

DEMONSTRAÇÕES MATEMÁTICAS LÚDICAS E GEOMÉTRICAS PARA O ENSINO BÁSICO

Lygia Martini ¹

RESUMO

Neste trabalho exploramos demonstrações matemáticas lúdicas e de caráter geométrico do Teorema de Pitágoras para ser aplicada no ensino básico. O objetivo é apresentar demonstrações que podem tornar o aprendizado mais envolvente e significativo, dando ênfase em tornar a matemática acessível e divertida, promovendo uma aprendizagem ativa e participativa.

Palavras-chave: Teorema de Pitágoras, Demonstrações do Teorema de Pitágoras, Ensino de matemática.

INTRODUÇÃO

O Teorema de Pitágoras diz que “em um triângulo retângulo, a soma dos quadrados dos catetos é igual ao quadrado da hipotenusa”. Ele é uma das bases da geometria euclidiana, sua relação entre os lados de um triângulo retângulo é fundamental para o estudo de formas e figuras geométricas e possui inúmeras aplicações práticas, especialmente nos campos da arquitetura, construção, navegação e engenharia. Essa importância é destacada na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), onde o Teorema de Pitágoras consta em duas habilidades (EF09MA14 e EF09MA13) previstas para a área de matemática.

Pitágoras de Samos, filósofo e matemático grego, ficou muito conhecido pelo teorema que carrega seu nome. Porém, há evidências de que aplicações geométricas usando esta relação já eram usadas pelo Babilônios em 1800 a.c. (Eves, 1992). Conforme (Viana, 2018), “Seu papel parece ter sido o de apresentar o teorema ao mundo grego e, dessa forma, a toda a civilização ocidental”.

Estudar e compreender o Teorema de Pitágoras ajuda a desenvolver habilidades de pensamento lógico e dedutivo. As demonstrações do teorema ensinam os alunos a seguir um raciocínio rigoroso e a apreciar a beleza das provas matemáticas.

¹ Graduanda do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR lygia@alunos.utfpr.edu.br;



Além disso, as demonstrações geométricas permitem a eles compreender a essência do que diz o teorema, sem que fiquem presos a fórmulas algébricas, onde eles apenas substituem valores e efetuam cálculos para se chegar num valor solicitado.

Neste texto, nosso foco são as demonstrações geométricas, fornecendo aos estudantes a oportunidade de aferir geometricamente o que diz o Teorema de Pitágoras. Contudo, a depender do contexto e também do nível dos estudantes, o professor pode aprofundar as demonstrações do ponto de vista algébrico. Ou seja, provar algebricamente, e usando elementos da geometria euclidiana, as constatações geométricas que são observadas. Mais detalhes podem ser obtidos em (Elon, 1991), (Dolce e Pompeo, 1993) e (Loomis, 1972).

Entre as referências que apresentamos, destacamos o livro do professor Elisha Scott Loomis, (Loomis, 1972). Ele catalogou e apresentou em seu livro 370 provas diferentes para o Teorema de Pitágoras.

METODOLOGIA

O objetivo da pesquisa foi explorar demonstrações com caráter lúdico e geométrico do Teorema de Pitágoras para aplicações em sala de aula no ensino básico, de uma forma que chame a atenção dos alunos e desperte sua vontade de aprender.

Fizemos pesquisas bibliográficas em busca das demonstrações que fornecem a visualização geométrica da propriedade fundamental no triângulo retângulo prevista pelo teorema, bem como aquelas que são viáveis de serem aplicadas em sala de aula através de desenhos e recortes em papel. Ou seja, focamos naquelas viáveis de serem aplicadas sem exigência de materiais pedagógicos mais elaborados.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

A pesquisa se desenvolveu na busca de demonstrações lúdicas para o Teorema de Pitágoras. Elencamos cinco demonstrações que se encaixam no perfil procurado. São elas: a demonstração por comparação de área; a demonstração pela régua de Montessori; a demonstração de James Garfield; a demonstração usando o Tangram; a demonstração de Perigal.



Apresentamos nas subseções logo abaixo como cada demonstração funciona e também a ilustramos, através de figuras, os desenhos e recortes que devem ser feitos para aplicação em sala de aula.

