

TAREFAS EXPLORATÓRIAS PARA O DESENVOLVIMENTO DO RACIOCÍNIO MATEMÁTICO: RELATO DE UMA EXPERIÊNCIA NO ENSINO MÉDIO

Marcos Gabriel Buzatto Moreira Bueno¹
Eliane Maria de Oliveira Araman²

RESUMO

O presente relato apresenta resultados oriundos da resolução de uma tarefa exploratória, aplicada seguindo os pressupostos do ensino exploratório em uma turma de 2º ano do Ensino Médio de uma escola pública do Paraná. O ensino exploratório oferece aos alunos a oportunidade de serem protagonistas em seu processo de aprendizagem, no qual o estudante é estimulado a formular hipóteses, testar ideias e colaborar com seus colegas para construir o conhecimento de maneira ativa. Além disso, ao recorrer ao ensino exploratório durante uma aula de matemática, o professor deve seguir suas quatro fases de aplicação, são elas: introdução da tarefa, resolução autônoma pelos estudantes, discussão coletiva das resoluções com toda a turma e sistematização das aprendizagens realizadas. A tarefa utilizada na aplicação tem característica exploratória, foi aplicada seguindo as fases sugeridas na abordagem de ensino exploratório e consistia em uma tabela do Campeonato Brasileiro de 2023 após a rodada 27, ou seja, após cada um dos 20 times terem disputado 27 partidas, e, junto da tabela, perguntas de caráter exploratório. Como resultados, descrevemos as resoluções apresentadas por 4 grupos de alunos na etapa da discussão coletiva da tarefa, na qual os alunos explicam na lousa para os demais como resolveram a tarefa.

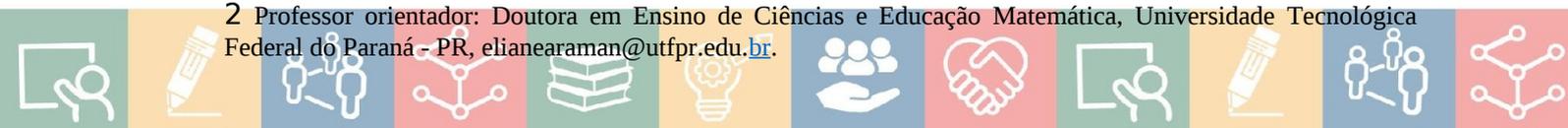
Palavras-chave: Ensino de Matemática, Ensino Exploratório, Tarefa Exploratória, Ensino Médio.

INTRODUÇÃO

O ensino da matemática tem sido amplamente debatido no meio acadêmico, especialmente no que se refere às metodologias que promovem um aprendizado mais significativo e envolvente para os alunos. O ensino exploratório surge como uma abordagem que incentiva os estudantes a desenvolverem seu raciocínio matemático por meio da resolução autônoma de problemas e da interação com seus pares. Nesse contexto, esta pesquisa buscou analisar a aplicação de uma tarefa exploratória matemática em uma turma do 2º ano do

¹ Graduando do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal Tecnológica do Paraná - UTFPR, marcosgabriel@alunos.utfpr.edu.br;

² Professor orientador: Doutora em Ensino de Ciências e Educação Matemática, Universidade Tecnológica Federal do Paraná - PR, elianearaman@utfpr.edu.br.



Ensino Médio de uma escola pública no Paraná, com foco nas estratégias utilizadas pelos alunos durante a resolução da tarefa.

A metodologia adotada seguiu os pressupostos da pesquisa qualitativa (Godoy, 1995), utilizando a transcrição de áudio da resolução de uma dupla de alunos para análise. A tarefa proposta envolveu conceitos matemáticos aplicados ao contexto do futebol, incentivando os estudantes a identificar padrões e estratégias para solucionar problemas. Os dados foram coletados durante todas as etapas do ensino exploratório (Serrazina, 2021), mas neste artigo consideramos os dados obtidos na fase de Resolução Autônoma.

