual voltada aos alunos do 9º ano do Ensino Fundamental, com o objetivo de favorecer a compreensão intuitiva do Teorema de Pitágoras por meio de uma demonstração geométrica utilizando recortes de papel.

Essa proposta fundamenta-se na concepção de que a aprendizagem se torna mais produtiva quando o estudante é inserido como sujeito ativo no processo educativo, tendo a oportunidade de manipular objetos, explorar relações e elaborar hipóteses. Segundo Souza e Mattos:

A visualização é um recurso valioso para o ensino de geometria. Assume várias funções. Traduz geometricamente o que foi escrito de forma algébrica ou em língua materna, auxilia os estudantes a desenvolverem habilidades mentais e visuais, além de acionar esquemas que possibilitam aos alunos resolverem problemas. (Souza e Mattos, 2024, pg. 16).



METODOLOGIA

A atividade desenvolvida insere-se no eixo temático da Geometria, especificamente na unidade temática que aborda as relações métricas nos triângulos retângulos, tendo como principal objeto de conhecimento o Teorema de Pitágoras. Este conteúdo foi trabalhado de forma experimental e investigativa, com ênfase em procedimentos de verificação empírica e demonstração formal. A habilidade mobilizada corresponde à (EF09MA13)⁴ da Base Nacional Comum Curricular - BNCC (Brasil, 2018), que propõe que os estudantes consigam demonstrar relações métricas no triângulo retângulo, incluindo o Teorema de Pitágoras, utilizando para isso argumentos fundamentados na semelhança de triângulos e em representações geométricas variadas.

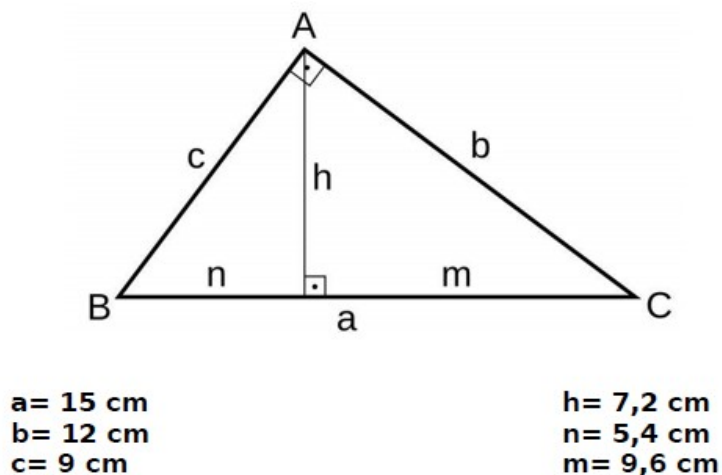
Com o objetivo de favorecer a compreensão conceitual e visual do teorema, a atividade foi estruturada em etapas, que aliaram a construção geométrica à manipulação concreta de figuras planas. Inicialmente, os estudantes foram orientados a realizar a reprodução precisa de um triângulo retângulo, utilizando papel colorido para garantir maior exatidão nas medidas. As dimensões fornecidas para os lados e projeções do triângulo foram as seguintes: $a=15$ cm (hipotenusa), $b=12$ cm (cateto maior), $c = 9$ cm (cateto menor), $h = 7,2$ cm (altura relativa à hipotenusa); $n = 5,4$ cm (projeção do cateto c sobre a); $m = 9,6$ cm (projeção do cateto b sobre a) (Figura 1).

Essa etapa inicial teve como objetivo não apenas a reprodução de uma figura geométrica, mas também o desenvolvimento da percepção espacial e da precisão no traçado de elementos fundamentais do triângulo retângulo. A proposta visava estimular a compreensão das relações existentes entre lados, alturas e projeções, preparando os estudantes para uma análise mais profunda dos conceitos que seriam explorados nas etapas seguintes.

4 A habilidade EF09MA13 da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) consiste em demonstrar relações métricas do triângulo retângulo, entre elas o teorema de Pitágoras, utilizando, inclusive, a semelhança de triângulos.



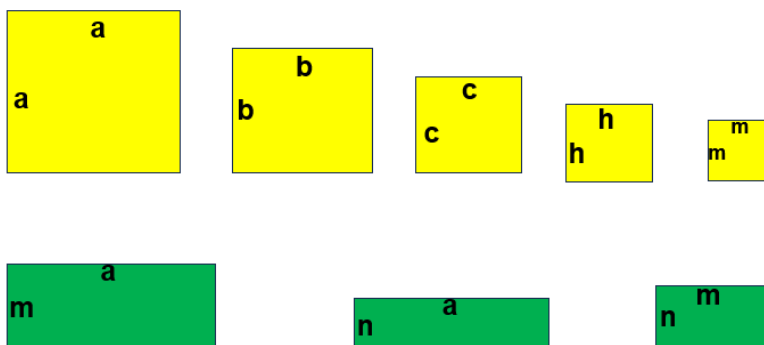
Figura 01: triângulo retângulo com os valores das medidas e projeções.



