

 10.46943/VII.CONAPESC.2022.01.032

## EXPERIMENTO DO PÊNDULO SIMPLES: METODOLOGIA DE ENSINO APLICADA NO ENSINO REMOTO

### SHARON DANTAS DA CUNHA

Professor Doutor, Universidade Federal Rural do Semi-Árido - UFERSA. sharondantas@ufersa.edu.br;

### KYTÉRIA SABINA LOPES DE FIGUEREDO

Professora Doutora, Universidade Federal Rural do Semi-Árido - UFERSA; kyteria.figueredo@ufersa.edu.br;

### RESUMO

As atividades experimentais são essenciais no processo de ensino e aprendizagem pois propiciam aos estudantes o desenvolvimento das habilidades: formulação e verificação de hipóteses, compreensão, simplificação e modelagem de problemas, bem como elaboração de resultados por meio de conceitos científicos. A pandemia do COVID-19 modificou a forma de ensinar nas instituições, de tal modo que as aulas experimentais tiveram que se adequar ao ensino remoto, surgindo um novo desafio para o professor, como ensinar disciplinas de caráter experimental? Este trabalho descreve a realização de uma atividade experimental que consistiu na análise do Pêndulo Simples. A elaboração e execução foram realizadas em quatro etapas: na primeira etapa foi gravado vídeos do sistema em movimento com auxílio de um celular variando os parâmetros relevantes para a análise, na segunda, foi apresentado no encontro síncrono, a teoria necessária para o entendimento do experimento e as ferramentas necessárias para o entendimento do sistema, na terceira etapa, os vídeos foram compartilhados e os alunos obtiveram os valores do período de oscilação do sistema que foram inseridos em um planilha compartilhada, e na quarta etapa, a confecção de um relatório com a teoria e a análise dos dados obtidos. Os resultados da aprendizagem e participação dos alunos foram considerados satisfatórios. Assim, a experimentação remota pode ser utilizada como ferramenta no processo

de construção do conhecimento, pois possibilita o acesso a experimentos reais utilizando recursos tecnológicos, contribuindo de forma atrativa para a formação do aluno, além de motivar e despertar o interesse por novos experimentos.

**Palavras-chave:** Ensino remoto, Ensino de Física, Tracker.

## INTRODUÇÃO

No processo de ensino e aprendizagem, as atividades experimentais são essenciais na formação dos estudantes, pois além dos conceitos científicos, estas atividades desenvolvem várias habilidades como: formular e verificar hipóteses, compreender, simplificar e modelar problemas, bem como elaborar de resultados (TAKAHASHI; CARDOSO, 2011). Desta forma, os experimentos têm uma função muito importante: interligar a teoria com o mundo real.

Na física, as atividades experimentais são divididas em duas categorias: experimentos demonstrativos, e experimentos quantitativos. Nos experimentos demonstrativos, a abordagem é mais qualitativa, por exemplo, demonstração de um fenômeno ou situação específica, e nos quantitativos, a abordagem está na verificação matemática de alguma lei através de análise de dados coletados (ARAÚJO; ABIB, 2003).

No primeiro final do trimestre de 2020, o mundo entrou em isolamento social devido a pandemia do Covid 19, e o ensino remoto passou a ser adotado nas instituições de ensino. Neste contexto, surgiu uma problemática: “Como lecionar as disciplinas de caráter experimentais no ensino remoto?” Uma alternativa é o uso de Tecnologias da informação (TI), onde existem inúmeros benefícios na área de ensino de ciências, em especial na física (MONTEIRO, 2016). Numa sociedade onde a tecnologia está cada vez mais presente, as TI estão incorporadas ao cotidiano das pessoas, porém muitos professores sentem dificuldades em integrá-las como instrumento mediador no processo teórico-prático.

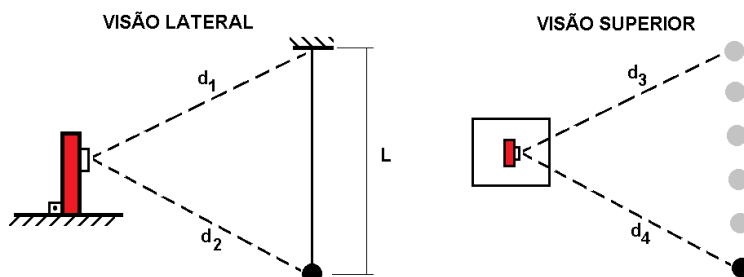
A experimentação remota proposta neste trabalho foi a análise do experimento do pêndulo simples onde os dados foram obtidos através da técnica do vídeo análise. A experimentação foi executada em três semestres no ensino remoto, e planejada para ser executada em quatro etapas: na primeira etapa aconteceu a gravação dos vídeos do sistema em movimento com o auxílio de um celular em diferentes configurações, na segunda, foi o momento do encontro síncrono, na terceira etapa, os alunos faziam o download dos vídeos, e após a análise digitavam os valores do período de oscilação numa planilha compartilhada, e na quarta etapa, os alunos confeccionavam um relatório. As etapas da experimentação serão detalhadas na próxima seção. Na seção seguinte será apresentado as análises e discussões que podem ser feitas com os dados obtidos, e na última seção, as considerações finais.

## MATERIAIS E MÉTODOS

Este trabalho descreve as etapas da realização do experimento do Pêndulo Simples proposta no período de ensino remoto na disciplina de Laboratório de Ondas e Termodinâmica nos anos de 2021 e 2022. Essa disciplina é ofertada para os semestres iniciais dos cursos de engenharia da Universidade Federal Rural do Semi-Árido, no campus Pau dos Ferros.

Na primeira etapa da experimentação foi gravado os vídeos com o auxílio de um celular no laboratório da instituição, e para isso é necessário que o celular forme um ângulo de  $90^\circ$  com uma superfície fixa e plana. Além disso, as distâncias especificadas na figura 1 em cada visão devem ter os tamanhos aproximados ( $d_1 \approx d_2$  na visão lateral,  $d_3 \approx d_4$  na visão superior) garantindo que o plano de movimento do sistema e o celular sejam aproximadamente paralelos. O esquema da figura 1 mostra as visões lateral e superior do sistema, e a disposição do celular, representado pela cor vermelha. As bolas cinzas representam posições que a massa do pêndulo pode ocupar.