3.1 DEMONSTRAÇÃO PELO TANGRAM:

O Tangram é um antigo quebra-cabeça chinês composto por sete peças geométricas: cinco triângulos de tamanhos diferentes, um quadrado e um paralelogramo.

Nesta demonstração, o professor pode levar já pronto dois Tangram idênticos, ou então construí-los com os alunos através de dobraduras e recortes. Os dois Tangram são usados para preencher as áreas dos quadrados formados pelos catetos e pela hipotenusa de um triângulo retângulo congruente ao maior triângulo retângulo do Tangram.

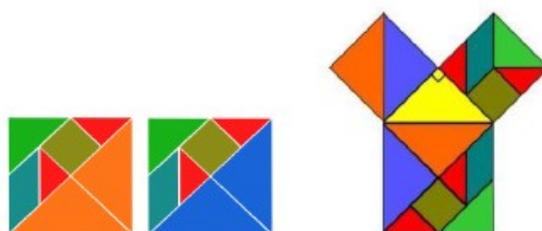


Figura 1: Da esquerda para a direita, os dois Tangram e suas peças sendo usadas para preencher os quadrados formados pelos catetos e hipotenusa do triângulo retângulo amarelo. Fonte: Autoria própria.

3.2 DEMONSTRAÇÃO PELA RÉGUA MONTESSORI

A régua de Montessori é uma ferramenta educativa que ajuda na compreensão de conceitos matemáticos por meio de atividades visuais e táteis. Embora a régua de Montessori seja frequentemente usada para a aritmética, podemos adaptá-la para demonstrar o Teorema de Pitágoras.

A Régua de Montessori é bastante útil nos casos em que os lados são inteiros, ou seja, é boa para motivações rápidas e um primeiro contato. Além disso, ela possui a vantagem de



trazer intrinsecamente à noção da unidade de área através do quadrados quadriculados.

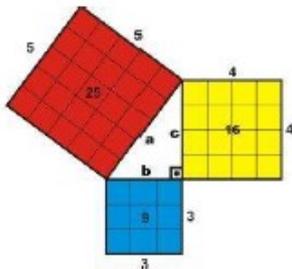


Figura 2: As nove unidades de área do quadrado azul e as 16 unidades de área do quadrado amarelo são usadas para preencher as 25 unidades de área do quadrado vermelho.

3.3 DEMONSTRAÇÃO MAIS BELA

Essa demonstração é uma das mais simples e considerada por muitos matemáticos, como Elon Lages Lima, a mais bela de todas. Dado um triângulo retângulo de catetos a e b e hipotenusa c , tudo que o professor precisa pedir aos estudantes é que eles façam 8 cópias idênticas desse triângulo e desenhem dois quadrados de lados $a+b$. Daí é só encaixar os triângulos conforme a Figura 3 e comparar as áreas dos quadrados, em cor branca, de lados c , a e b .

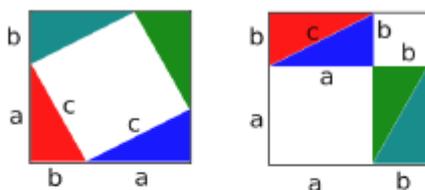


Figura 3: A demonstração mais bela. A área do quadrado de lado c , em cor branca, à esquerda, é igual a soma das áreas dos quadrados de lado a e b , também em cor branca, à direita. Fonte: Autoria própria.



3.4 DEMONSTRAÇÃO DO PRESIDENTE JAMES A. GARFIELD

James A. Garfield foi o 20º presidente dos Estados Unidos. Ele também era matemático amador e propôs uma demonstração do Teorema de Pitágoras que envolve o recorte de três triângulos e comparação de suas áreas com a área do trapézio.

Desenhe e recorte triângulos retângulos de base a e altura b , de base b e altura a e de base c e altura c , com a menor que b . Em seguida monte um trapézio conforme a Figura 4, com base maior a , base menor b e altura $a+b$. Por fim, compare a área do trapézio com a soma das áreas dos respectivos triângulos para obter a relação algébrica fundamental prevista pelo Teorema de Pitágoras.