Este artigo apresenta, além da análise das interações e estratégias utilizadas pelos alunos, uma discussão sobre as contribuições do ensino exploratório para a aprendizagem matemática. O objetivo é evidenciar como essa abordagem pode estimular a construção ativa do conhecimento, favorecendo o desenvolvimento do pensamento crítico e da autonomia dos estudantes na resolução de problemas matemáticos.

METODOLOGIA

Esta pesquisa seguiu os pressupostos da pesquisa qualitativa (Godoy, 1995), e teve como contexto uma tarefa exploratória que aborda o Campeonato Brasileiro de Futebol. Os participantes foram 7 duplas de alunos de uma turma de 2º ano de Ensino Médio, em uma escola pública do estado do Paraná, sendo que, para análise neste artigo, foi utilizada a transcrição de áudio da resolução de uma dessas duplas. No primeiro momento, foi aplicada uma tarefa exploratória (Figura 1), em que os alunos foram organizados em duplas para a sua realização, seguindo as quatro fases do ensino exploratório (Serrazina, 2021). Os dados foram coletados por meio da gravação em áudio durante todas as etapas previstas no ensino exploratório, mas, para este trabalho, selecionamos a etapa de Resolução Autônoma.

Para manter o anonimato, os nomes dos participantes foram alterados por aluno 1, aluno 2, e assim por diante. Os alunos concordaram em participar da coleta por meio da assinatura do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido.



CLASSIFICAÇÃO			
- RODADA 27 -			
	POSICIONAMENTO	PONTOS	JOGOS
01	BOTAFOGO	58	27
02	RB BRACANTINO	49	27
03	FLAMENGO	47	27
04	CRÊMIO	44	27
05	PALMEIRAS	44	27
06	ATHLETICO	44	27
07	ATLÉTICO	43	27
08	FORTALEZA	42	27
09	FLUMINENSE	42	27
10	GUIABÁ	36	27
11	SÃO PAULO	35	27
12	INTERNACIONAL	32	27
13	CORINTHIANS	32	27
14	BAHIA	31	27
15	CRUZEIRO	31	27
16	VASCO DA GAMA	30	27
17	SANTOS	30	27
18	GOIÁS	30	27
19	CORITIBA	20	27
20	AMÉRICA	18	27

Tarefa

Sabendo que no futebol:

- Uma vitória vale 3 pontos
- Um empate vale 1 ponto
- Uma derrota vale 0 ponto

a) Quantas vitórias, empates e derrotas um time precisa ter para fazer 38 pontos em 20 rodadas?

b) Sabendo que o Campeonato Brasileiro tem 38 rodadas, ou seja, cada time irá disputar 38 partidas ao final do campeonato, e que todos os times já disputaram 27 partidas, quais times ainda tem chances de ser campeão brasileiro?

Figura 1: Tarefa exploratória.
Fonte: Autores.

REFERENCIAL TEÓRICO

Para Serrazina (2021), atualmente os pesquisadores compreendem a aprendizagem matemática como “um processo ativo o qual cada estudante constrói o seu conhecimento a partir das experiências pessoais, da interação com os seus pares, com o professor e com outros adultos” (Serrazina, 2021, p. 2). Indo ao encontro dessa afirmação, Ponte (2010) esclarece que existem dois tipos de estilos de ensino, o ensino direto e o ensino exploratório. Esses dois tipos de ensino se diferem em relação a “tipos de tarefas, papéis e padrões de comunicação” (Ponte, 2010, p. 24). A aula de matemática, no ensino exploratório, compreende quatro fases: “Introdução da tarefa, Resolução autônoma pelos estudantes, muitas vezes organizados em pequenos grupos ou a pares, Discussão coletiva das resoluções com toda a turma e Sistematização das aprendizagens realizadas” (Serrazina, 2021, p. 3). Entretanto, há autores que juntam as duas últimas, formando, assim, apenas três fases de ensino exploratório. Na fase de introdução da tarefa, é proposto normalmente pelo professor um problema ou uma tarefa para a turma. Nesta fase, além do professor separar os alunos em grupos ou duplas, ele deve garantir que os estudantes compreendam a tarefa e se sintam desafiados a resolvê-la. Na fase de Resolução Autônoma, o professor observa o desenvolvimento dos grupos/duplas e auxilia os estudantes com questionamentos, visando promover o raciocínio e desafiá-los. Na