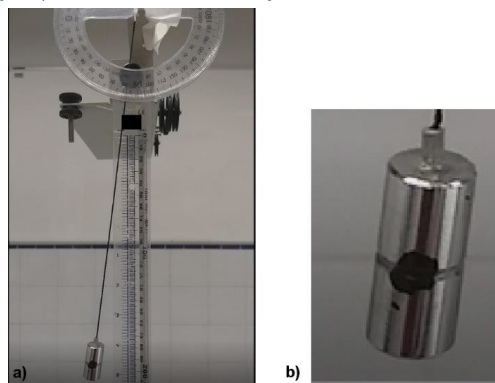
**Figura 1:** Visões lateral e superior do posicionamento do celular para a gravação de vídeos com o Tracker.



**Fonte:** Autor, 2022.

Os vídeos foram gravados na vertical, e a importância destas distâncias serem próximas em cada visão da figura 01, é para não gerar diferença de escala no vídeo quando for feita a aquisição de dados com o Tracker (BROWN; CHRISTIAN; HANSON), um software livre cujo acesso pode ser feito com o computador ou pela web. Ao gravar o vídeo, para evitar que o arquivo não fique muito grande, recomenda-se que o espaço do vídeo seja ocupado pelo movimento do sistema do ponto fixo até o movimento da massa, como pode ser visto na figura 2 a), e fazer uma marcação no centro de massa da massa do pêndulo, como pode ser visto na figura 2 b), para facilitar a aquisição de dados.

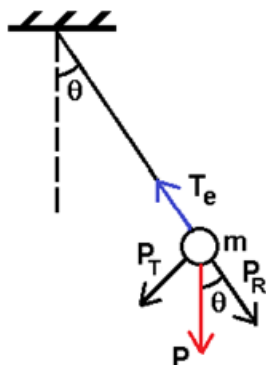
**Figura 2:** a) Detalhe da gravação do vídeo, e b) ampliação da massa com uma marcação para facilitar a obtenção dos dados com o Tracker.



**Fonte:** Autor, 2022.

A segunda etapa da experimentação foi a realização do encontro no síncrono, onde foi explicado o modelo teórico do experimento, a obtenção do período de oscilação através do Tracker, e as análises que poderiam ser feitas com dados obtidos. Descrevendo o sistema analisado, o Pêndulo Simples é um modelo composto de um corpo suspenso (massa pontual) através de um fio de massa desprezível e comprimento  $L$ . É um sistema que conserva sua energia, e a força restauradora está associada à força da gravidade. A figura 3 mostra as forças para a análise do sistema, onde a seta azul corresponde a direção da força de tensão ( $T$ ), a vermelha, a força peso ( $P$ ), e as pretas, as componentes e são as componentes tangenciais e radiais, respectivamente, da força peso.

**Figura 3:** Ilustração de um Pêndulo Simples, e as forças de tensão (cor azul), peso (cor vermelha), e as componente do peso (cor preta).



**Fonte:** Autor, 2022.

Na análise do Pêndulo Simples geralmente se escolhe o ângulo zero ( $\theta=0^\circ$ ) para a posição de equilíbrio (linha tracejada da figura 2). A componente tangencial,  $P_\tau = mg\sin\theta$ , é responsável pelo torque restaurador do pêndulo. Devido a presença da função seno na componente tangencial, a equação diferencial que descreve o movimento desse sistema é não linear. Para o caso de pequenos oscilações, ou seja, o movimento é descrito por pequenos ângulos, é utilizado a aproximação  $\sin\theta \approx \theta$ , e a equação diferencial se torna linear como pode ser visto na equação 01 (HALLIDAY; RESNIK; WALKER, 2016).

$$\ddot{\theta} + \frac{g}{L}\theta = 0 \quad (01)$$

A solução da equação (01) é a mesma do sistema massa mola em 1-D, e é dada pela equação (02):

$$\theta(t) = \theta_m \cos(\omega_n t + \phi) \quad (02)$$

A frequência angular  $\omega_n$  se relaciona com o período  $T$  de oscilação do sistema como  $\omega_n = \frac{2\pi}{T}$ , logo o período  $T$  é fornecida pela equação (03):

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \quad (03)$$

O comportamento das forças na direção radial é um ponto de muita dúvida entre os alunos pensam pois pensam que o módulo da tensão  $T_e$  é sempre igual a componente  $P_r$ , o que não ocorre devido a presença da aceleração centrípeta, que é função do ângulo  $\theta$ . O valor de  $T_e$  é máximo quando  $\theta = 0^\circ$ , e mínimo quando  $\theta = \theta_{max}$ .

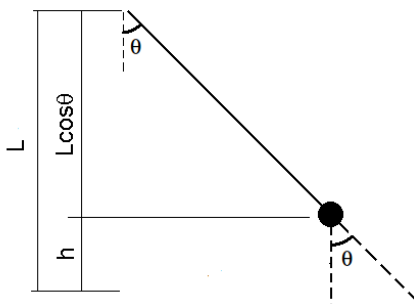
Para complementar a análise do sistema foi abordado a energia mecânica do sistema, soma da energia cinética e potencial gravitacional. A energia cinética angular  $K$  de uma massa pontual é dada pela equação (04), e substituindo o valor da velocidade angular, que é a derivada da equação (02), obtém-se a equação 04:

$$K = \frac{1}{2}I\dot{\theta}^2 = \frac{1}{2}mL^2\dot{\theta}^2 = \frac{1}{2}mL^2\omega_n^2\theta_m^2\sin^2(\omega_n t + \phi) \quad (04)$$

A energia potencial gravitacional,  $U_{pg}$ , da massa  $m$  a uma altura  $h$  é dado por  $U = mgh$ . A energia potencial nula é quando  $h = 0$  e  $\theta = 0$  rad, e máxima

quando  $\theta = \theta_{\max}$ . A figura 3 auxilia na obtenção de  $h(t)$ , e conseqüentemente a função da energia potencial gravitacional, equação 05.