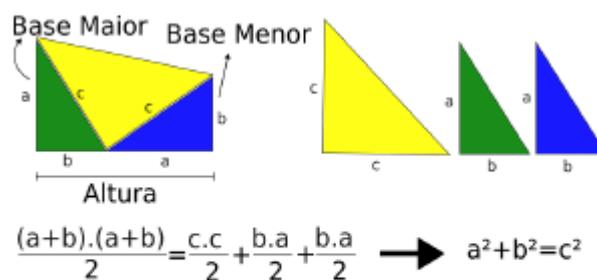


Figura 4: À esquerda da igualdade a área do trapézio e a direita a soma da área dos três triângulos. Fonte: Autoria própria.

Essa demonstração tem uma particularidade muito interessante. Ela permite através da fórmula da área do trapézio e do triângulo, juntamente com a comparação de áreas, obter a relação algébrica fundamental $c^2 = a^2 + b^2$. Além disso, duplicando os triângulos construídos, essa demonstração pode ser combinada com a demonstração mais bela apresentada acima, onde também é possível interpretar geometricamente relação $c^2 = a^2 + b^2$.

3.5 DEMONSTRAÇÃO PELO MÉTODO DE PERIGAL

O matemático Henry Perigal desenvolveu uma prova que reorganiza os quadrados dos catetos de modo a formar o quadrado da hipotenusa.

No cateto maior, primeiro construa um quadrado. Em seguida determine o centro desse quadrado. Pelo ponto de centro trace a reta paralela e perpendicular a reta que contém a hipotenusa do triângulo retângulo. Essas duas retas construídas secciona o quadrado feito em cima do cateto maior em quatro partes. Utilize essas partes, juntamente com o quadrado feito



em cima do cateto menor, para completar o quadrado maior que se obtém a partir da hipotenusa. Ver Figura 5

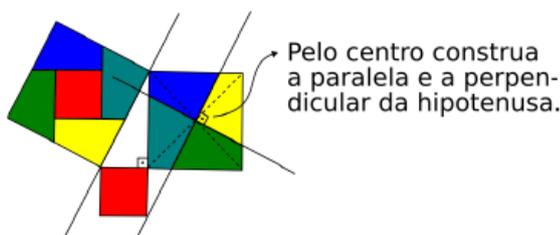


Figura 5: O quadrado referente ao cateto menor, em vermelho, juntamente com os quatro quadriláteros, obtidos via o método de Perigal do quadrado referente ao cateto

Este método tem a particularidade de permitir ao professor trabalhar com os estudantes construções de paralelas e perpendiculares com régua e compasso.

Uma dica interessante para o professor trabalhar essa, e as demonstrações anteriores, é utilizar papel colorido, pois facilita o processo de colagem e montagem dos quadrados. O professor pode, por exemplo, formar grupos de alunos e dar para cada aluno uma folha de cor diferente. Após os recortes, os estudantes podem trocar entre eles as peças de modo que fiquem com uma peça de cada cor.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O uso dessas demonstrações lúdicas para o ensino básico apresenta uma nova e eficaz abordagem para o ensino da matemática. Ao trabalhar com figuras visuais e atividades interativas, o aprendizado se torna mais leve e acessível, não ficando restrito apenas a manipulações algébricas. Essas estratégias não apenas ajudam a despertar o interesse na disciplina como também aguça a curiosidade dos alunos, além de ajudar na compreensão dos conceitos.



AGRADECIMENTOS

Gostaria de expressar minha sincera gratidão à UTFPR e ao professor Thiago pelo apoio e orientação durante minha iniciação científica. Essa experiência foi fundamental para meu desenvolvimento acadêmico e profissional. Obrigado por me proporcionar essa oportunidade de aprendizado e crescimento.

REFERÊNCIAS

DOLCE, Osvaldo; POMPEO, José Nicolau. Fundamentos de Matemática Elementar. Vol. 9. São Paulo: Atual, 1993.

LIMA, Elon Lages. Meu professor de matemática e outras histórias. Rio de Janeiro: GRAFITEX Comunicação Visual, 1991.

LOOMIS, Elisha Scott. The Pythagorean Proposition. National Council of Teachers of Mathematics. 1972.

VIANA, Marcelo. A Matemática e suas Aplicações. Folha de São Paulo, São Paulo, 28 de nov. 2018. Publicada pela Academia Brasileira de Ciências. 2018