Fonte: acervo dos autores (2025).

Em continuidade à atividade, cada grupo de estudantes foi desafiado a produzir, com base nas medidas previamente estabelecidas, um conjunto de figuras geométricas planas, composto por cinco quadrados, três retângulos (Figura 2) e dois triângulos retângulos (Figura 3). Esses elementos foram desenhados, recortados e montados utilizando material de papel colorido, o que contribuiu para um envolvimento mais efetivo dos estudantes durante a manipulação das figuras.

Figura 02: quadrados e retângulos com as dimensões já definidas.

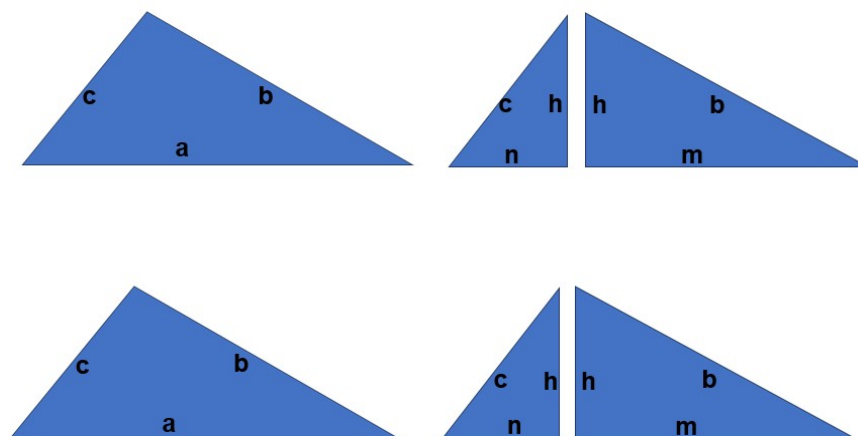


Fonte: acervo dos autores (2025).



E em seguida, os estudantes foram orientados a desenhar e recortar em EVA dois triângulos retângulos com as medidas já pré-estabelecidas.

Figura 03: triângulos retângulos com dimensões já definidas



Fonte: acervo dos autores (2025).

Os quadrados foram construídos de modo que dois deles correspondessem aos quadrados dos catetos, um ao quadrado da hipotenusa, e os demais fossem utilizados para compor arranjos que facilitassem a visualização das áreas envolvidas. Já os retângulos foram projetados para auxiliar na demonstração das projeções dos catetos sobre a hipotenusa, permitindo uma abordagem prática das relações métricas. Por fim, os triângulos retângulos recortados foram utilizados tanto para a confirmação visual da semelhança entre triângulos menores quanto para composições geométricas que ilustrassem a igualdade de áreas que fundamenta o Teorema de Pitágoras.

Durante a realização da atividade prática, o papel dos docentes foi essencialmente mediador. Conduzimos a exploração com perguntas reflexivas e problematizadoras, como: “Que relações podemos observar entre as áreas dos quadrados construídos sobre cada lado do triângulo retângulo?”, “De que maneira as figuras recortadas podem ser reorganizadas para representar essa igualdade?”, e “Como a semelhança de triângulos ajuda a justificar essas



relações?”. Essas intervenções didáticas tinham como objetivo estimular a observação atenta, a formulação de hipóteses, a dedução lógica e a argumentação matemática, promovendo um ambiente de investigação ativa (Figura 4).

Figura 04: execução da atividade com apoio dos docentes



Fonte: acervo dos autores (2025).

A etapa seguinte consistiu na demonstração do teorema e das relações métricas no triângulo retângulo, no qual os grupos deveriam dispor as figuras geométricas recortadas de forma a representar visualmente o Teorema de Pitágoras (figura 5) e, em seguida, as relações métricas. Esse momento foi crucial para a construção coletiva do conhecimento, uma vez que permitiu aos estudantes constatarem, de maneira concreta e intuitiva, que a soma das áreas dos quadrados construídos sobre os catetos era exatamente igual à área do quadrado construído sobre a hipotenusa. A manipulação dos elementos recortados em papel colorido foi fundamental para favorecer uma aprendizagem com significado, pois proporcionou uma experiência tátil e visual que auxiliou na internalização do conceito.



