

Modelagem Matemática em Livros Didáticos de Física: aproximações iniciais na abordagem da queda livre

Mathematical Modeling in Physics Textbooks: initial approximations in the free fall approach

Leonardo André Testoni

Universidade Federal de São Paulo

leonardo.testoni@unifesp.br

Iago Tahan Lavorato

Universidade de São Paulo

itahan@usp.br

Arthur Biasotto Caldeira Gomes

Universidade de São Paulo

arthurbiasotto@usp.br

Marco Antonio David Lira

Universidade de São Paulo

marcoantonio.lira@usp.br

Claudinei Jacobucci Junior

Universidade de São Paulo

claudinei.jacobucci@usp.br

Eneias de Almeida Prado

Colégio Parthenon Bom Clima

eprado@parthenonplus.com

Resumo

A Física, enquanto Ciência, traz a Matemática como um de seus eixos estruturantes. Dessa forma, compreendemos, neste trabalho, a indissociabilidade entre tais áreas, quando da transposição didática para a escola básica. Desse modo, focamos a investigação em tela na forma como a Modelagem Matemática é abordada em livros didáticos de Física, buscando compreender as consequências para sua aprendizagem. A metodologia consiste na observação

documental de obras adotadas no ensino médio, interpretando-se episódios de interesse acadêmico à luz das teorias de Modelagem Matemática e análise do conteúdo. Os resultados demonstram uma visão equivocada acerca da modelagem, resumindo-se à memorização de fórmulas e algoritmos, com pouco enfoque na construção dos modelos, em si. Tal visão, compromete a aprendizagem da Física, colaborando para um ensino acrítico e desarticulado da realidade.

Palavras chave: Modelagem Matemática, Livros Didáticos, Ensino de Física.

Abstract

Physics, as Science, brings Mathematics as one of its structuring axes. Thus, we understand, in this work, the inseparability between such areas, when the didactic transposition to the basic school. In this way, we focus on screen research on how mathematical modeling is approached in Physics textbooks, seeking to understand the consequences for its learning. The methodology consists of documentary observation of works adopted in high school, interpreting episodes of academic interest in the light of the theories of mathematical modeling and content analysis. The results demonstrate a mistaken view of modeling, summarizing the memorization of formulas and algorithms, with little focus on the construction of the models themselves. Such a view, compromises the learning of Physics, collaborating for an uncritical and disjointed teaching of reality.

Key words: Mathematical Modeling, Textbooks, Physics Education.

Introdução

As origens da Física são incertas e discutíveis. Enquanto Ciência, na concepção moderna do termo, Calado (2011) associa o nascimento dessa área com os trabalhos de Galileu Galilei. Para o autor, “de facto, Einstein chamou a Galileu Galilei o pai da física moderna [...] o caminho estava aberto para a observação directa do universo e obtenção da prova experimental” (p.56) e ainda, aponta-nos o progresso efetuado por Galileu ao articular as observações experimentais com modelos matemáticos, obtendo resultados mais precisos do que aqueles alcançados por Kepler. A partir daí, a Matemática estabeleceu-se como ente indissociável da Física, tornando-se um eixo fundamental de seu desenvolvimento (PIETROCOLA, 2002). Dessa forma, compreendemos, aqui, a Matemática não como subjacente à Física, ou um tipo de ferramenta de aplicação, mas sim como elemento estruturante do conhecimento físico, que, se não bem compreendido, pode trazer prejuízos à aprendizagem científica.

Nessa linha, vale lembrar que as Ciências trazem um aporte cultural próprio, uma explicação de mundo com a utilização de linguagens específicas e, nesse contexto, a Matemática torna-se uma importante forma de se expressar o pensamento. Na Física, em particular, a possibilidade de modelagem Matemática de fenômenos torna-se um acesso fundamental, inclusive para comprovação ou falseação dos fenômenos estudados. Pietrocola (2002), ainda nos alerta para a importância de tal fato na educação em ciências.

No ensino da Física, a linguagem Matemática é muitas vezes considerada como a grande responsável pelo fracasso escolar. É comum professores alegarem que seus alunos não entendem Física devido à fragilidade de seus

conhecimentos matemáticos. Para muitos, uma boa base Matemática nos anos que antecedem o ensino de Física é garantia de sucesso no aprendizado (p.2).

Nessa linha, a análise do pensamento matemático inserido no ensino de Física torna-se um importante elemento para interpretação dos processos de ensino-aprendizagem. Desse modo, o presente artigo buscou responder ao questionamento: De que forma a Modelagem Matemática é inserida em livros didáticos (LD) de Física, para a educação básica?

