

ATIVIDADE DE MODELAGEM MATEMÁTICA SOBRE RAMPAS DE ACESSO: ALGUMAS REFLEXÕES

Isadora Maria Cianfa¹
Gustavo Fernandes²
Luciana Kemie Nakayama³
Letícia Barcaro Celeste Omodei⁴

RESUMO

O artigo refere-se a um relato de experiência sobre o desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática em um encontro do GETEMA - Grupo de Estudo e Trabalho em Educação Matemática, que é composto por professores em formação inicial e continuada, como alunos e professores do curso de graduação em Licenciatura em Matemática, professores de Matemática da Educação Básica que estavam reunidos em uma escola estadual de Apucarana. A atividade se refere a rampas de acesso e envolve normas vigentes para a inclinação de uma rampa de acesso, bem como medições de duas rampas da escola onde o encontro estava acontecendo. A atividade tinha por objetivo mostrar na prática a utilização da modelagem matemática para incentivar os participantes a conhecer e fazer uso desta alternativa pedagógica em sua prática docente em algum momento da sua trajetória profissional. A atividade foi bastante interessante proporcionando algumas soluções incluindo até mesmo o uso de tecnologia por meio do *software* GeoGebra e ainda discussões para além do contexto matemático no que diz respeito a acessibilidade para cadeirantes e pessoas de mobilidade reduzida. Dentro do contexto matemático foram utilizados alguns conceitos como o Teorema de Pitágoras, o Sistema Monetário e cálculo de Área. A atividade de modelagem matemática proporcionou a participação ativa dos presentes e reflexões sobre as rampas existentes na escola e em locais públicos.

Palavras-chave: Modelagem matemática, Acessibilidade, Prática Docente.

INTRODUÇÃO

Professores do curso de Licenciatura em Matemática da Unespar de Apucarana realizam um projeto de extensão universitária para a formação inicial e continuada de professores, por meio do GETEMA: Grupo de Estudo e Trabalho em Educação Matemática. Os encontros acontecem semanalmente, seja no câmpus da Universidade, ou em alguma escola parceira. O projeto é contínuo, mas os temas estudados e os participantes se alteram a cada semestre/ano,

¹ Graduanda do Curso de Matemática da Universidade Estadual do Paraná - Unespar, contato.isadoracianfa@gmail.com;

² Graduando do Curso de Matemática da Universidade Estadual do Paraná - Unespar, gustavo.fer.2005@gmail.com;

³ Professora orientadora: Ma. do Curso de Matemática da Universidade Estadual do Paraná - Unespar, luciananakayama@yahoo.com.br;

⁴ Professora orientadora: Dra. do Curso de Matemática da Universidade Estadual do Paraná - Unespar, leticia.celeste@unespar.edu.br.

sempre com a participação de acadêmicos do curso de Licenciatura em Matemática, professores da Educação Básica e professores da Universidade Estadual do Paraná *campus* Apucarana (UNESPAR).

Durante o primeiro semestre de 2024, as atividades desenvolvidas no grupo eram referentes à inclusão, no qual aconteceram: palestra de professora doutora na área, leitura e discussão de textos sobre braille, atividades de matemática inclusivas. Em um dos encontros, em uma escola pública estadual de Apucarana, uma professora (uma das autoras desse artigo) propôs uma atividade de modelagem matemática que faz referência a rampas de acesso para cadeirantes e pessoas com mobilidade reduzida.

O objetivo inicial era propôr uma atividade de modelagem Matemática para que os presentes pudessem vivenciar na prática esta alternativa pedagógica, uma vez que a modelagem matemática possibilita a interdisciplinaridade, conciliando a vivência do estudante com a matemática por meio da realidade.

A modelagem matemática, quando utilizada em sala de aula, é realizada pelos alunos com o suporte do professor, seguindo fases que englobam desde uma compreensão superficial do tema até a solução de problemas da realidade, por meio da Matemática, desenvolvendo o pensamento crítico e a comunicação.