**Figura 3:** Figura auxiliar para obtenção de altura  $h$ .



**Fonte:** Autor, 2022.

$$U_{pg} = mgh = mgL(1 - \cos\theta(t)) \quad (05)$$

Usando a aproximação para pequenos ângulos na função cosseno,  $\cos(\theta) = 1 - \frac{\theta^2}{2}$ , na equação 05, e depois substituindo a solução da equação diferencial, equação 02, obtém-se a equação 06.

$$U_{pg} = mgL \left( 1 - \left( 1 - \frac{\theta^2}{2} \right) \right) = \frac{mgL\theta^2}{2} = \frac{mgL\theta_m^2 \cos^2(\omega_n t + \phi)}{2} \quad (06)$$

Somando as equações 05 e 06, e usando a relação trigonométrica,  $\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$ , comprova-se que a energia mecânica se conserva, ou seja, é um valor constante como pode ser visto na equação 07.

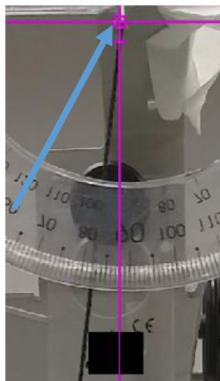
$$K + U_{pg} = \frac{mgL\theta_m^2}{2} \quad (07)$$

Após a apresentação da teoria envolvida no sistema, foi feita a análise de um dos vídeos disponibilizados para apresentar a técnica do vídeo análise, e a obtenção do período médio e erro padrão de oscilação do sistema através do Tracker, ou através de planilhas eletrônicas. Após o encontro síncrono, a gravação ficou disponível para eventuais dúvidas. Os próximos parágrafos serão descritos as etapas para a obtenção do período com o Tracker.

A análise se inicia importando o vídeo, usando o menu do Tracker: ARQUIVO→IMPORTAR→VÍDEO. Depois do vídeo ser carregado no ambiente na área de trabalho é necessário definir o eixo cartesiano através do atalho nas

barras de acesso rápido: “Mostrar ou ocultar eixos coordenados”. A origem do eixo deve ser na extremidade do fio, como indicado pela seta da figura 4.

**Figura 4:** Detalhe da origem do eixo cartesiano, onde a seta indica a origem do eixo.



**Fonte:** Autor, 2022.

Uma observação é que na importação do vídeo o software deixou o sistema rotacionado em 90°. Assim, para melhor compreensão a figura 4 foi rotacionado para a visualização das figuras serem iguais ao vídeo.

Uma etapa relevante ao fazer qualquer análise com o Tracker é a calibração, onde utilizando uma medida conhecida, o sistema passar a fornecer as medidas de comprimento com os valores corretos. Para fazer a calibração do sistema, use o menu: TRAJETÓRIAS→ NOVO→ FERRAMENTAS DE CALIBRAÇÃO→ BASTÃO DE MEDIÇÃO. Ao definir a origem e o fim, digita-se o tamanho e sua respectiva unidade, como pode ser visto na figura 5.

**Figura 5:** Detalhe do bastão de medição, calibrado com a medida conhecida, uma régua milimetrada.



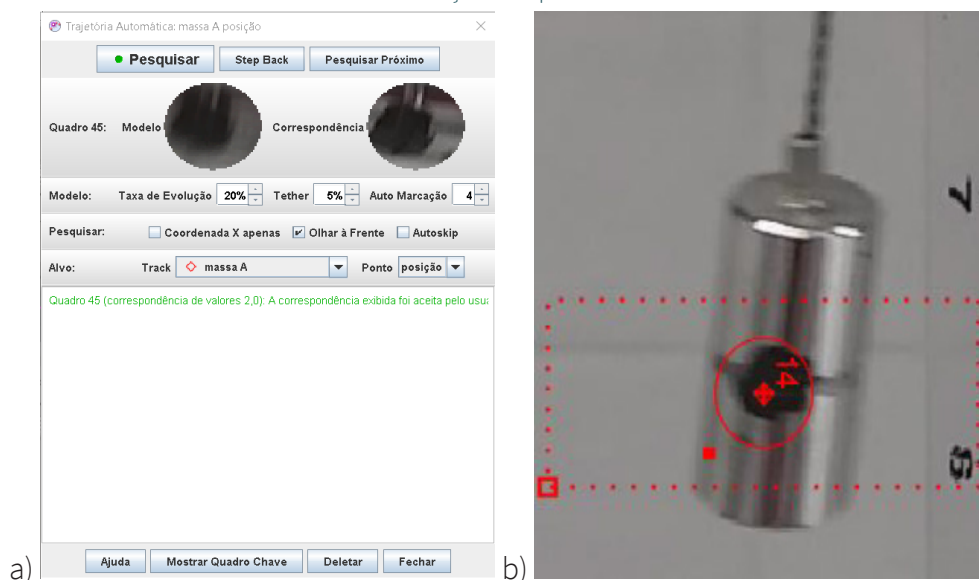
**Fonte:** Autor, 2022.

Para o sistema analisado a etapa de calibração é opcional, pois ao disponibilizar o vídeo o professor já informava o comprimento do fio, e a variável recomendada para a análise do sistema é o ângulo formando com o eixo vertical.



O passo seguinte é criar a trajetória da massa do pêndulo Simples, com a criação do ponto de massa, através do menu: TRAJETÓRIAS→ NOVO→PONTO DE MASSA. Ao criar um ponto de massa, o usuário pode fazer a marcação dos pontos de maneira manual ou automática. Para isso clique em massa, escolha TRAJETÓRIA AUTOMÁTICA, para abrir uma janela equivalente a figura 6 a). O ponto escolhido para fazer a trajetória foi o ponto preto marcado no cilindro, como apresentado na figura 2 b). Pressione as teclas SHIFT+CONTROL e clique em cima do ponto preto. Na janela TRAJETÓRIA AUTOMÁTICA aparece o modelo, que pode ser ampliado para uma melhor aquisição de dados, como apresentado na figura 6 b).