Modelagem Matemática: uma breve conceituação e relações com o ensino de Física

Modelagem Matemática (MM) é um campo com uma gama variada de definições e objetivos. De modo geral, Barbosa (2001), em trabalho de revisão sobre o tema, aponta para duas funções da MM, de acordo com o propósito da intervenção: as correntes pragmática e científica.

A corrente pragmática argumenta que o currículo deve ser organizado em torno das aplicações, removendo os conteúdos matemáticos que não são aplicáveis em áreas não-matemáticas [...]A corrente científica, por sua vez, busca estabelecer relações com outras áreas a partir da própria Matemática (p.3).

Ainda nessa linha, o próprio autor propõe que ambas as correntes citadas movimentam três tipos básicos de conhecimentos, a saber: (a) o conhecimento matemático, em si; (b) a metodologia para a construção do modelo matemático e (c) o conhecimento reflexivo. Barbosa (ibidem) enfatiza a importância deste último, argumentando que as correntes supracitadas dão ênfase aos dois primeiros conhecimentos, carecendo de um viés mais reflexivo, originando-se uma corrente sociocrítica.

E é com corrente sociocrítica que o presente trabalho dialoga, partindo do princípio que a Modelagem Matemática é necessária e estruturante para o pensamento físico, mas necessita ser abordada de forma menos “algoritmizada” e memorística, dando espaço a discussões e indagações não limitantes ao problema proposto, mas avançando em patamares mais reflexivos.

Corroborando com essa visão, Lozada et al. (2006) afirma que os modelos matemáticos exercem um importante papel junto ao desenvolvimento da física, no entanto, no ensino de física, a relação entre o fenômeno natural e o modelo Matemático são trazidos de forma desarticulada, dificultando a relação entre a teoria e a realidade, comprometendo o reconhecimento do conhecimento científico no cotidiano.

De fato, segundo Pietrocola (2002), grande parte dos professores de Física associam o insucesso dos alunos na disciplina a uma frágil base Matemática. Salienta-se, no entanto, que a simples retirada do arsenal matemático não resolve a situação, haja vista a Matemática ser um eixo estruturante do conhecimento físico, o que desvirtuaria a ciência Física. Em nosso ponto de vista, é preciso explorar, de maneira adequada, o potencial inerente à Modelagem Matemática.

Uma revisão bibliográfica nacional na área de ensino de conceitos e fenômenos físicos, como a realizada por Wolff e Serrano (2011), encontrará uma variedade muito grande de trabalhos que se destinam a pensar melhores metodologias pedagógicas para a abordagem

destes em sala de aula, entretanto uma quantidade muito pequena de trabalhos de ensino de física discutem a Modelagem Matemática por detrás dos fenômenos naturais. Tal fato, em nosso ponto de vista pode contribuir para uma visão deturpada da Física, como uma disciplina escolar que se volta para a memorização de fórmulas e realização de cálculos sem significado.

Especificamente, no ensino de Física, a Modelagem Matemática pode ser entendida como a arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos (Bassanezi, 2002). Diversos autores compreendem a MM como uma possibilidade de integração em um viés interdisciplinar, além de promover debates e construções cognitivas significativas (BASSANEZI, *ibidem*; SKOVSMOSE, 2000, e.g.). Dessa forma, considerando a Modelagem Matemática como um ambiente de aprendizagem para a Física,

nesse sentido, a utilização [da Modelagem Matemática no ensino de física] favorece a desmistificação de que essa é uma disciplina difícil onde se devem decorar fórmulas para serem utilizadas em problemas nos quais é possível extrair os dados necessários, sem a menor preocupação quanto à sua compreensão (BATISTA; FUSINATO, 2015, p.89).

Nessa linha, corroboramos com os autores e traremos, nesse artigo, com foco na análise de livros didáticos, uma visão de Modelagem Matemática como uma importante ferramenta para o ensino de física, indo além da aplicação da Matemática em situações cotidianas, alcançando outras possibilidades para interpretação do fenômeno e os possíveis mecanismos de ação com suas respectivas consequências.

Livros Didáticos de Física

No ambiente de aprendizagem, o professor se utiliza de uma variedade de ferramenta, como apresentações, computadores e experimentos. Entretanto, o livro didático (LD) continua sendo o principal recurso adotado pelo docente (ROSA, 2010). Apesar de, frequentemente, apresentarem erros conceituais ou visões distorcidas sobre as Ciências, o LD aparece como um grande auxiliar do professor no planejamento de intervenções didáticas, bem como durante a execução das aulas.