A perspectiva de modelagem matemática utilizada no GETEMA é a proposta por Almeida, Silva e Vertuan (2012). Esses autores sugerem que a atividade de modelagem matemática envolve algumas fases: as duas primeiras são a “Escolha do Tema” e a “Formulação do Problema”, que podem ser simplificadas como “Inteiração”. Nela, o aluno tem seu primeiro contato com o problema de forma ativa, podendo auxiliar na escolha do problema. As próximas três fases são a “Coleta de Dados”, a “Organização dos Dados” e a “Análise dos Dados”, que podem ser simplificadas como “Matematização”, uma vez que o aluno visualiza o problema e pode o transcrever para uma linguagem matemática. Para isso, ele busca representações para aperfeiçoar a leitura do problema e cria hipóteses, já realizando discussões em grupo.

A sexta fase é a “Resolução do Problema”, na qual, utilizando seus conhecimentos prévios, são buscadas soluções fazendo o uso dos recursos disponíveis. Nessa fase é construído o modelo matemático da situação, que sempre é feito a partir de interpretação dos modeladores. Por fim, as duas últimas fases são a “Validação do Modelo”, que tem como objetivo traçar comparações com dados reais apresentados no problema e verificando se é adequado para proporções reais, e a “Interpretação dos Resultados”, que, por sua vez, retoma o problema original e verifica se o objetivo foi alcançado com exatidão, sendo extraídas conclusões relevantes. Não se pode enfatizar nenhuma fase como mais importante que a outra, mas a

“Interpretação” e a “Validação” são essenciais para que o aluno se sinta confiante em resolver mais modelos, não podendo afirmar que uma única hipótese é a correta, já que cada aluno visualiza da sua maneira. Também é importante ressaltar que nenhuma fase é totalmente fixada em sua posição, podendo haver a necessidade de flexibilização e cabendo ao professor analisar, como mediador em sala de aula, as adaptações necessárias a se fazer com o uso dessa alternativa pedagógica. (ALMEIDA, SILVA e VERTUAN, 2012)

Os participantes desenvolveram a atividade de diversas maneiras, construíram modelos diferentes e chegaram a resultados também distintos. A tecnologia foi um complemento em que o GeoGebra foi utilizado como ferramenta para verificar se a inclinação de uma determinada rampa estava dentro das normas da ABNT (Associação Brasileira de Normas Técnicas) vigentes no ano de 2024, complementando as soluções apresentadas pelos participantes do GETEMA. Segundo Borba, Silva e Gadanidis (2020), o uso de tecnologias no Ensino de Matemática se dá pela necessidade de inovação, e cada vez mais, ele vem ganhando espaço nas salas de aula. Entre suas vantagens, está a criação e manipulação de modelos matemáticos, exploração de diversas resoluções e desenvolvimento do sensorial do estudante de forma dedutiva.

Este artigo apresenta o desenvolvimento da atividade de modelagem matemática pelos grupos que foram formados durante a reunião do GETEMA e por dois autores do relato utilizando-se do *software* GeoGebra de forma a mostrar possibilidades da atividade de modelagem.

METODOLOGIA

Para esta experiência, foi elaborado um plano de aula para 2 horas, que é a duração do encontro do grupo de estudos. A atividade de modelagem matemática foi planejada a partir da leitura de artigos que abordam a temática de acessibilidade (CRUZ; PESSOA DA SILVA; OMODEI, 2023; PESSOA; PESSOA DA SILVA, 2022; 2023). Segundo a Constituição Federal, é necessário que em espaços físicos seja possibilitado acessibilidade aos cidadãos com deficiências e mobilidade reduzida, como previsto na Lei n 10.098/2000:

Art. 1º Esta Lei estabelece normas gerais e critérios básicos para a promoção da acessibilidade das pessoas portadoras de deficiência ou com mobilidade reduzida, mediante a supressão de barreiras e de obstáculos nas vias e espaços públicos, no mobiliário urbano, na construção e reforma de edifícios e nos meios de transporte e de comunicação. (BRASIL, 2000)



A atividade de modelagem, apresentada na Figura 1, foi proposta por uma professora do curso de Matemática (uma das autoras deste artigo) em uma escola de Apucarana. A partir da leitura da lei e de documentos sobre acessibilidade, foram realizadas algumas discussões em relação a acessibilidade, sendo informado por uma professora de matemática da escola presente no encontro, que a escola já havia recebido alunos cadeirantes e com mobilidade reduzida. Como uma das rampas, reformada recentemente, está localizada no portão de acesso a secretaria da escola, existe uma grande circulação de pessoas por ela. Por isso, houve preocupação com a segurança das pessoas que por ela transitam todos os dias, inclusive nos dias de chuva, em que os declives podem se tornar perigosos para as pessoas de um modo geral.