discussão coletiva, o professor promove um debate de ideias, sempre prezando pelo respeito, para que os alunos dos grupos justifiquem suas ideias e os motivos que levaram eles a chegarem naquela ideia, “com explicações claras das resoluções, justificações dos resultados e formas de apresentação utilizadas e discutindo diferença e eficácia matemática das resoluções” (Serrazina, 2021, p.4). Na sistematização das aprendizagens, o professor deve identificar com os alunos os conhecimentos matemáticos envolvidos na questão e explorar sua definição e representações múltiplas com os procedimentos para se chegar no esperado (Serrazina, 2021).

No ensino exploratório, o professor deve recorrer a uma variedade de tarefas matemáticas, como exploração, problemas, investigações, projetos, entre outros. No caso dessa pesquisa, a opção foi pelo uso de tarefas exploratórias. “Uma tarefa pode surgir de diversas maneiras: pode ser formulada pelo professor e proposta ao aluno, ser da iniciativa do próprio aluno e resultar até de uma negociação entre o professor e o aluno. Além disso, a tarefa pode ser enunciada explicitamente logo no início do trabalho ou ir sendo constituída de modo implícito à medida que este vai decorrendo” (Ponte, 2005, p. 1). Para Serrazina (2021), tarefas exploratórias no ensino da matemática promovem o desenvolvimento de habilidades de resolução de problemas do mundo real. Ao aplicar conceitos matemáticos a situações práticas, os alunos aprendem a pensar de forma crítica e criativa, preparando-os para os desafios que enfrentarão em suas vidas pessoais e profissionais.

Na configuração tradicional do ensino (o ensino direto), a matemática é frequentemente ensinada por meio de apenas explicações e exercícios repetitivos, o que pode levar ao desengajamento e falta de entusiasmo entre os alunos. Por outro lado, o ensino exploratório (ou aprendizagem exploratória) fornece um ambiente de aprendizagem mais interativo e envolvente. Os alunos são incentivados a experimentar, fazer perguntas e colaborar com seus colegas, promovendo um senso de curiosidade e descoberta, como pode ser visto no quadro a seguir:



Ensino Direto	Ensino Exploratório
<p>Tarefas</p> <ul style="list-style-type: none"> • Tarefa padrão: Exercício; • As situações são artificiais; • Para cada problema existe uma estratégia e uma resposta certa. 	<p>Tarefas</p> <ul style="list-style-type: none"> • Variedade: Explorações, Investigações, Problemas, Projetos, Exercícios; • As situações são realísticas; • Com frequência, existem várias estratégias para lidar com um problema.
<p>Papéis</p> <ul style="list-style-type: none"> • Os alunos recebem “explicações”; • O professor e o manual escolar são as únicas autoridades na sala de aula; • O professor mostra “exemplos” para os alunos “aprenderem a fazer”. 	<p>Papéis</p> <ul style="list-style-type: none"> • Os alunos recebem tarefas para descobrirem estratégias para as resolver; • O professor pede ao aluno para explicar e justificar o seu raciocínio; • O aluno é autoridade se usar raciocínio lógico para fundamentar as afirmações.
<p>Comunicação</p> <ul style="list-style-type: none"> • O professor coloca questões e fornece feedback imediato (sequência I-R-F); • O aluno coloca “dúvidas”. 	<p>Comunicação</p> <ul style="list-style-type: none"> • Os alunos são encorajados a discutir com os colegas (trabalhando em grupos ou pares); • No fim de um trabalho significativo, fazem-se discussões com toda a turma; • Significados negociados na sala de aula.