Nessa linha, no contexto nacional, o Ministério da Educação, por mais de uma década, instituiu o Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), visando uma maior qualidade ao material utilizado nas escolas. “Contando com mais de 30 anos, o PNLD abrange hoje toda a Educação Básica Pública Brasileira com distribuição de obras didáticas de praticamente todos os componentes curriculares aos estudantes e professores” (SCHIVANI et al., 202, p.1).

Ainda segundo os autores, mesmo com a advento de novas tecnologias, o Livro Didático continua em destaque na educação básica, inclusive no caso particular da disciplina de Física. Nessa mesma linha, não podemos deixar de citar o crescimento de livros didáticos relacionados com material apostilado que, mesmo sem ser objeto de avaliação pelo PNLD, vem se tornando uma fonte pedagógica em ascensão, principalmente nas escolas privadas (JACINTO, 2018).

Assim, analisar livros didáticos é uma ação relativamente frequente nas pesquisas em ensino e de suma importância. Como argumenta Freitas e Neto (2019), “é importante analisar os livros didáticos em razão de estes sofrerem diversas transformações [...] um livro didático

expressa elementos da cultura escolar, e que tomar esse artefato como objeto de análise é relevante para a pesquisa em educação e ensino de modo geral” (p.2).

No caso particular da Física, “os livros didáticos refletem e implementam o currículo, definem as sequências de conteúdo e explicam as leis da Física. Dito de outro modo, podemos presumir que os livros didáticos têm impacto na aprendizagem de cada estudante” (FORJAN; SLISKO, 2014, p.21).

Diante desse quadro, a análise de livros didáticos torna-se um fundamental campo de pesquisa, principalmente no tocante à observação de concepções equivocadas, que podem prejudicar o processo de ensino-aprendizagem. Como já apontado por Nunes e Queiros (2020), a análise dos LD por um programa governamental é de suma importância, mas é preciso uma visão crítica, mesmo sobre os livros aprovados, afinal fala-se de milhões de alunos e professores atingidos.

Buscando contribuir com o debate, propomos, uma análise de Livros Didáticos de Física, no tocante à forma como a Modelagem Matemática é abordada no material. Tal pesquisa é um recorte de um projeto maior, atrelado à Universidade Federal de São Paulo, que busca compreender as visões de Ciências presentes nos LD.

Metodologia

A investigação realizada é centrada na pesquisa qualitativa, debruçando-se sobre a análise documental (FLICK, 2009) de dois livros didáticos de Física, buscando compreender como a Modelagem Matemática é apresentada ao leitor, além de compreender possíveis consequências para o processo pedagógico.

A seleção dos LD foi realizada de acordo com o padrão proposto por Schivani et al. (2020), considerando os materiais aprovados em todos os editais do Programa Nacional do Livro Didático, nos últimos 10 anos, além de um sistema apostilado de ampla circulação nacional. Além do recorte citado, e procurando obter critérios de comparação, optamos por analisar os capítulos destinados à abordagem do estudo da queda livre, no ensino médio. Tais obras serão identificadas como Livro 1 e Livro 2, prezando, assim, pelo anonimato dos autores.

Os episódios de interesse acadêmico encontrados nas obras foram tratados, de maneira exploratória, à luz da análise qualitativa textual (LUDKE; ANDRÉ, 2011), evidenciando-se aspectos que pudessem corroborar com os objetivos da pesquisa.

Análise dos Resultados

O Livro 1 inicia com uma abordagem histórica, referindo-se, a princípio, a Aristóteles, seguido da experiência de Galileu Galilei, na torre de Pisa e, por último, explana sobre a queda de corpos com a resistência do ar e no vácuo. Após essa parte teórica, o livro trabalha o conceito de aceleração gravitacional, explicando o significado de suas unidades, como mostrado a seguir (Figura 1).

$$g = 9,8 \text{ m/s}^2$$

isto é, quando um corpo está em queda livre, sua velocidade aumenta de 9,8 m/s em cada 1 s (fig. 2-20). Se o corpo for lançado verticalmente para cima, sua velocidade *diminui* de 9,8 m/s em cada 1 s.

