Escola em tempos de conexões
Volume 1

10.46943/VII.CONEDU.2021.01.097

AUTOANÁLISE DE ERROS: SUGESTÃO METODOLÓGICA PARA O ENSINO DE CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL

CELSO EDUARDO BRITO
Professor do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Bahia - BA, celsoedu@ifba.edu.br;

LUCAS MARTINS ALMEIDA
Graduando do Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnoloia da Bahia - BA, pracontatoluc@gmail.com.

ISBN 978-65-86901-49-8

10.46943/VII.CONEDU.2021.01.097

RESUMO

No presente texto é colocado em voga uma metodologia alternativa de ensino pautada na confecção de autoanálises de erros por discentes de uma disciplina de Cálculo Diferencial e integral, do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Bahia, especificamente para os conteúdos de técnicas de integração. Nessa proposta o erro é tido como ferramenta auxiliadora do processo de aprendizagem. O nosso intuito na pesquisa foi analisar e constatar a eficácia da nova sugestão metodológica nas instituições de ensino, já que a mesma incentiva a criação de um ambiente investigativo no qual o erro do estudante não é visto como algo negativo que deve ser talhado. Além disso, com o fito de melhor compreender e discorrer acerca dos resultados conquistados, as análises desenvolvidas foram feitas sob a luz de duas teorias em Didática da Matemática: a Teoria Antropológica do Didático e a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, quadros teóricos muito utilizados em variadas pesquisas na área de Educação Matemática. No fim, inferimos que a proposta sugerida nos mostra uma possibilidade alternativa para o âmbito educacional no que tange à aprendizagem, baseados nos resultados obtidos em nossa pesquisa. Outrossim oferece mudanças na relação professor e estudante, haja vista que com as análises essa relação se torna mais estreita, outro ponto importante é que o educador passa a ter mais condições de, com os relatos dos educandos, adaptar suas práticas em prol de um ensino mais efetivo.

Palavras-chave: Autoanálise de Erros, Aprendizagem em Cálculo, Sugestão Metodológica.

10.46943/VII.CONEDU.2021.01.097

INTRODUÇÃO

Dificuldades, entraves e obstáculos que interferem a construção do conhecimento sempre foram intrínsecos à atividade matemática. Frente a isso se torna cada vez mais candente a necessidade de procurar práticas alternativas que venham propiciar experiências inovadoras no contexto escolar.

Na Didática da Matemática a análise de erros diversas vezes é considerada como metodologia de ensino, o que é importante tendo em vista que no âmbito educacional o erro na maioria das vezes é tido como algo a ser evitado terminantemente e quem o comete possui determinada inaptidão. Sendo que, em contraste com esse olhar tradicional do mesmo, o erro é "um conhecimento anterior que, por um tempo, era interessante e conduzia ao sucesso, mas agora se mostra falso, ou simplesmente inadaptável" (BROUSSEAU, 1976, p. 104). Em outras palavras é um conhecimento que o estudante possui que é útil para determinadas situações, todavia não tem a mesma eficácia para outras.

O procedimento metodológico de análises de erros exaltado foi aplicado em algumas turmas de Cálculo Diferencial e Integral que é disciplina obrigatória do curso de Engenharia Civil do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Bahia, Campus Eunápolis. Foi adotado como intuito verificar o quanto essa iniciativa contribuiria para o pleno andamento do processo de ensino e aprendizagem. Dessa forma passaríamos a ter um caminho que, com a exploração adequada, ofereceria condições de superar os entraves e obstáculos que inicialmente eram frequentes na atividade matemática.

Toda a intervenção didática e análise dos resultados logrados foram explicitados detalhadamente na presente pesquisa que foi voltada ao objeto matemático técnicas de integração, conteúdo frequentemente trabalhado no componente curricular Cálculo Diferencial e Integral II.

A fim de auxiliar na análise de todos os materiais coletados e na explicitação dos resultados alcançados foi feito uso de duas teorias da Didática da Matemática, a Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS) desenvolvida por Raymond Duval (1999) e a Teoria Antropológica do Didático (TAD) elaborada pelo francês Yves Chevallard (1992).

ISBN 978-65-86901-49-8

10.46943/VII.CONEDU.2021.01.097

REFERENCIAL TEÓRICO

No campo da Didática da Matemática inúmeras pesquisas vêm sendo realizadas nos últimos tempos com o intuito de melhor entender todas as nuances que permeiam e interferem a aprendizagem de conteúdos matemáticos.