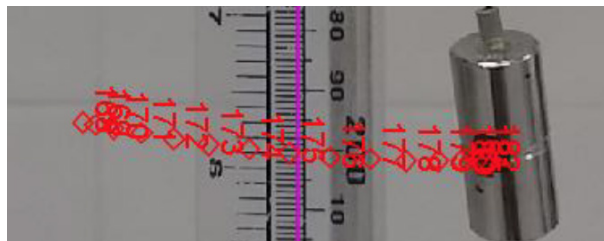
**Figura 6:** a) Detalhe da janela “Trajetória Automática”, com o modelo aquisição de dados automática e a correspondência na aquisição de dados, e b) detalhe da marcação dos pontos.



Fonte: Autor, 2022.

Uma observação é que, quanto maior a área do “círculo” vermelho figura 6 b), melhor a aquisição de dados automática, porém necessitará de mais memória do computador. Outra sugestão é aumentar o cilindro tracejado de vermelho de modo a incluir o próximo ponto. Após a definição do modelo, clique em PESQUISAR para começar a aquisição de dados de maneira automática. Dependendo do modelo e da resolução do quadro do vídeo, o Tracker pode pedir confirmação alguns pontos. A figura 7 mostra alguns pontos adquiridos a partir da função “trajetória automática”.

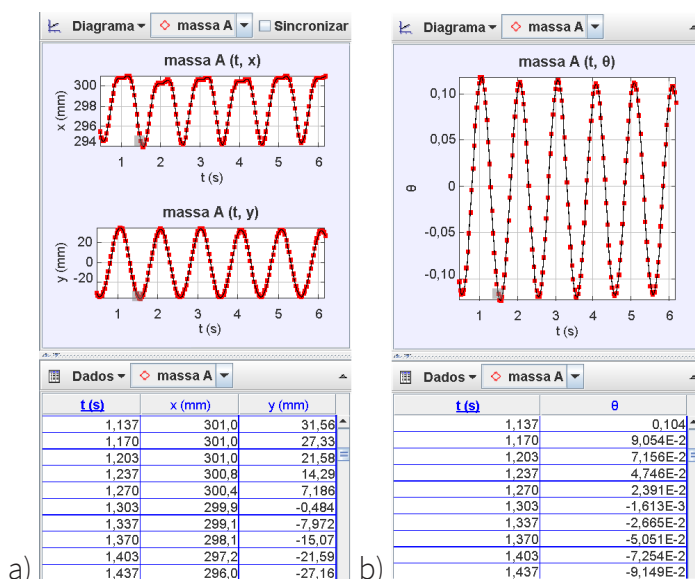
**Figura 7:** Imagem da aquisição dos dados com o Tracker, onde os símbolos em vermelho correspondem aos pontos obtidos.



**Fonte:** Autor, 2022.

Na janela lateral do ambiente do Tracker é possível acompanhar a evolução temporal dos pontos. O padrão do software é apresentar os gráficos das coordenadas  $x$  e  $y$ , e os dados numa tabela, como pode ser visto na figura 8 a). A variável recomendada para a análise do sistema é a angular,  $\theta$ . O ângulo padrão do Tracker é em “graus”, e os termos do parêntese, por exemplo, da equação 02, é em radiano. Por isso, é necessário usar o ângulo em radiano, e a mudança é realizada através do menu: COORDENADAS→UNITS, e em “ANGLE UNITS” selecione “RADIANOS”. Também escolha “um” gráfico em diagrama, e na janela de tabela, escolha somente  $\theta$ . A figura 8 b) mostra as mudanças recomendadas.

**Figura 8:** Imagem da janela lateral do Tracker dos gráficos para diferentes coordenadas. a) Evolução temporal de  $x$  e  $y$ , e dados; b) Evolução temporal de  $\theta$ , e dados.



**Fonte:** Autor, 2022.

A variável mais importante na análise do Pêndulo Simples é o período de oscilação, dada pela equação 03. Existe duas formas de obtê-lo: a primeira através da ferramenta de análise presente no Tracker, e outra, através da análise de dados utilizando planilhas eletrônicas.

No Tracker, após obter a evolução temporal, o período pode ser obtido através da ferramenta de análise disponível na aba: JANELA – FERRAMENTAS DE DADOS. Ao abrir a janela, escolhe-se o tipo de ajuste (FIT) “senoide”, que tem o formato da equação 08:

$$\theta(t) = A \text{sen}(Bt + C) + D \quad (08)$$

onde  $A$ ,  $B$ ,  $C$ , e  $D$  são variáveis obtidas através do ajuste, e se relacionam com as variáveis da equação 02, como:  $A = \theta_m$ ;  $B = \omega_n$ ;  $C = \phi$ .

Espera-se que a variável seja bem pequena quando  $|\theta_{\min}| \approx |\theta_{\max}|$ , ou seja, quando o eixo vertical coincide com a posição de equilíbrio ( $\theta = 0 \text{ rad}$ ). Relacionando  $\omega_n$  com o período  $T$ , e relacionando com  $B$ , obtém-se a equação 09:

$$\bar{T} = \frac{2\pi}{B} \quad (09)$$

Onde  $T$  é o período médio do sistema analisado.