Figura 05: atividade de demonstração do Teorema de Pitágoras



Autoria própria (2025)

Além disso, a escolha por materiais coloridos possibilitou o aspecto lúdico da atividade, contribuindo para o envolvimento dos estudantes e para o auxílio no desenvolvimento de competências como o raciocínio lógico, a argumentação matemática e o trabalho em equipe. A dinâmica colaborativa permitiu que os estudantes articulassem ideias, confrontassem hipóteses e construíssem, de maneira autônoma e cooperativa, uma compreensão sólida sobre a validade universal do Teorema de Pitágoras, extrapolando a simples memorização da fórmula.

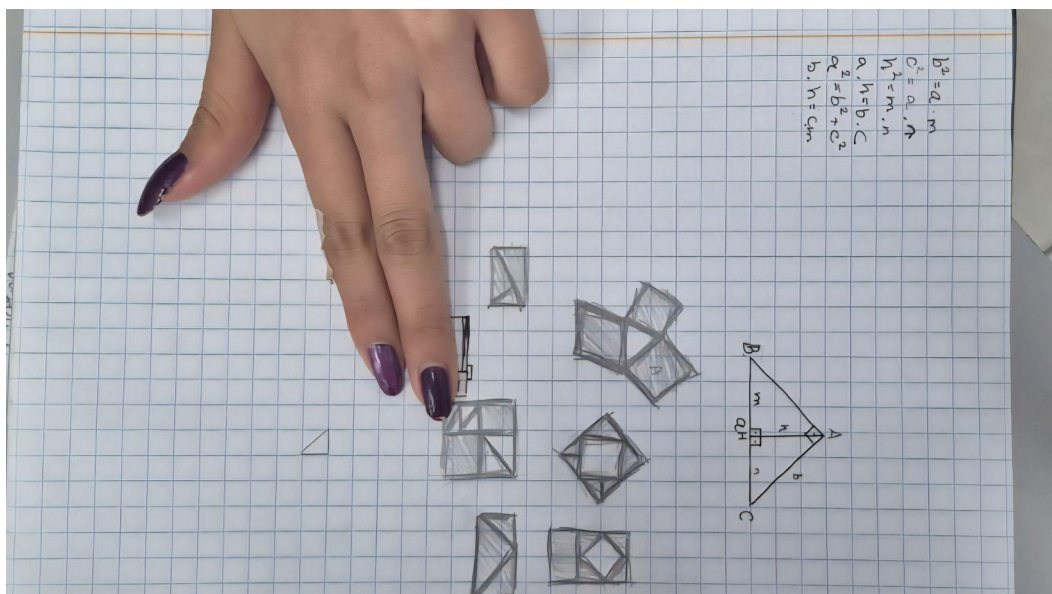
O caráter investigativo da atividade e a mediação constante dos docentes favoreceram uma abordagem metodológica alinhada aos pressupostos da Educação Matemática, que valoriza o protagonismo do estudante no processo de construção do conhecimento. Essa estratégia didática, ao promover a visualização e a experimentação, contribuiu para a transposição didática de um conteúdo muitas vezes abstrato, tornando-o mais acessível e compreensível aos estudantes.

Por fim, a atividade culminou na elaboração de registros escritos e desenhos (Figura 6), nos quais os grupos sistematizaram as observações realizadas e construíram uma



explicação simples sobre a demonstração do Teorema de Pitágoras a partir da semelhança de triângulos e da equivalência de áreas. Esse momento de sistematização final foi importante para consolidar os aprendizados e promover a reflexão metacognitiva sobre o processo vivido, permitindo aos estudantes reconhecerem a trajetória de suas descobertas e a aplicabilidade dos conhecimentos geométricos adquiridos.

Figura 06: registro dos estudantes.



Fonte: acervo dos autores (2025).

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Durante a realização da atividade, os estudantes demonstraram um alto nível de engajamento e participação ativa, evidenciado pela disposição em colaborar na construção das figuras geométricas e na comparação das áreas correspondentes. O caráter prático e visual da atividade, aliado ao trabalho em grupo, favoreceu um ambiente de interação contínua, no qual os alunos não apenas seguiram instruções, mas também se envolveram ativamente na resolução de problemas e na elaboração de hipóteses. Essa postura investigativa foi estimulada desde os primeiros momentos da atividade, quando os estudantes, ao recortarem e manipularem as figuras, puderam visualizar concretamente a composição dos quadrados





associados aos lados do triângulo retângulo, o que reforçou de maneira significativa a compreensão da relação expressa pelo Teorema de Pitágoras.