Nessa perspectiva o desenvolvimento de quadros teóricos que venham oferecer a possibilidade de caracterização de saberes matemáticos, processos de ensino e de análises de ferramentas educativas se tornou uma necessidade. Dessa maneira é possível obter notáveis avanços em relação aos resultados que se podem alcançar mediante ações que objetivam agregar alternativas para um melhor andamento do processo de ensino e aprendizagem.

Dentre os modelos teóricos desenvolvidos na Didática da Matemática e que são utilizados na descrição de diversas ações conforme descritas acima destaca-se a Teoria Antropológica do Didático (TAD), desenvolvida pelo francês Yves Chevallard (1992) e a Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS), cujo desenvolvedor é o psicólogo francês Raymond Duval (1999). Essas duas teorias no decorrer de nossa pesquisa foram complementares sendo exploradas de maneira concatenada.

Teoria Antropológica do Didático (TAD)

Abordaremos a partir de agora a Teoria Antropológica do Didático (TAD) elaborada pelo francês Yves Chevallard (1992). Tal teoria estuda o homem perante situações matemáticas, inserindo o estudo da matemática no âmbito do conjunto de atividades humanas e de instituições sociais (CHEVALLARD, 1999). Dessa forma a Didática da Matemática se torna um campo da Antropologia (ciência que estuda o homem de forma holística).

Nesse ínterim, destacamos como noções fundamentais da TAD a fim de melhor compreender esse quadro teórico: objeto, relação pessoal, pessoa e instituição. De acordo com Chevallard (2018) objeto é qualquer entidade material (tangível) ou não (intangível), que existe para pelo menos um indivíduo, então uma ideia, um símbolo ou um conceito são exemplos de objetos.

Já relação pessoal é definido pelo autor como: A **Relação pessoal** de um indivíduo **X** com um objeto **O** é o sistema ou o conjunto de todas as interações que **X** pode estabelecer com o objeto **O**, tais como, manipular,

ISBN 978-65-86901-49-8

10.46943/VII.CONEDU.2021.01.097

utilizar, falar sobre ou sonhar com ele, etc. Denotamos este sistema por **R(X, O)** (CHEVALLARD, 2018, p.52).

Desse modo, a partir do momento que um indivíduo está inserido em um conjunto de relações pessoais podemos denotá-lo como pessoa ou sujeito. Por último, a instituição pode ser entendida como um dispositivo social que impõe para os sujeitos determinadas exigências ou contratos didáticos.

Por conseguinte, um certo objeto O só existe quando um sujeito o reconhece como tal e passa a interagir com ele dentro de uma determinada instituição. Em um casa (instituição), por exemplo, o objeto mesa só existe visto que os moradores (sujeitos) o reconhecem e assim o utilizam, ocorrendo a relação pessoal, em refeições, conversas etc. Embora o exemplo citado pareça algo bem óbvio é preciso notar que muitos objetos não existem para certas instituições. Os protozoários, por exemplo, não são conhecidos para a maioria das pessoas, mas para uma turma de biologia ele é reconhecido como objeto.

A Organização Praxeológica

De acordo com a teoria chevallardiana toda ação humana pode ser descrita como uma tarefa. Preparar um arroz, um macarrão instantâneo são exemplos de tarefas. E para cada uma dessa tarefa haverá uma técnica diferente para executá-la, pois a maneira de preparar uma porção de arroz é bastante diferente da forma de preparar a mesma porção de macarrão instantâneo. Sendo que para cada uma dessas técnicas existem as leis físicas que justificam o processo de cozimento. Na TAD essa justificativa da técnica é chamada de tecnologia.

Os exemplos ditos mostram na prática como funciona a organização praxeológica ou apenas praxeologia. Ela é formada por tarefa (T) que pode ser uma atividade matemática ou não; técnica (τ) que será o modo de resolver uma tarefa T dada; tecnologia que como foi explicado é a justificativa que torna a técnica um caminho fidedigno; e teoria (Θ) que é um conjunto de regras sistemáticas que tem como objetivo explicar a tecnologia θ.

Quando a praxeologia é voltada à descrição de atividades matemáticas surge dois conceitos essenciais no estudo da TAD, a saber: objetos ostensivos e objetos não ostensivos. Os ostensivos são de acordo a teoria em didática:

> Todo objeto que, tendo uma natureza sensível e certa materialidade, tem, para o sujeito, uma realidade perceptível.