Figura 1 – Atividade de modelagem matemática
RAMPAS DE ACESSO

O que é acessibilidade?

Segundo a ABNT (NBR 9050), acessibilidade é a possibilidade e condição de alcance, percepção e entendimento para utilização, com segurança e autonomia, de espaços, mobiliários, equipamentos urbanos, edificações, transportes, informação e comunicação, inclusive seus sistemas e tecnologias, bem como outros serviços e instalações abertos ao público, de uso público ou privado de uso coletivo, tanto na zona urbana como na rural, por pessoa com deficiência ou mobilidade reduzida.

Você já pensou se os locais que você frequenta são acessíveis a todas as pessoas, com ou sem deficiência física? A seguir apresentamos fotos de duas rampas de uma escola.

Figura 1: Rampa de acesso de um bloco a outro de uma escola



Fonte: elaborado pelos autores (2024)

A escola deve estar adaptada para atender a todos os estudantes (com ou sem deficiência física) visando a educação inclusiva e a acessibilidade definida pela Norma ABNT NBR 9050:2015, como consta no Quadro 1:



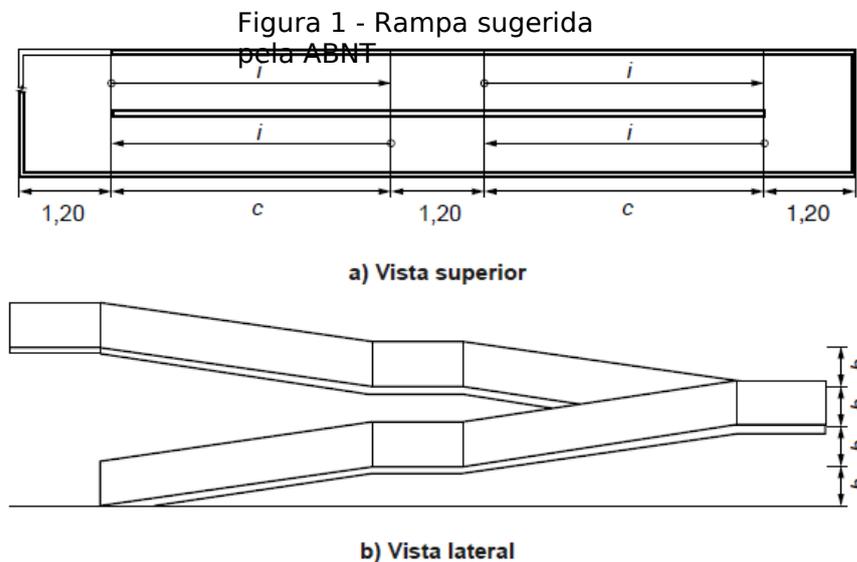
A NBR 9050 se preocupou com o tema de “Acessibilidade a edificações, mobiliário, espaços e equipamentos urbanos”, delimitando requisitos para que banheiros se tornassem acessíveis, as larguras para corredores, portas e elevadores, sinalização tátil para pisos e outros. Dentre este documento, está presente a regulamentação de rampas, sendo de uma inclinação ideal de 5%, mas podendo ter rampas de até 8,33%. Para saber a inclinação, deve ser realizado o cálculo da seguinte equação:

$$h \times 100$$

Em
que:

- i é a inclinação, expressa em
- h porcentagem (%); é a altura do
- c desnível;

Conforme citado no comprimento da projeção
figura 1: horizontal.



Fonte: ABNT NBR 9050

Neste mesmo documento, um pouco mais a frente, é explicado o porque da exceção de poder chegar até 8,33%, pois quanto mais extensa a rampa é, menor deve ser sua inclinação. Sendo assim, rampas com até 1,5 m de altura devem ter até 5% de inclinação, enquanto rampas de até 1 m de altura devem ter até 6,25%, e rampas de até 0,8 m devem ter até 8,33%. Salvam-se casos excepcionais que não ocorrem com frequência

Fonte: elaborado pelos autores (2024)