A experimentação direta, por meio da reorganização dos elementos geométricos, proporcionou aos alunos uma vivência didática rica, que permitiu a formulação de hipóteses e justificativas sobre as relações métricas observadas. Essa articulação de ideias, sustentada na experimentação e na observação, favoreceu a transição do raciocínio empírico, baseado na percepção direta e na manipulação concreta, para um raciocínio dedutivo mais elaborado, no qual os estudantes foram levados a compreender as razões matemáticas que fundamentam as igualdades observadas. A atividade, portanto, configurou-se como um espaço de mediação cognitiva, no qual os alunos puderam transitar entre a experimentação sensível e a abstração conceitual.

Esse processo de aprendizagem pode ser analisado à luz da teoria dos registros de representação semiótica proposta por Duval (2003), que enfatiza a importância de mobilizar e articular diferentes registros (visual, algébrico, simbólico e verbal) no ensino de Matemática. De acordo com Duval, a verdadeira compreensão de um conceito matemático não ocorre apenas pela exposição a um registro isolado, mas pela capacidade do estudante de realizar conversões e tratamentos entre esses registros, ou seja, de transitar de uma representação para outra, estabelecendo conexões significativas.

No contexto desta atividade, a utilização de materiais concretos e visuais, como as figuras recortadas em papel colorido, permitiu que os estudantes estabelecessem conexões entre o registro visual (a composição das áreas dos quadrados) e o registro simbólico (a equação), passando também pelo registro verbal, à medida que explicavam e justificavam suas observações em discussões em grupo. A manipulação das figuras favoreceu a percepção espacial das relações métricas, enquanto as argumentações orais e as representações algébricas permitiram a formulação de explicações mais formais e abstratas. Esse processo de conversão entre registros foi essencial para que os alunos não apenas “vissem” o Teorema de Pitágoras representado geometricamente, mas também compreendessem sua estrutura matemática subjacente.

A teoria de Duval destaca que a conversão entre registros é uma operação cognitiva complexa, mas indispensável para o desenvolvimento de uma compreensão conceitual profunda. No caso da atividade proposta, essa conversão foi viabilizada pela abordagem





didática, que priorizou a interação entre os diferentes modos de representação, em detrimento de uma abordagem meramente expositiva e algébrica. O uso de materiais concretos e visuais funcionou como ponto de partida para que os estudantes desenvolvessem representações mentais mais precisas e, a partir daí, fossem capazes de transitar para registros mais abstratos, como o simbólico e o algébrico.

Além disso, a dinâmica de trabalho colaborativo estabelecida durante a atividade contribuiu significativamente para o desenvolvimento da argumentação matemática dos estudantes. A troca de ideias e a necessidade de justificar verbalmente as observações realizadas promoveram um ambiente de validação coletiva do conhecimento, onde o discurso matemático foi construído de forma progressiva e compartilhada. Esse aspecto dialoga com a concepção de Duval acerca do papel da argumentação na construção de significados, uma vez que a verbalização das relações observadas favorece a reorganização das representações mentais e a internalização dos conceitos.

Observou-se, ainda, que ao reorganizarem as figuras e verificarem que a área do quadrado construído sobre a hipotenusa era exatamente equivalente à soma das áreas dos quadrados construídos sobre os catetos, os estudantes não apenas constatarem empiricamente o Teorema de Pitágoras, mas passaram a compreendê-lo a partir de uma experiência com significado de construção conceitual. Essa compreensão extrapola a mera memorização da fórmula, aproximando-se daquilo que Duval denomina de aprendizagem genuína: um processo no qual o estudante é capaz de operar cognitivamente sobre as diferentes representações do conceito, estabelecendo conexões, justificando relações e compreendendo a estrutura matemática envolvida.

Assim, a atividade proposta não apenas possibilitou a assimilação do Teorema de Pitágoras, mas também promoveu o desenvolvimento de habilidades cognitivas superiores, como a capacidade de abstração, o pensamento dedutivo e a argumentação lógica, proporcionando aos estudantes uma vivência didática alinhada aos princípios da Educação Matemática contemporânea, que valoriza a construção ativa do conhecimento e a mobilização de múltiplas formas de representação para a compreensão dos conceitos matemáticos.