ISBN 978-65-86901-49-8

10.46943/VII.CONEDU.2021.01.097

> Pode-se dizer, dessa forma, que os ostensivos são os objetos manipuláveis na realização da atividade matemática.
>
> Dessa forma, os objetos não ostensivos são [...] todos os "objetos" que, como as ideias, as instituições ou os conceitos, existem institucionalmente sem que, no entanto, eles sejam vistos, ditos, escutados, percebidos ou mostrados por conta própria. Assim, esses objetos só podem ser evocados [...] pela manipulação adequada de certos objetos ostensivos. (CHEVALLARD, p. 119, 1999)

Quando um docente na instituição do 7º ano, por exemplo, aborda o objeto matemático números inteiros ele faz uso de diversos objetos manipuláveis, tais como: a reta numérica, figuras e desenhos para representar situações do dia a dia que envolvem o conteúdo, esses são os chamados ostensivos. Sendo que nessa explanação que o educador propõe a noção de soma é intrínseca, tal noção é o objeto não ostensivo associado.

Ademais qualquer objeto ostensivo na execução da atividade matemática é necessário ser representado a fim de que os sujeitos presentes consigam mobilizá-lo e realizar ações cognitivas para que o mesmo seja compreendido. Nesse sentido, o pleno entendimento da Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS) torna-se imprescindível na atividade pedagógica.

Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS)

Essa teoria vem ganhando nos últimos anos um grande espaço nas pesquisas em Educação Matemática. A TRRS desenvolvida por Raymond Duval (1999) tem como principal foco estudar os tipos de representações dos objetos e suas manipulações nos diferentes registros semióticos.

Segundo Duval a compreensão de dois termos é essencial no estudo da TRRS e, portanto, na consolidação da aprendizagem, são eles objeto e representação. Segundo o autor (1998, p. 140), "as relações existentes entre os dois termos são as noções centrais para toda a análise do conhecimento". Todo objeto matemático ao ser evocado por um sujeito é necessário que ele faça uso de representações semióticas a fim de que o objeto do saber seja exteriorizado. Nesse sentido Duval (1993, p.38) salienta que é apenas por meio das representações semióticas que uma atividade matemática é possível. Desse modo podemos definir representação semiótica da seguinte forma:

10.46943/VII.CONEDU.2021.01.097

> Representação semiótica é uma representação de uma ideia ou um objeto do saber, construída a partir da mobilização de um sistema de sinais. Sua significação é determinada, de um lado, pela sua forma no sistema semiótica e de outro lado, pela referência do objeto representado. (HENRIQUES; ALMOULOUD, 2016, p. 467).

Ressalta-se que os diferentes objetos de saberes existentes só são representados mediante registros os quais, por sua vez, podem ser entendidos, resumidamente, como sistemas semióticos dotados de signos que permitem identificar uma representação de um objeto de saber. Na atividade matemática, desde a educação básica até o ensino superior, quatro registros de representação são preponderantes, a saber: língua materna, registro algébrico, registro gráfico e registro numérico.

Sendo que signos são sinais mobilizados por alguém através dos quais é possível reconhecer um registro de representação. São exemplos de signos as regras linguísticas e de pontuação na língua materna, as propriedades ou escritas algébricas para o registro algébrico, as figuras geométricas dentro do registro gráfico, os números e as operações aritméticas, para o registro numérico.

Conforme Duval assevera (1999) um sistema semiótico só se torna um registro de representação a partir do momento que lhe são intrínsecas três atividades cognitivas. Henriques e Almouloud (2016) explicitam essas atividades.

> A formação de uma representação semiótica é baseada na aplicação de regras de conformidade e na seleção de certas características do conteúdo envolvido. Por exemplo, a composição de um texto, construir uma figura geométrica, elaborar um esquema, escrever uma fórmula, descrever o domínio de uma função, etc.
>
> O tratamento de uma representação é a transformação desta em outra representação no mesmo registro no qual foi formada. O tratamento é, portanto, uma transformação interna num registro. Por exemplo, o cálculo é uma forma de tratamento próprio das escritas simbólicas (cálculo numérico, cálculo algébrico, cálculo de limite de uma função, cálculo integral de uma função, cálculo proposicional...).
>
> A conversão de uma representação é a transformação desta representação em uma representação de outro registro. Por exemplo, a tradução de um texto em uma ou mais expressões algébricas correspondentes é uma conversão

10.46943/VII.CONEDU.2021.01.097

> da representação destas expressões da língua materna para o registro algébrico. A conversão é, portanto, uma atividade cognitiva diferente e independente do tratamento. (HENRIQUES; ALMOULOUD, 2016, p. 469).