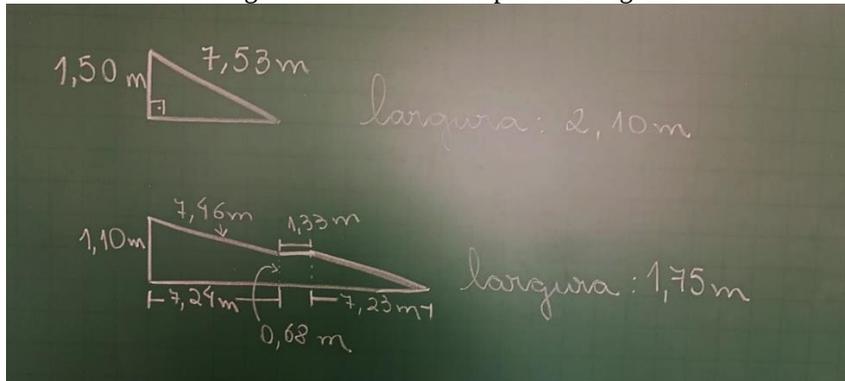
Os participantes do GETEMA foram subdivididos em dois grupos. O primeiro era formado por professores do Ensino Superior e uma acadêmica, todos do curso de Matemática. O segundo grupo foi composto por professores de matemática da rede básica de ensino, acadêmicos e um professor de Matemática do Ensino Superior.

Para o desenvolvimento da atividade, os participantes receberam informações sobre a inclinação, comprimento e altura aceitáveis para uma rampa de acesso. Também foram apresentadas as medidas de duas rampas da escola, com uma possuindo área de descanso. A saber, a rampa I tem altura de 1,5 m e sua medida do declive é de 7,53m. A rampa II é dividida



em duas partes, uma vez que há uma área reta de descanso de 1,33 m, seguindo as normas vigentes, com sua primeira parte tendo altura de 1,10 m, medida do declive de 7,46 m e projeção de 7,24 m. A altura do descanso é de 0,68 m e a segunda parte da rampa possui 7,23 m de projeção, como mostra a figura 2 a seguir:

Figura 2 - Dados das rampas do Colégio



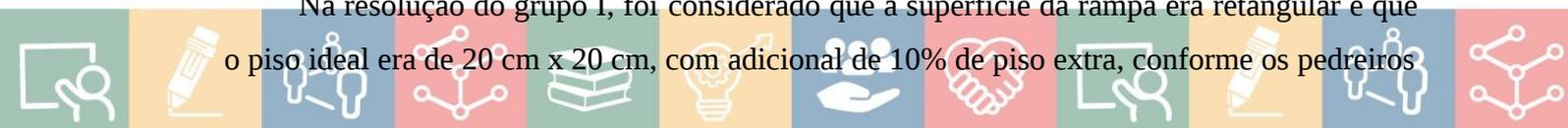
Fonte: elaborado pelos autores (2024)

Durante as discussões, os participantes notaram que não havia um problema a ser resolvido ou uma questão a ser respondida na atividade, e a professora explicou que eles poderiam formular o problema que gostariam de resolver a partir da temática abordada. A atividade proposta permitiu aos participantes do GETEMA diferentes encaminhamentos de solução dentro do contexto matemático, porém, nenhum grupo utilizou tecnologias digitais na resolução. Desse modo, posteriormente, dois graduandos do curso de Matemática, participantes do PIBID e autores deste trabalho desenvolveram a atividade com o uso do *software* GeoGebra. Levando em consideração que as atividades realizadas no GETEMA são de cunho prático na maior parte das vezes, os participantes assinaram o termo de consentimento livre esclarecido para que as resoluções e imagens pudessem ser divulgadas.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