Fonte: Adaptado de Ponte (2010, p. 24) .

Nota: Ensino direto e ensino exploratório

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Inicialmente, foi aplicada a tarefa exploratória (figura 1), para a turma do 2º ano e dada uma breve explicação sobre como seria a aplicação da referida tarefa. Após isso, os estudantes, já separados em duplas, deram início à tarefa.

As 7 duplas, após a explicação inicial, deram início à tarefa. Neste artigo foi escolhida uma das gravações em áudio dos estudantes, realizada durante a fase de Resolução Autônoma. Após a transcrição, realizamos a análise procurando observar as estratégias de resolução utilizada por eles. Além disso, apresentamos a resolução escrita da tarefa feita por essa dupla (Figura 2).



1. Resolva a tarefa proposta



CLASSIFICAÇÃO
- RODADA 27 -

01	BOITACOS	58	27	11	SÃO PAULO	35	27
02	BRASILEIROS	48	27	12	INTERNACIONAL	32	27
03	FLAMENGO	47	27	13	CORINTHIANS	32	27
04	GREMIÓ	44	27	14	BAHIA	31	27
05	PALMEIRAS	44	27	15	CRUZEIRO	31	27
06	ATLÉTICO	44	27	16	SANTOS	30	27
07	ATLÉTICO	43	27	17	SANTOS	30	27
08	FORTALEZA	42	27	18	GOIÁS	30	27
09	FLUMINENSE	42	27	19	COCACOLA	20	27
10	GUARÁ	36	27	20	AMÉRICA	18	27

Tarefa

Sabendo que no futebol:

- Uma vitória vale 3 pontos
- Um empate vale 1 ponto
- Uma derrota vale 0 ponto

a) Quantas vitórias, empates e derrotas um time precisa ter para fazer 38 pontos em 20 rodadas?

b) Sabendo que o Campeonato Brasileiro tem 38 rodadas, ou seja, cada time irá disputar 38 partidas ao final do campeonato, e que todos os times já disputaram 27 partidas, quais times ainda tem chances de ser campeão brasileiro?

Handwritten solution:

a) cada vitória vale 3 pontos
cada empate vale 1 ponto
cada derrota vale 0 ponto
 $P = 3V + 1E = 38$

V	E	D	TOTAL
12	2	6	20
11	5	4	20
10	8	2	20
9	11	0	20

b) $38 - 27 = 11$ partida
 $3 \times 11 = 33$ pontos

Figura 2: Tarefa realizada pela dupla.
Fonte: Autores.

Na sequência apresentamos o trecho da transcrição do diálogo da dupla quando resolviam o item a da tarefa:

Aluno 1: Agora a gente vai fazer o trabalho, tá? Tá bom então! Tarefa! Sabendo que no futebol: Uma vitória vale 3 pontos, um empate vale 1 ponto e uma derrota vale 0 pontos. Quantas vitórias, empates e derrotas um time precisa ter para fazer 38 pontos em 20 rodadas.

Aluno 2: Então, vamos calcular. Equação básica. Vamos calcular então, professor. Cada vitória vale 3 pontos. Olha lá, professor.

Aluna 1: Cada vitória vale 3 pontos, né? O empate vale 1 e a derrota vale nada. Então, a gente vai fazer P é igual a 3, que é a vitória, mais 1, que é a derrota, o empate, né? Então é isso, né? Vamos lá.

Aluna 2: Aqui vai dar 38, né?

Aluna 1: Aham, eu acho que é. Mas vai dar 38 mesmo, olha aqui, tem 38 pontos. Aí a gente vai fazer assim, ó. Como a vitória e o empate devem ser inteiros, a gente tem que testar combinações possíveis que satisfazem a equação dentro do limite de 20 partidas, né? Tá, então a vitória 12...

Aluno 2: 11, 10 e 9, né?