No ajuste são fornecidos os quatro parâmetros, e seus respectivos erros padrões. Para calcular o erro do período,  $\Delta T$ , usa-se a técnica de propagação de erros (TAYLOR, 2012), e utilizando o erro padrão de  $\Delta B$ , obtém-se a equação 10:

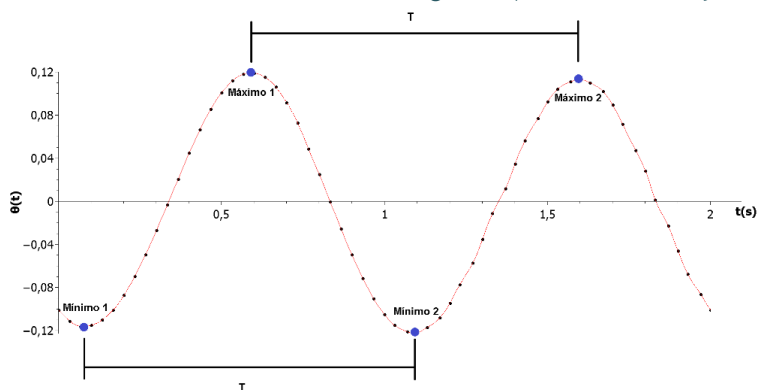
$$\Delta \bar{T} = \frac{2\pi}{B^2} \Delta B \quad (10)$$

A outra forma de obter o período é através de análise de dados da evolução temporal de numa planilha eletrônica. Uma forma de transferir os dados para a planilha eletrônica é copiando os dados no Tracker, e colando na planilha eletrônica, e a outra forma é gerando um arquivo de texto, para depois importar na planilha. Para a primeira forma, é necessário deixar os dados como apresentados na figura 8 b). Para isso clique o direito do mouse, e nas opções que aparecem escolha COPIE OS DADOS SELECIONADOS → DEFINIR DELIMITADOR escolha “espaço” ou “tabulação”. Selecione todos os dados, e copie “como formatado” ou com “precisão total”, e no assistente de importação de texto da planilha, escolha o delimitador escolhido na etapa anterior. Uma outra forma é exportar

os dados para um arquivo, usando o menu ARQUIVO → EXPORTAR → ARQUIVOS DE DADOS, e escolha um dos delimitadores citados anteriormente.

Com a evolução temporal de  $\theta$  na planilha eletrônica, o período  $T$  é obtido medindo o intervalo de tempo entre ângulos máximos consecutivos, ou mínimos consecutivos, como pode ser visto, na figura 09.

**Figura 09:** Evolução temporal da variável  $\theta$ , onde o intervalo de tempo entre os máximos ou mínimos consecutivos é igual ao período de oscilação.



**Fonte:** Autor, 2022.

Entre os mínimo e máximo consecutivos, ou entre os máximo e mínimo consecutivos, se obtém meio período ( $T/2$ ). Ao analisar os dados obtidos, os valores de máximos e mínimos podem não coincidir devido à erros sistemáticos do Tracker, e/ou má localização do eixo cartesiano. Os vídeos disponibilizados possuíam no mínimo cinco ciclos completos, e com isso se obtém uma boa quantidade de dados para se obter o período médio e erro padrão para cada comprimento  $L$  analisado.

A terceira etapa da experimentação foi realizada em dupla. A dupla escolhia três vídeos, onde cada vídeo corresponda a um comprimento  $L$  do pêndulo e massa do cilindro, aço ou alumínio. Após a obtenção do período e do erro padrão, os alunos digitavam os valores na planilha compartilhada, e enviava o arquivo do ambiente Tracker para o professor. Nesse momento, o professor alertava a dupla caso os valores tivessem um desvio muito grande em relação ao esperado, que é um valor bem próximo ao teórico fornecido pela equação 03. Caso a dupla não encontrasse o erro, ela enviava o projeto Tracker e as planilhas utilizadas para o professor fazer a análise, e assim comentar com a turma os erros que aconteceram.

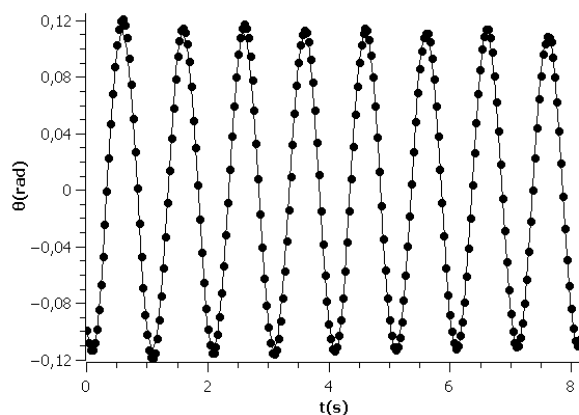
A última etapa da experimentação foi a confecção de um relatório contendo: introdução, revisão teórica, metodologia, resultados e discussão, e conclusão. Algumas análises e gráficos que eram esperados para a atividade foram sugeridas pelo professor no encontro síncrono. Algumas análises, como regressão linear e linearização de gráficos, já tinham sido utilizadas em práticas anteriores, de modo que a obtenção dos dados com o Tracker, e a análise de dados para obtenção do período utilizou em torno de 80% do tempo do encontro síncrono. Além disso, para uma análise mais completa, o professor pediu que a dupla utilizasse parte dos dados de outras duplas que estavam na planilha compartilhada. As análises esperadas para a prática do pêndulo simples com os dados obtidos com o Tracker serão apresentadas na próxima seção.

## RESULTADOS E DISCUSSÃO

Nesta seção será comentada as análises que podem ser feitas a partir da experimentação remota do experimento do Pêndulo Simples. Para isso, será utilizado os dados digitados pelas duplas na planilha compartilhada. O principal resultado quando é feito esse experimento é a obtenção da aceleração da gravidade local através da expressão 03, a partir do período  $T$  de oscilação do Pêndulo Simples e do comprimento fio  $L$ .

Ao fazer a análise do vídeo no Tracker, se obtém a evolução temporal da variável angular  $\theta$ , cuja representação gráfica está apresentada na figura 10 para o comprimento  $L=0,25$  m e  $\theta_{\text{inicial}} \approx 7^\circ$ .

**Figura 10:** Evolução temporal da variável  $\theta$  obtida com o Tracker para um comprimento  $L=0,25$  m e  $\theta_{\text{inicial}} \approx 7^\circ$ .