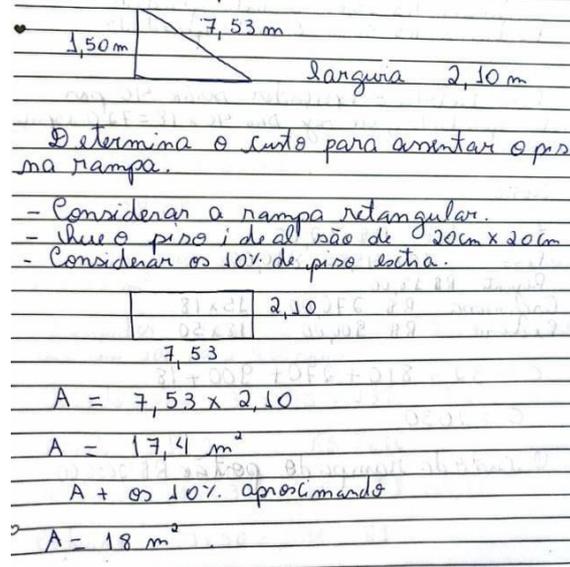
Apesar das informações que constavam na atividade de modelagem, o Grupo I não realizou a verificação para saber se as rampas da escola estavam dentro das normas pré-estabelecidas pela ABNT, optaram por seguir outra problemática, que consistia em pavimentar as duas rampas consideradas com piso antiderrapante, pensando na segurança das pessoas que por elas transitam.

Na resolução do grupo I, foi considerado que a superfície da rampa era retangular e que o piso ideal era de 20 cm x 20 cm, com adicional de 10% de piso extra, conforme os pedreiros



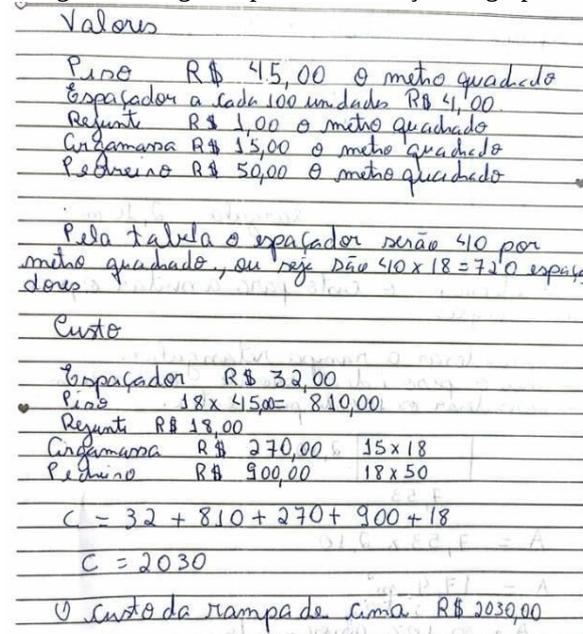
solicitam na realização de uma pavimentação. Na Matemática, foram usados conceito de área e sistema monetário, sendo utilizados valores atualizados no momento da resolução da atividade, bem como custo de materiais e mão de obra, como podemos ver nas figuras 3 e 4:

Figura 3 - Primeira parte da resolução do grupo I



Fonte: elaborado pelos autores (2024)

Figura 4 – Segunda parte da resolução do grupo I



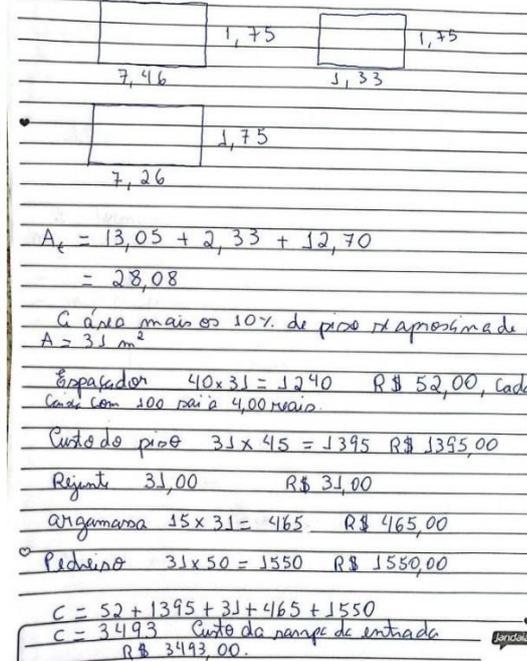
Fonte: elaborado pelos autores (2024)

Os valores dos materiais foram pesquisados na internet no momento da resolução da atividade e o preço do serviço do pedreiro para instalação do piso foi sugerido por uma das professoras do grupo, pois a mesma estava realizando este serviço em sua casa.