Figura 1 - Inserção do conceito de gravidade (extraído de Livro 1)

Apenas após trabalhar o conceito de aceleração, o livro mostra aos leitores algumas equações que serão utilizadas nos exercícios propostos do assunto, porém o autor utiliza uma adaptação da equação horária do espaço do movimento retilíneo uniformemente variado.

Tal adaptação consiste em trocar as posições inicial e final pela letra d , representando a distância percorrida pelo grave. Não são fornecidas explicações acerca dessa modificação, o que nos leva a interpretar que tal mudança foi feita com o intuito de aumentar o conforto matemático do leitor, facilitando simples substituições numéricas na fórmula apresentada (Figura 2).

$$d = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \quad \text{e} \quad v^2 = v_0^2 + 2ad \quad (a = g)$$

empregadas para o movimento de subida, bastando lembrar que, neste caso, o movimento é uniformemente retardado (a aceleração será negativa).

Figura 2 - Inserção da adaptação da equação horária (extraído de Livro 1)

A opção de não abordar a Modelagem Matemática de forma significativa para o ensino da Física (LOZADA et al., 2006), visando ao conforto matemático citado acima, acarreta problemas ao longo do texto, quando o autor é obrigado a justificar que a fórmula adaptada não aceita valores em módulo, somente (Figura 3).

Estas equações podem ser empregadas para o movimento de subida, bastando lembrar que, neste caso, o movimento é uniformemente retardado (a aceleração será negativa, pois convencionalmente consideramos a velocidade sempre positiva).

Figura 3 - Inserção do conceito de lançamento vertical (extraído de Livro 1)

Além do autor não discutir a questão de orientação do referencial, adaptando a função horária, os exercícios propostos trazem apenas aplicação de algoritmos, incluindo lançamentos verticais com velocidade inicial ascendente, assunto este não abordado no capítulo, o que nos permite corroborar com a visão de Barbosa (2001), que defende uma

Modelagem Matemática com caráter sociocrítico, em que os algoritmos utilizados são discutidos e apresentados de maneira significativa ao estudante/leitor, trazendo uma melhor compreensão da Física enquanto Ciência.

O Livro 2 opta por uma abordagem historicamente mais densa, seguindo por discorrer sobre o conceito de forças e suas classificações, não trazendo análises cinemáticas, que são tratadas como apêndice, apenas no final da obra.

Desse modo, o autor inicia o tratamento da queda livre com a definição teórica da força gravitacional, enfatizando, de maneira profunda, o aspecto histórico e, em seguida, inserindo o conceito de campo gravitacional, também teoricamente.

O primeiro momento em que a obra se aproxima de modelos numéricos é quando o valor médio campo gravitacional terrestre é apresentado sem maiores detalhes (já que o conceito de aceleração sequer foi trabalhado nos capítulos anteriores), utilizando a unidade newton/quilograma (N/kg), também sem qualquer tipo de análise dimensional.

Dessa forma, pode ser observado que a Modelagem Matemática não é tratada com a importância e equilíbrio devido para o ensino de Física (LOZADA et al., 2006). Tal fato é corroborado com a inserção simples e descontextualizada da equação referente à força peso (Figura 4), em uma coluna lateral, como se fosse uma curiosidade, sem relacionar com sua origem nas leis de Newton, buscando um falso conforto matemático para o aluno, incentivando o uso de fórmulas e substituições numéricas sem significado para o processo de ensino-aprendizagem (BARBOSA, 2001).

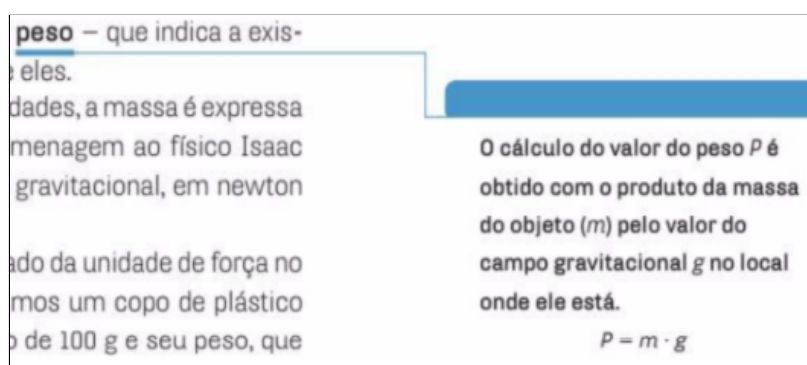


Figura 4 - Inserção do cálculo da força peso (extraído de Livro 2)

É importante salientar, em corroboração com Lozada et al. (2006), que 87,5% dos exercícios propostos não se utilizavam de algoritmos ou Modelagem Matemática na sua resolução, o que nos permite inferir sobre a utilização de um viés afastado do patamar sociocrítico da MM (BARBOSA, ibidem). O restante das questões tratava, unicamente, de substituição numérica na fórmula da força peso exposta anteriormente.