Desse modo, depreende-se que quanto mais dispomos de registros de representação e quanto mais atividades cognitivas como as descritas acima são realizadas melhor é para o andamento do processo de ensino e aprendizagem. Entretanto essa condição não é suficiente, é necessário que os indivíduos consigam reconhecer um mesmo objeto em variados registros, ou seja, tenham a capacidade da coordenação.

A partir do momento que os sujeitos envolvidos no processo de aprendizado (alunos e educadores) conseguem satisfazer as condições citadas, realizando conversões e tratamentos na atividade matemática haverá de fato uma compreensão mais clara dos objetos matemáticos em geral.

METODOLOGIA

A disciplina de Cálculo Diferencial e Integral é componente curricular de diversos cursos de graduação voltados a área de exatas no Brasil, frente a ele inúmeros estudantes têm se deparado com fortes agruras as quais colocam em xeque o processo de aprendizado. Nesse sentido não é raro encontrar turmas de Cálculo Diferencial e Integral que tenham discentes com dificuldades na compreensão dos objetos matemáticos em geral aliadas com um alto índice de reprovação.

Nessa perspectiva a adoção de iniciativas e ações que venham mitigar esse quadro negativo para com a disciplina em estudo é uma atitude mui valorosa. Haja vista que a continuidade de práticas que se baseiam em um ciclo de "repasse e cópia" não é um caminho fidedigno que direciona a um aprendizado efetivo. Por isso a necessidade de encontrar metodologias diferenciadas.

A presente pesquisa se pautou em uma metodologia alternativa de ensino que consistiu na confecção de autoanálises de erros de estudantes do curso de Engenharia Civil do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Bahia (IFBA), Campus Eunápolis. Sendo que o objeto do saber abordado no estudo realizado foi técnicas de integração.

O procedimento metodológico exaltado funciona da seguinte forma: no decorrer do semestre sempre quando uma avaliação era aplicada à turma o docente da disciplina disponibilizava aos educandos o gabarito da prova

ISBN 978-65-86901-49-8

10.46943/VII.CONEDU.2021.01.097

realizada como também as resoluções de todos os discentes, então de posse das tarefas solucionadas os estudantes indicavam todos os seus erros cometidos seguindo uma categorização fornecida previamente pelo professor da disciplina, como é mostrado no **quadro 1**.

Quadro 1 – Categorização dos tipos de erro.

Erros de Conhecimentos Prévios	😐	Erros relacionados a conhecimentos anteriores aos abordados no conteúdo, referentes a conceitos necessários para o desenvolvimento da questão que foram vistos desde a educação básica até o crédito anterior a aplicação dessa atividade.
Erros de Conhecimentos Atuais	☹	Erros relacionados a não apropriação do conteúdo matemático, estudado atualmente, necessário para resolução dos problemas matemáticos da atividade.
Erros de Atenção	✞	Esquecimento de sinais, contas simples, manipulações algébricas erradas por falta de atenção; Erros por manipulações de calculadoras ou outros instrumentos tecnológicos; Erros relacionados a leitura parcial ou equivocada de enunciados de questões; escritas incorretas de simbologia matemática por falta de atenção e não por não conhecimento (nesse último caso se enquadra em conhecimentos prévios).
Outros Erros	💣	Falta de tempo para resolução de questões, gerando respostas parciais ou sem respostas; Erros por dispersões contínuas, geradas pelo psico-cognitivo do indivíduo, entre outros fatores que dispersam (dor de cabeça, diarreia, preocupações externas etc.); Erros por organização da resolução; Erros por esboços gráficos aparentemente corretos, mas faltando dados visuais que o invalidam parcialmente; Erros em grafia ou concordância na escrita das soluções; Outros erros que não se classificam nas categorias acima.

Fonte: Produção dos autores.

Salienta-se que em algumas turmas os educandos, além de indicar o tipo de erro seguindo os símbolos mostrados acima, eles deviam pôr em sua autoanálise o registro de representação semiótica no qual se enquadra o erro. Por último, os estudantes tinham que discorrer em língua materna, em um modelo de análise entregue pelo docente, acerca de seu desempenho em cada tarefa. Outrossim eles ainda acrescentavam outros comentários no que tange à sua evolução de desempenho nas avaliações, se o tempo disponibilizado coincidia com a quantidade de tarefas, se o que foi cobrado estava condizente com o que foi trabalhado em sala de aula, etc.