Conforme observado na figura 4, a rampa I da atividade teria o custo de R\$ 2.030,00 para se fazer uma pavimentação adequada. Já a rampa II, teria o custo de R\$ 3.493,00, conforme a figura 5:

Figura 5 – Terceira parte da resolução do grupo I



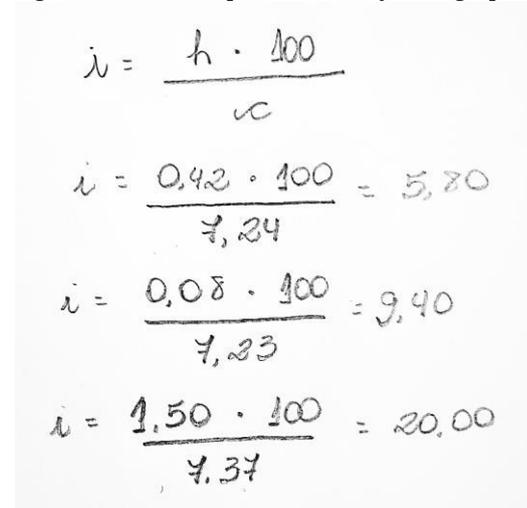
Handwritten calculations showing the cost breakdown for a ramp. The calculations include:

- Two trapezoidal areas with height 1,75 and widths 7,46 and 7,33.
- A third trapezoidal area with height 1,75 and width 7,26.
- Sum of areas: $A_t = 13,05 + 2,33 + 12,70 = 28,08$
- Area with 10% increase: $A = 31 \text{ m}^2$
- Costs for materials:
 - Empastador: $40 \times 31 = 1240$ R\$ 52,00
 - Custo do piso: $31 \times 45 = 1395$ R\$ 1395,00
 - Rejunte: $31,00$ R\$ 31,00
 - Argamassa: $15 \times 31 = 465$ R\$ 465,00
 - Pedrisco: $31 \times 50 = 1550$ R\$ 1550,00
- Total cost: $C = 52 + 1395 + 31 + 465 + 1550 = 3493$ R\$ 3493,00

Fonte: elaborado pelos autores (2024)

O grupo II realizou a verificação da inclinação das rampas com os dados apresentados na atividade pela professora, conforme a figura 6. Quando notado que apenas uma parte da rampa II estava dentro das normas da ABNT, resolveram realizar uma nova medição, como mostra a figura 7, para se certificarem das medidas apresentadas.

Figura 6 – Primeira parte da resolução do grupo II



Handwritten calculations for slope (i) using the formula $i = \frac{h \cdot 100}{v}$:

- $i = \frac{0,42 \cdot 100}{7,24} = 5,80$
- $i = \frac{0,08 \cdot 100}{7,23} = 9,40$
- $i = \frac{1,50 \cdot 100}{7,37} = 20,00$

Fonte: elaborada pelos autores (2024)



Figura 7 – Nova medição da rampa do Colégio



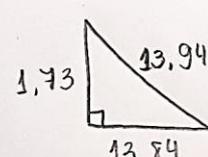
Fonte: elaborado pelos autores (2024)

Como pôde ser observado no último cálculo da figura 6, o índice foi de 20%, o que mostra que a rampa I está fora das normas vigentes. Utilizando-se dos dados das novas medições por eles realizadas, o grupo II refez os cálculos, chegando no índice de 23,89%, como mostra a figura 2, um índice ainda maior que o inicial. Com uma pesquisa rápida em um site de buscas, o grupo obteve a informação de que em reformas, quando não for possível obter o índice de 8,33%, é aceitável o índice de 12,5%. Com base nesta informação e utilizando o teorema de Pitágoras, o grupo realizou cálculos para a rampa I, assim, puderam verificar qual seria o comprimento do declive da rampa para que ela estivesse dentro dos padrões aceitáveis, como mostra a figura 8:

Figura 8: Segunda parte da resolução do grupo II

$$i = \frac{1,73 \cdot 100}{7,24} = 23,89$$

$$12,5 = \frac{1,73 \cdot 100}{c}$$

$$c = 13,84$$


$$a^2 = b^2 + c^2$$

$$a^2 = 2,99 + 191,54$$

$$a^2 = 194,54$$

$$a = 13,94$$

Fonte: elaborada pelos autores (2024)