Considerações Finais

A Física, enquanto Ciência experimental, tem na Matemática seu eixo estruturante (PIETROCOLA, 2002) e, portanto, a utilização de Modelagens Matemáticas é necessária e demanda um cuidado em sua abordagem. Assim, os algoritmos e raciocínio matemático usados em aulas de Física devem primar por sua significância para o aluno, não resumindo-se

a memorização de fórmulas, tampouco substituições numéricas aleatórias.

Dessa forma, o presente trabalho buscou investigar de que forma a Modelagem Matemática é abordada no tratamento do fenômeno da queda livre. Os resultados nos direcionam para a utilização de algoritmos adaptados e inseridos no corpo dos livros didáticos sem discussões mais profundas, buscando um um pretense *conforto matemático* por parte do leitor, incentivando-o a meras substituições de dados em fórmulas adaptadas, não retratando sua origem ou significado para o estudo da Física (LOZADA et al., 2006).

Nessa linha, trazemos aqui a proposta de uma Modelagem Matemática em um viés sociocrítico (BARBOSA, 2001), em que a MM é necessária e fundamental para o ensino da Física, trazendo algoritmos e pensamentos lógico-matemáticos significativos para o processo de ensino-aprendizagem, propiciando ao estudante compreender a real construção da análise dos fenômenos físicos.

Referências

- BARBOSA, Jonei Cerqueira. Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. ANPED, 24., 2001, Caxambu. **Anais da ANPED** Rio Janeiro: ANPED, 2001.
- BASSANEZI, R. C. **Ensino Aprendizagem com Modelagem Matemática: uma nova estratégia**. São Paulo. Contexto. 2002.
- BATISTA, Michel; FUSINATO, Polonia. A utilização da modelagem matemática como encaminhamento metodológico no ensino de física. **ReEnCiMa**, v. 6, n. 2, p. 86-96, 2015.
- CALADO, Jorge. **Haja Luz: uma história da química através de tudo**. Lisboa: ISST. 2011.
- FLICK, Uwe. Desenho da pesquisa qualitativa. In: **Desenho da pesquisa qualitativa**. 2009. p. 164-164.
- FORJAN, Matej; SLIŠKO, Josip. Simplifications in high school physics in thermodynamics, electricity and waves. **Latin-American Journal of Physics Education**, n. 2, 2014.
- FREITAS, Savana; NETO, Agostinho Serrano. Análise dos conteúdos de física nos livros didáticos de ciências do nono ano do ensino fundamental aprovados pelo pnld 2017. **Revista Contexto & Educação**, v. 34, n. 107, p. 174-188, 2019.
- JACINTO, Daniela. Especialistas questionam o uso de apostilas. **Cruzeiro do Sul**. 2018.
- LOZADA, C. O.; ARAÚJO, M. S. T.; MORRONE, W.; AMARAL, L. H.; A Modelagem Matemática Aplicada ao Ensino de Física no Ensino Médio. **Revista LOGOS**, n. 14, 2006.
- LUDKE, Menga; ANDRÉ, Marli EDA. Pesquisa em educação: abordagens qualitativas. **Em Aberto**, v. 5, n. 31, 2011.
- NUNES, Ricardo, QUEIRÓS, Wellington. Visões deformadas sobre a natureza da ciência no conteúdo de relatividade especial em livros didáticos de física. **Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias (REEC)**. 2020.
- PIETROCOLA, Maurício. A Matemática como estruturante do pensamento físico. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física**. v19.n1. 2002.
- SKOVSMOSE, O. Cenários de investigação. **Bolema**. Rio Claro, n. 14, p. 66-91, 2000.
- ROSA, P. R.S. **Instrumentação para o ensino de ciências**. Campo Grande, MS: Ed. UFMS.

2010.

SCHIVANI, Milton; SOUZA, Gustavo Fontoura de; LIRA, Natália. Programa Nacional do Livro Didático de Física. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 42, 2020.

WOLFF, J. F. S.; SERRANO, A.; O significado da modelagem utilizada no ensino de física conforme lido a partir de referenciais da educação matemática. **VIII ENPEC**. 2011.