Fonte: Autor, 2022.

Uma das formas de obter o período é usar um ajuste do senoidal disponível no próprio software, e que foi comentado na seção anterior. Para o gráfico da figura 10, a equação de ajuste forneceu os seguintes valores:

**Tabela 01:** Variáveis obtidas com o ajuste da equação 08 com dados obtidos com o Tracker para  $L=25$  cm e  $\theta_{\text{inicial}} \approx 7^\circ$ .

A	$0,1143 \pm 0,0002$
B	$6,2641 \pm 0,0009$
C	$-5,055 \pm 0,005$
D	$-0,0006 \pm 0,0002$

**Fonte:** Autor, 2022.

A variável corresponde à  $\theta_m$  da equação 02, e transformando o valor obtido para graus, obtém-se  $\approx 6,55^\circ$ , um valor bem próximo ao ângulo de  $7^\circ$  medido com o transferidor. A variável  $B$  se relaciona com o período através da equação 09. Substituindo o valor obtido no ajuste, obtém-se o período,  $T = 1,0030$  s, e usando a equação 10, obtém-se o erro padrão,  $\Delta T = 0,0001$ . Para obter a aceleração da gravidade com isola-se “g” na equação 03, para obter a equação 11:

$$g = \frac{4\pi^2 L}{T^2} \quad (11)$$

Considerando que somente o período tem incerteza (erro padrão), o erro padrão da aceleração da gravidade é obtida através da técnica da propagação de erros (TAYLOR, 2012), como pode ser vista na equação 12.

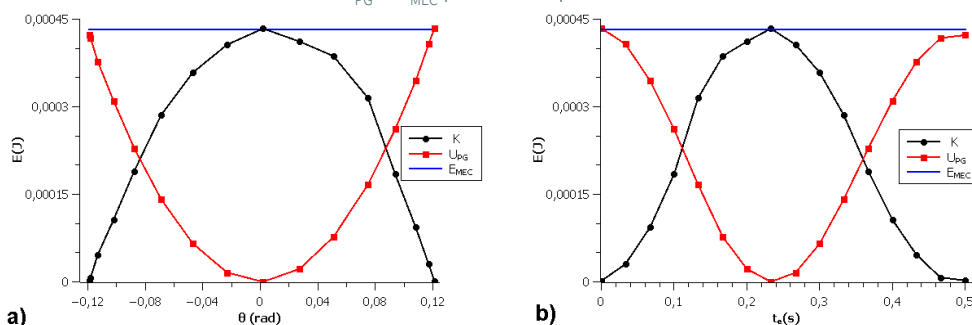
$$\Delta \bar{g} = \frac{4\pi^2 L 2\Delta \bar{T}}{\bar{T}^3} \quad (12)$$

Usando o valor do período e seu erro padrão nas equações 11 e 12, obtém-se  $g = (9,811 \pm 0,002)$  m/s<sup>2</sup>. O experimento foi realizado, Pau dos Ferros - RN, usando sua altitude e sua localização geográfica, a aceleração da gravidade com o mesmo número de casas decimais da aceleração obtida é aproximadamente  $g_{\text{PDF}} = 9,780$  m/s<sup>2</sup> (LOPES, 2008). O erro relativo percentual considerando o valor de referência  $g_{\text{PDF}}$  é de 0,32%.

Utilizando os dados da evolução temporal  $\theta$ , e incluindo a velocidade angular  $\omega = \dot{\theta}$  quando for importar/copiar os dados do Tracker, é possível mostrar o comportamento das energias cinética e potencial gravitacional com  $\theta$ , figura 11

a), e com o tempo, figura 11 b), e comparar com o valor teórico da energia mecânica do sistema.

**Figura 11:** a) Comportamento de  $K$ ,  $U_{PG}$  e  $E_{MEC}$  versus  $\theta$ ; b) Evolução temporal de  $K$ ,  $U_{PG}$  e  $E_{MEC}$  para meio período.



Fonte: Autor, 2022.

Ao analisar a evolução temporal de  $\theta$  se observa que os valores máximos e mínimo entre ciclos consecutivos pode não coincidir devido: ao sistema não ser conservativo, apesar da perda de energia ser bem pequena em cada ciclo, erros sistemáticos do Tracker, e/ou quando o eixo não está bem localizado. Uma opção é centralizar os dados ( $\theta_n = \theta + (\theta_{min} + \theta_{max})/2$ ). Para os gráficos da figura 11 foram utilizando os valores da massa do cilindro de alumínio,  $m=24,369 \times 10^{-3}$  kg, o comprimento do fio  $L=0,25$  m, a aceleração da gravidade  $g=9,78$  m/s<sup>2</sup>, e os dados de  $\theta$  e  $\omega = \dot{\theta}$ , nas equações 04, 06 e 07, para meio período (entre um mínimo e um máximo).

Outra forma de obter o período é através da análise de dados da evolução temporal de  $\theta$ , onde o período é obtido através da medida do intervalo de tempo entre máximo ou mínimos consecutivos e os vídeos possuíam no mínimo cinco ciclos. Além disso, no encontro síncrono foi apresentado o critério de Chauvenet (TAYLOR, 2012) para que o grupo pudesse excluir algum dado que ficasse muito distante da média, e assim melhorar a estimativa do período. Os vídeos foram disponibilizados em 6 grupos, com comprimentos variando de 25 cm a 50 cm, e todos com dois vídeos. No primeiro grupo, os dois vídeos tinham condições iniciais distintas ( $\theta_{inicial}$ ), e o material era o mesmo, alumínio. Nos demais grupos, os materiais eram distintos, Aço ou Alumínio, e as condições iniciais eram as mesmas. A tabela 02 apresenta os valores médios de T e seu respectivo erro, onde N é quantidade de duplas,  $\theta_{inicial}$  é o ângulo inicial, o tipo de material dos cilindros, aço ou alumínio, utilizado nos demais grupo.