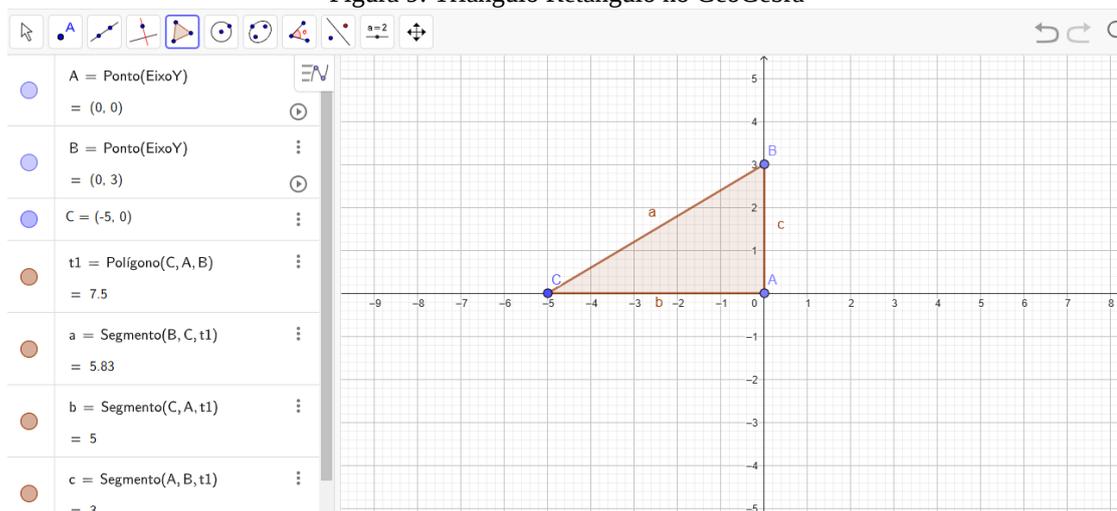
No que se refere a **Matematização**, o grupo II fez uso do teorema de Pitágoras para encontrar o comprimento do declive da rampa I. Também foi necessário encontrar a altura da primeira parte da rampa II de 0,42 m, uma vez que esse dado não foi apresentado inicialmente. Estes cálculos não foram registrados pelo grupo, sendo utilizados apenas ao calcular o índice.

A atividade de modelagem apresentada possibilitou a discussão com respeito a acessibilidade, além de levar o conhecimento das normas exigidas para a construção de rampa de acesso. Tal atividade pode ser desenvolvida desde os anos finais do Ensino Fundamental até o Ensino Superior, uma vez que permite o surgimento de várias questões matemáticas.

Para complementar as resoluções e mostrar diferentes possibilidades da atividade de modelagem matemática, foi utilizado o *software* GeoGebra pois os autores pibidianos tinham o objetivo de criar um modelo para simular uma rampa e que a programação pudesse exibir a taxa de inclinação da rampa, verificando se segue os padrões vigentes de 2024.

Uma rampa pode ser simplificada utilizando um triângulo retângulo onde a altura é o comprimento do seguimento \overline{AB} e o comprimento do declive é a medida do seguimento \overline{BC} , conforme a figura 9 no GeoGebra. É possível escolher os pontos no plano cartesiano e traçar retas entre eles, com as medidas sendo manipuladas, como é possível visualizar a seguir:

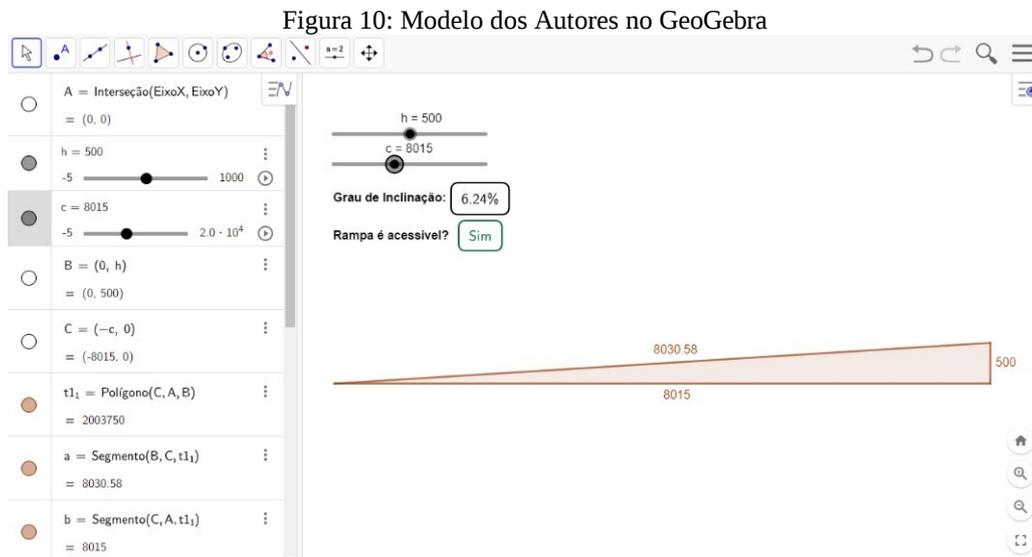
Figura 9: Triângulo Retângulo no GeoGebra