CONSIDERAÇÕES FINAIS





A comprovação geométrica do Teorema de Pitágoras por meio da utilização de recortes demonstrou ser uma estratégia pedagógica extremamente relevante no contexto do ensino e aprendizagem da Matemática. Ao possibilitar que os estudantes interagissem diretamente com representações físicas das figuras geométricas, a abordagem favoreceu uma aprendizagem concreta, visual e significativa, aproximando-os dos conceitos matemáticos por meio da experimentação e da percepção tátil e espacial. Essa experiência prática evidencia uma alternativa para o ensino algébrico em sala de aula, que, em grande parte das vezes, restringe-se à exposição de fórmulas e à resolução mecânica de exercícios. Desse modo, propõe-se uma dinâmica pedagógica que valoriza o processo de construção do conhecimento a partir da manipulação de objetos concretos.

Ao promover a visualização direta das relações métricas e das equivalências de áreas entre os quadrados construídos sobre os lados do triângulo retângulo, a atividade também, favoreceu uma compreensão conceitual mais profunda, permitindo que os estudantes internalizassem o significado do Teorema de Pitágoras para além da memorização da sua expressão simbólica. Esse processo, ancorado na experimentação, reforça a importância de práticas pedagógicas que priorizem a investigação, a resolução de problemas e a construção ativa do conhecimento, elementos que são amplamente reconhecidos como fundamentais para o desenvolvimento do pensamento matemático.

A atividade desenvolvida destacou também a importância de estratégias didáticas que articulem o concreto e o abstrato de maneira intencional, respeitando os diferentes ritmos e estilos de aprendizagem dos estudantes. Ao trabalhar com materiais manipuláveis, os alunos puderam vivenciar, em um primeiro momento, a dimensão concreta do conceito, a partir da qual foram conduzidos gradualmente à abstração e à formalização matemática. Essa transição, mediada pelo professor e apoiada em registros de representação múltiplos, é fundamental para assegurar uma aprendizagem efetiva e significativa, especialmente no ensino de conteúdos que, por sua natureza, tendem a ser percebidos pelos alunos como excessivamente abstratos.

Diante dos resultados observados, sugere-se a continuidade desta prática pedagógica, não apenas para o ensino do Teorema de Pitágoras, mas também como estratégia para o ensino de outras relações métricas no triângulo retângulo, como a altura relativa à hipotenusa, as projeções dos catetos e as propriedades das semelhanças de triângulos. A abordagem concreta, por meio de recortes e manipulação de figuras, pode ser estendida para a





representação de conceitos como a Relação Fundamental da Semelhança, as Propriedades das Projeções Ortogonais e até mesmo para a introdução dos conceitos de razões trigonométricas.

Além de promover a compreensão conceitual e o desenvolvimento do raciocínio lógico, a continuidade de práticas como esta tem o potencial de transformar a sala de aula em um ambiente investigativo e colaborativo, onde o erro é entendido como parte do processo de aprendizagem e o aluno é protagonista na construção do seu próprio conhecimento. A valorização da experimentação, da manipulação de materiais e da construção de argumentos baseados em observações concretas contribui para o desenvolvimento de competências essenciais previstas na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), como o pensamento crítico, a resolução de problemas e a comunicação matemática.

Por fim, a implementação contínua de atividades que integrem materiais concretos às representações simbólicas e algébricas possibilita uma abordagem inclusiva, capaz de atender às necessidades de diferentes perfis de estudantes, sejam eles mais visuais, táteis ou abstratos. Essa diversificação de estratégias pedagógicas favorece a equidade no processo de aprendizagem, assegurando que todos os estudantes, possam acessar, compreender e se apropriar dos conceitos matemáticos com mais significado.

REFERÊNCIAS

- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018.
- DUVAL, R. **Semiosis e pensamento humano: registros semióticos como instrumentos para a aprendizagem matemática**. Tradução de Daniel P. Machado. Campinas: Papirus, 2003.
- LELLIS, L. M. I. e M. **Descobrimos o teorema de Pitágoras**. 12. ed. São Paulo: Scipione, 1996..
- LIMA, E. L. **Meu professor de matemática e outras histórias**. Rio de Janeiro: SBM: Sociedade Brasileira de Matemática, 1991.
- LOOMIS, E. S. **The Pythagorean Proposition**, 2º ed., Edwards Brothers. INC, Ann Arbor, Michigan, 1940.
- SOUZA, Danielle Santos; MATTOS, Francisco Roberto Pinto. A IMPORTÂNCIA DA VISUALIZAÇÃO NO ENSINO DE GEOMETRIA. **e-Mosaicos**, Rio de Janeiro, v. 13, n. 31, 2024. DOI: 10.12957/e-mosaicos.2024.74262. Disponível em: <https://www.e-publicacoes.uerj.br/e-mosaicos/article/view/74262>. Acesso em: 02 out. 2025.