**Tabela 02:** Valores médios do período e erro padrão dos valores digitados pelas duplas para cada grupo L de vídeos disponibilizados.

$\theta_{\text{inicial}}$	N	$\theta_{\text{inicial}}$ /material	$\bar{T} \pm \Delta \bar{T}$
25 cm	7	$\theta_{\text{inicial}} = 0,06 \text{ rad/Alumínio T}$	1,003±0,001
	3	$\theta_{\text{inicial}} = 0,12 \text{ rad/ Alumínio}$	1,003±0,003
30 cm	7	$\theta_{\text{inicial}} = 0,12 \text{ rad/Alumínio}$	1,098±0,001
	5	$\theta_{\text{inicial}} = 0,12 \text{ rad/ Aço}$	1,105±0,007
35 cm	7	$\theta_{\text{inicial}} = 0,12 \text{ rad/Alumínio}$	1,185±0,002
	5	$\theta_{\text{inicial}} = 0,12 \text{ rad/ Aço}$	1,189±0,005
40 cm	6	$\theta_{\text{inicial}} = 0,12 \text{ rad/Alumínio}$	1,27±0,005
	6	$\theta_{\text{inicial}} = 0,12 \text{ rad/ Aço}$	1,271±0,005
45 cm	6	$\theta_{\text{inicial}} = 0,12 \text{ rad/Alumínio}$	1,349±0,002
	4	$\theta_{\text{inicial}} = 0,12 \text{ rad/ Aço}$	1,338±0,003
50 cm	5	$\theta_{\text{inicial}} = 0,12 \text{ rad/Alumínio}$	1,417±0,002
	5	$\theta_{\text{inicial}} = 0,12 \text{ rad/ Aço}$	1,421±0,004

**Fonte:** Autor, 2022.

Através dos dados da tabela 02, observa-se que no primeiro grupo, L=25 cm, os valores do período são bem próximos, mostrando que não depende da condição inicial. A única restrição que existe ao ângulo inicial é cumprir o requisito de pequenas oscilações,  $\text{sen}\theta \approx \theta$ . Outra observação nos demais grupos é que os períodos médios não dependem da massa do sistema, representados pelos cilindros de aço e alumínio. Esse comportamento já era esperado pois na equação 03 não existe dependência da condição inicial e da massa do sistema.

Ao final da terceira etapa foram obtidos 78 dados, onde 15% dos dados foram descartados por terem um desvio muito grande ( $8\sigma$ ) em relação ao esperado, que é o valor teórico, e pelo critério de Chauvenet. A tabela 03 mostra os valores médios do período e seus respectivos erros padrão para cada grupo de comprimento de fio, e o valor da aceleração da gravidade obtida através da equação 11, e para o cálculo do erro padrão foi utilizado a equação 12. Na última linha da tabela é apresentado a média dos seis valores para os diferentes comprimentos, e o erro padrão levando em conta os erros padrões dos valores individuais.



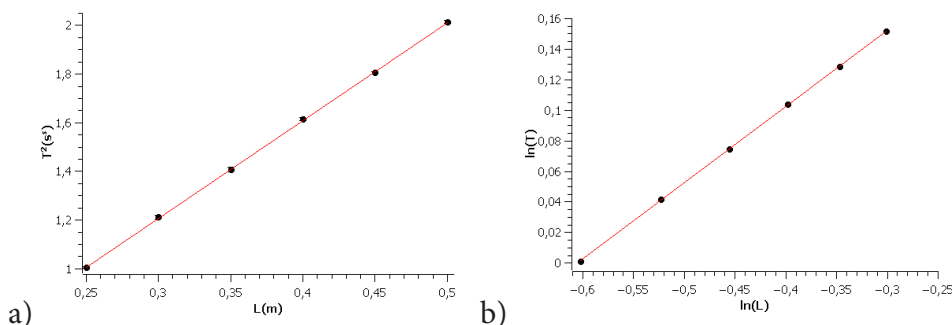
**Tabela 03:** Valores médios do período e erro padrão dos valores digitados para grupo de comprimento do fio.

L(m)	$\bar{T}$	$\Delta\bar{T}$	$\bar{g}$ (m/s <sup>2</sup> )	$\Delta\bar{g}$ (m/s <sup>2</sup> )
<b>0,25</b>	1,003	0,001	9,81	0,02
<b>0,30</b>	1,101	0,003	9,77	0,05
<b>0,35</b>	1,187	0,005	9,81	0,08
<b>0,40</b>	1,271	0,003	9,78	0,05
<b>0,45</b>	1,344	0,002	9,83	0,03
<b>0,50</b>	1,419	0,002	9,8	0,03
			9,80±0,02	

Fonte: Autor, 2022.

Uma outra forma de se obter a aceleração da gravidade é através da regressão linear, utilizando os seis valores do período. Para usar a regressão linear é necessário linearizar os dados, pois o período é proporcional a raiz de L ( $T \propto \sqrt{L}$ ). A linearização pode ser de duas formas: a primeira substituindo  $\sqrt{L}$  por uma variável  $X = \sqrt{L}$ , onde a expressão do período é  $T = \left(\frac{2\pi}{\sqrt{g}}\right)X$ . A segunda forma é elevando ao quadrado a equação 03, de modo que  $T^2 = \left(\frac{4\pi^2}{g}\right)L$ . A figura 12 a) mostra o gráfico  $T^2$  versus L, onde a linha vermelha é a regressão linear ( $T^2 = aL + b$ ). Além disso, com os dados obtidos é possível confirmar o grau da equação do período através do gráfico  $\ln(T)$  versus  $\ln(L)$ . Aplicando logaritmo em ambos os lados da equação 03, obtém-se  $\ln(T) = 0,5 \ln(L) + \ln\left(\frac{2\pi}{\sqrt{g}}\right)$ . A figura 12 b) mostra o gráfico  $\ln(T)$  versus  $\ln(L)$ , onde a linha vermelha é a regressão linear dos dados ( $\ln(T) = a \ln(L) + b$ ).