Fonte: elaborada pelos autores (2025)

Uma das formas de realizar essa atividade, é posicionando no *software* a representação bidimensional das rampas feitas pelos grupos em medidas reais, efetuando o cálculo pela janela de álgebra para saber se é acessível segundo a ABNT NBR 9050. O programa disponibiliza a ferramenta “Inclinação”, que quando selecionada um segmento de reta é dado sua inclinação em número decimal, porém, foi feita a opção de não a utilizar, já que era necessária uma representação em porcentagem, além de uma maior personalização.

Configurando o programa, é possível verificar diversos tamanhos de rampa por meio de controles deslizantes, além de poder certificar se a rampa é acessível ou não sem necessitar de interpretação humana, ou seja, sem ter que verificar se o índice de inclinação está entre 5% e 6,25%.



Fonte: elaborada pelos autores (2025)

A Tecnologia na Educação Matemática é um tema recorrente, uma vez que torna a sala de aula um lugar dinâmico para interações professor-aluno, auxiliando nas propostas metodológicas da modelagem matemática e sendo um grande aliado na prática docente, sendo possível formalizar conteúdos vivenciando-os na prática.

Como foi possível ver, utilizar o GeoGebra pode facilitar parte do problema, o que possibilita correções, assim como também permite que as discussões não fiquem presas a apenas a pergunta de que se uma rampa é acessível ou não. O uso do *software* GeoGebra enriquece a solução da atividade de modelagem e abre caminho para outros conteúdos matemáticos como a geometria.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A atividade apresentada colocou luz sobre a modelagem matemática como alternativa pedagógica, que faz do aluno o centro dos processos de ensino e aprendizagem, abrindo caminho para que professores em formação inicial e continuada pudessem vivenciar na prática essa forma de abordar conteúdos matemáticos por meio de temas não matemáticos, contribuindo com a formação dos envolvidos como cidadãos, no que tange a algumas questões de acessibilidade.



A atividade serviu como um exemplo de aula diferente da aula expositiva e tradicional, e que pode enriquecer a prática docente dos participantes.

Ainda como uma contribuição, os pibidianos participantes do grupo de estudos propuseram uma outra solução que poderia ser abordada não somente em aulas de Matemática, mas também em aulas de Programação ou Pensamento Computacional, componentes curriculares no Ensino Médio no Estado do Paraná.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, L. W.; PESSOA da SILVA, K. A.; VERTUAN, R. E. **Modelagem matemática na educação básica**. 1. ed. São Paulo: Contexto, 2012.

BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática**. 6. ed. São Paulo: Autêntica Editora, 2019.

BORBA, M. C.; SILVA, R. G. R.; GADANIDIS, G. **Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática Sala de aula e internet em movimento**. 3. ed. São Paulo: Autêntica Editora, 2020.

CRUZ, J. P.; PESSOA da SILVA, K. A.; OMODEI, L. B. C.. **Uma proposta para o uso do scratch em uma atividade de modelagem matemática sobre acessibilidade**. In: III ENCONTRO PARANAENSE DE TECNOLOGIA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, Apucarana, 2023.

PESSOA, T. C.; PESSOA da SILVA, K. A.. **Educação STEAM em uma atividade de modelagem sobre acessibilidade**. In: IX ENCONTRO PARANAENSE DE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, União da Vitória, 2022.

PESSOA, T. C.; PESSOA da SILVA, K. A.. **Recursos semióticos em uma atividade de modelagem matemática integrada à educação STEAM**. In: REVISTA DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO DO SUL, 2023.