Aluna 1: Sim, o empate é 2, 5, 8 e 11.



Aluno 2: Derrota 6, 4, 2 e 0.

Aluno 1: O total de partidas deu 20.

Aluno 2: Todos os 20 né.

Aluno 1: Todos os 20. Então a resposta é: O time pode ter as seguintes combinações dos resultados, ó. 12 vitórias, 2 empates e 6 derrotas.

Aluno 2: 11 vitórias, 5 empates e 4 derrotas.

Aluno 1: 10 vitórias, 8 empates e 2 derrotas.

Aluno 2: 9 vitórias, 1 empate e 0 derrotas.

Aluno 1: 11 empates.

Podemos perceber, pela transcrição, que, para a resolução do item a da tarefa, os alunos tentaram procurar padrões para se chegar na resposta, onde eles puderam perceber o número máximo de vitórias que uma equipe poderia ter e, a partir daí foi diminuindo uma vitória e, ao mesmo tempo, acrescentando 3 empates e diminuindo 2 derrotas, até chegar em 0 derrotas, que é o mínimo de derrotas que uma equipe poderia ter. Além disso, eles foram descobrindo padrões para se chegar na pontuação pedida em um número de jogos pré-definidos.

No trecho a seguir, apresentamos a resolução da dupla para o item b da tarefa:

Aluno 2: Agora, a letra B. Sabendo que o campeonato brasileiro tem 38 rodadas, ou seja, cada time irá disputar 38 partidas ao final do campeonato. E que todos os times já disputaram 27 partidas. Quais times ainda têm chance de ser campeão brasileiro?

Aluno 1: Então, vamos lá. O campeonato brasileiro tem 38 rodadas, que é o máximo de partidas por time. Cada vitória na partida vale 3 pontos, ou seja, o máximo de pontos que um time pode conquistar nessas 11 partidas são...

Aluno 2: Primeiro a gente vai fazer 38 menos 27, que dá 11 partidas, que cada vitória vale 3 pontos e no máximo de pontos que um time pode conquistar é 11 partidas aí a gente vai fazer 3 vezes 11 que dá 33 pontos.

Aluno 1: Um time ainda tem chance de ser campeão se a soma dos pontos atuais... se a soma dos pontos atuais mais 33 né. Então tá, professor, vamos lá, né? Com esses dados, a gente pode listar que os times ainda têm chances matemáticas de serem campeões. Para analisar, precisa dos dados reais da tabela atualizada do campeonato. Caso a gente tenha o número dos pontos do time, a gente vai compartilhar... Ai, nossa, que difícil essa questão, cara. Então vamos lá, acho que eu já entendi.

Aluno 2: A gente entendeu, né? Eu acho que eu entendi. Vamos lá. O campeonato brasileiro tem 38 rodadas. E cada time já disputou 27 partidas. Portanto, restam 11 rodadas para o final do campeonato. Para um time ser campeão, professor,...ele precisa ter o quê? mais pontos que todos os outros ao final das 38 rodadas. Mesmo que o time tenha uma grande diferença de pontos em relação ao líder, ele ainda pode ter chance de alcançar o topo, tipo, cada time disputará 11 jogos restantes. Todos os times que estão dentro de uma diferença razoável de pontos para o líder é que ainda tem jogos pela frente, tem chances matemática de conquistar o título, desde que consiga um desempenho nas últimas rodadas. Como que calcula isso?

Aluno 1: Então, a gente vai estar identificando os pontos atuais do líder e dos outros times.

A gente vai calcular a pontuação máxima que o time pode alcançar no final do campeonato.



Então, a gente vai considerar que cada time pode ganhar no máximo 33 pontos, caso vença todas as 11 partidas restantes. A gente vai verificar se algum time ainda pode alcançar ou ultrapassar a pontuação do líder.