**Figura 12:** a) Gráfico de  $T^2$  versus L, onde os símbolos são os dados experimentais, e a curva vermelha, a regressão linear dos dados. Neste gráfico, a barra de erro é menor que o símbolo. b) Gráfico  $\ln(T)$  versus  $\ln(L)$  utilizado para confirmar a relação  $T \propto \sqrt{L}$ , onde a linha vermelha é a regressão linear.



Fonte: Autor, 2022.

Na regressão linear do gráfico da figura 12 a) foi considerada a incerteza de  $T^2$ , e o coeficiente angular se relaciona com a teoria como:  $a = \left(\frac{4\pi^2}{g}\right)$ . O valor do coeficiente angular obtido foi  $a = 4,02 \pm 0,02$ , que fornece um valor de  $g = (9,82 \pm 0,05) \text{m/s}^2$ . Fazendo o teste de Hipótese de T de Student para uma média conhecida,  $9,780 \text{m/s}^2$ , a hipótese nula é satisfeita. A outra variável do ajuste foi  $b = 0,001 \pm 0,003$ , e é esperado que este valor seja nulo. Fazendo o teste de hipótese de T de Student com um nível de confiança de 95%, conclui-se que variável é nula estatisticamente, e na regressão linear foi diferente de zero devido a erros sistemáticos ou aleatórios na obtenção do período. A diferença dos valores obtidos pela média dos valores individuais, tabela 03, e pela regressão é devido ao fato da constante b da regressão não exatamente “zero”, e no cálculo da tabela 03 foi utilizado expressão 03. Nesta situação, apesar dos valores serem bem próximos, o valor mais recomendado para a aceleração da gravidade é a obtida através do coeficiente angular da regressão linear, pois a regressão utiliza o método dos mínimos quadrados para obter a reta que minimiza os erros com os dados experimentais.

Na regressão linear do gráfico da figura 12 b), o coeficiente angular obtido foi  $0,499 \pm 0,002$ . Para a relação teórica ser confirmada, espera-se que o coeficiente angular seja 0,5. Novamente usando o teste de Hipótese de T de Student para uma média conhecida com um nível de confiança de 95%, conclui-se estatisticamente que os dados se relacionam como  $T \propto \sqrt{L}$ , confirmando a relação teórica prevista na equação 03.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com a pandemia do Covid 19 existiu a necessidade do isolamento social para conter o avanço da doença. Com o prolongamento do isolamento, as instituições de ensino presencial adotaram o ensino remoto, que utilizava características do ensino presencial utilizando meios virtuais. As disciplinas teóricas se adaptaram com mais facilidade a esta modalidade, pois a tela do computador/celular se transformou no “quadro branco”. Entretanto, nas disciplinas experimentais foi necessário um bom planejamento para minimizar as perdas.

Este trabalho apresentou a experimentação remota do experimento do Pêndulo Simples, cujo planejamento do experimento começou com a escolha da técnica empregada na aquisição de dados, vídeo análise. A vantagem de usar essa técnica é aproximar o aluno do através do vídeo do experimento, cuja gravação foi feita com um celular bem-posicionado para evitar erros de escala

na aquisição dos dados. No encontro síncrono, que foi gravado e disponibilizado para os alunos, foi abordado a teoria necessária para o entendimento do experimento e analisado um dos vídeos utilizando o Tracker. Através desse software ou de análises da evolução temporal de  $\theta$  em planilhas eletrônicas, foi obtido o período de oscilação do sistema, que no ensino presencial é obtido através de cronômetros. Além disso, com os dados da evolução temporal de  $\theta$  e  $\dot{\theta}$ , puderam ser feitas as análises das energias cinética, potencial gravitacional e mecânica do sistema. A principal crítica das duplas foi a dificuldade em usar o Tracker devido a quantidade de memória utilizada no computador, o que tornava a aquisição de dados bem lenta, principalmente em computadores mais antigos. Os relatórios foram feitos com dados obtidos pela dupla, e com dados de outras duplas disponíveis na planilha. Esse compartilhamento de dados é bem interessante, pois as duplas puderam fazer a análise e discussão com mais dados, e assim obter melhores resultados e conclusões.

Através dos resultados e discussões apresentados nos relatórios entregues pelas duplas, conclui-se que os objetivos da experimentação foram cumpridos. Portanto, a experimentação remota apresentada pode ser utilizada na construção de conhecimento, de forma a atrair, motivar e despertar o interesse científico nos alunos.

## REFERÊNCIAS

ARAÚJO, M. S. T., ABIB, M. L. V. dos S.. Atividades Experimentais no Ensino de Física: Diferentes Enfoques, Diferentes Finalidades. Revista Brasileira de Ensino de Física, v. 25, nº 2, junho 2003, p. 176-195.

BROWN, D.; CHRISTIAN, W.; HANSON, R. Tracker Video analysis and modeling tool. Disponível em: <https://physlets.org/tracker/> Acesso em: 20 de agosto de 2022.

HALLIDAY, D.; RESNIK, W.; WALKER, J. Fundamentos de física, volume 2: Gravitação, Ondas e Termodinâmica. 10. ed. Rio de Janeiro: Grupo GEN, 2016.

LOPES, W. Variação da aceleração da gravidade com a latitude e a altitude. Cad. Bras. Ens. Fís. 25, 561 (2008). Disponível em: <https://doi.org/10.1590/1806-9126-RBEF-2020-0202>

MONTEIRO, M A. A. O uso de tecnologias móveis no ensino de física: uma avaliação de seu impacto sobre a aprendizagem dos alunos. Revista Brasileira de Pesquisa em Educação em Ciências. v. 16, n. 1, 2016.

TAKAHASHI, E. K., E CARDOSO, D. C. Experimentação remota em atividades de ensino formal: um estudo a partir de periódicos. Revista Brasileira de Pesquisa em Educação em Ciências, v. 11, n. 3, p. 185-208, 2011.

TAYLOR, J. R. Introdução à Análise de Erros. Porto Alegre: Bookman, 2012.