Aluno 2: Com esse espaço é possível a gente determinar quais times tem chance de ter campeão, levando em consideração o desempenho esperado nas rodadas finais. Então, o Goiás e todos os times que estão acima dele tem chance de ser campeão, mesmo que seja mais difícil.

Já no item b da tarefa, tendo como suporte o conhecimento obtido pela resolução do item a da tarefa, os alunos foram procurando padrões, e descobriram o número máximo de pontos que cada um dos times poderia fazer, ou seja, observando que faltam 11 partidas para cada time, e que cada vitória vale 3 pontos, 33 pontos seria o máximo em disputa. Eles partiram dos últimos colocados, acrescentando 33 pontos em suas respectivas pontuações, a fim de descobrir se a pontuação seria capaz de ultrapassar a do primeiro colocado. Ao observarem a pontuação do último e penúltimo colocado, eles perceberam que eles poderiam chegar a, no máximo, 51 e 53 pontos, respectivamente, não sendo possível alcançar a pontuação do primeiro colocado, que era de 58 pontos. Já no 18º colocado, o Goiás, se ganhasse todas as partidas possíveis, chegaria aos 63 pontos, fazendo com que ele ainda tenha alguma chance, mesmo que extremamente remota, de ser campeão. Assim, ao perceberem, dentre os últimos, que o 18º conseguiria ultrapassar a pontuação do primeiro, todos os times acima dele também teriam chance, visto que todos eles têm uma pontuação maior que aquele que conseguiria ultrapassar o primeiro colocado, que, neste caso, é o 18º. Portanto, eles concluíram que do 18º colocado para cima, todos os times ainda têm chance de ser campeão brasileiro.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A tarefa proposta explora conceitos matemáticos como álgebra e operações aritméticas básicas, através de uma situação real para os alunos. Tal tarefa, que envolve situações do cotidiano, contribui para que os alunos percebam as conexões entre a matemática e as situações cotidianas que muitos deles apreciam. A natureza exploratória da tarefa permite que os alunos investiguem diferentes combinações de vitórias, empates e derrotas para atingir uma pontuação específica, com isso, eles são incentivados a formular hipóteses, testar possibilidades e verificar resultados, o que fortalece sua compreensão matemática. Além disso, ao calcular as chances de título para os times, os alunos fazem uma análise dos dados,



promovendo uma compreensão mais prática da matemática, ajudando os estudantes a perceberem a utilidade e a importância da disciplina em suas vidas. Em resumo, atividades exploratórias como esta promovem um ambiente de aprendizado dinâmico e interativo, contribuindo para a aprendizagem matemática dos alunos. Destacamos também a importância da realização da tarefa em duplas, que permite aos alunos negociar significados, apresentar e defender ideias matemáticas, validar ou não estratégias de resolução, enfim, atitudes importantes para que avancem na aprendizagem matemática.

AGRADECIMENTOS

Gostaria de expressar minha sincera gratidão à professora doutora Eliane Maria de Oliveira Araman pela orientação dedicada e brilhante durante o desenvolvimento deste artigo. Seu conhecimento, paciência e comprometimento foram fundamentais para o sucesso deste trabalho. Agradeço também à UTFPR e à CNPq, pela estrutura e apoio financeiro proporcionados durante todo o período.

REFERÊNCIAS

GODOY, A. S. Pesquisa qualitativa: tipos fundamentais. Revista de Administração de Empresas. São Paulo, v. 35, n. 3, p. 20-29, mai-jun. 1995.

PONTE, J. P. Explorar e Investigar em Matemática: Uma Actividade Fundamental no Ensino e na Aprendizagem. UNIÓN Revista Iberoamericana de Educación Matemática. n.21, p. 13-30, mar 2010.

PONTE, J. P. Gestão Curricular em Matemática. Lisboa, p. 1-27, 2005.

SERRAZINA, L. Aprender Matemática com Compreensão: Raciocínio Matemático e Ensino Exploratório. EM TEIA Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana. Pernambuco, v.12, n.3, p. 1-19, 2021.