Todos os discentes realizavam as autoanálises pois elas eram requisito parcial de avaliação do docente da disciplina, porém era facultado a eles o

ISBN 978-65-86901-49-8

10.46943/VII.CONEDU.2021.01.097

uso das produções, pelo professor, em pesquisas futuras. Perante isso, eles assinavam um termo de permissão que concedia tal autorização.

Autoanálises de erros dos Discentes

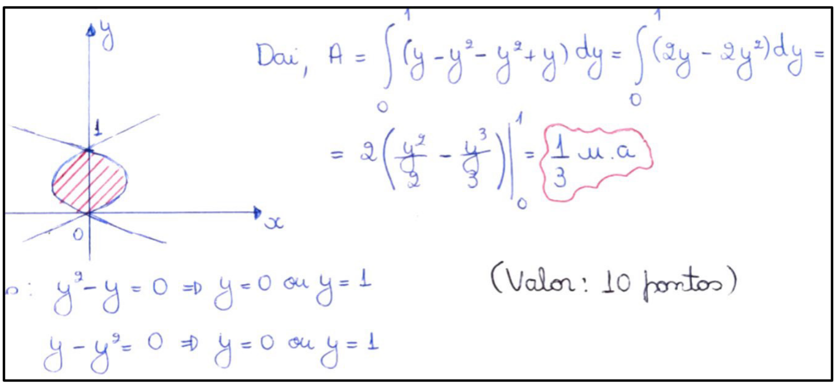
Os instrumentos avaliativos que eram aplicados pelo professor ao longo dos períodos letivos e as análises produzidas foram o foco de nossa pesquisa. Objetivamos observar os erros cometidos pelos educandos voltados ao nosso objeto matemático, técnicas de integração.

As avaliações em geral na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral são frequentemente repletas de tarefas que tratam do objeto do saber analisado. Uma dessas tarefas é destacada a seguir:

> Calcular a área que corresponde a interseção entre as curvas $x = y^2 - y$ e $x = y - y^2$, usando a técnica da integração, além disso esboçar o gráfico dessa interseção.

Dentre as possibilidades de resolução existentes o docente traz no gabarito uma delas, pautada na explanação feita do conteúdo em sala de aula, como é explícita na **Figura 1**.

Figura 1 – Resolução da tarefa realizada pelo professor.



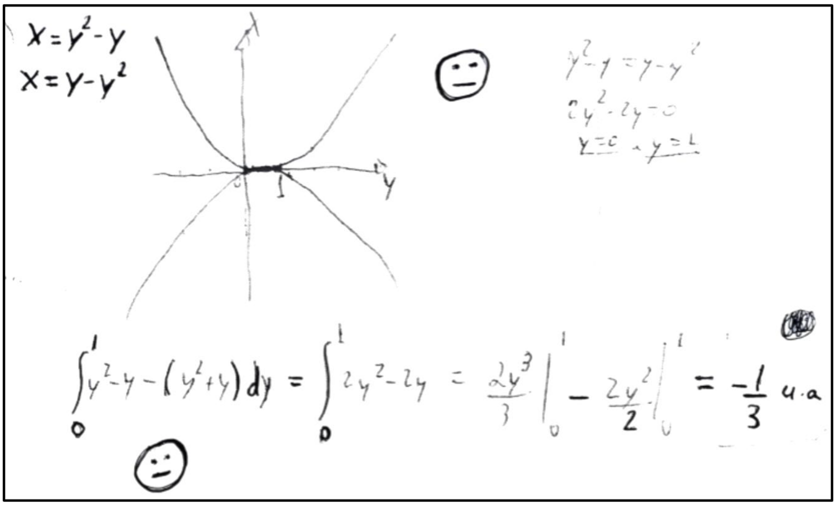
Fonte: Elaborada pelos autores.

Era esperado que os estudantes chegassem à solução correta da tarefa proposta mediante as devidas mobilizações dentro dos diferentes registros de representação semiótica, realizações corretas de tratamentos e conversões em suas resoluções, bem como as manipulações adequadas dos objetos ostensivos (escritos, algébricos e gráficos) e não-ostensivos correlacionados.

10.46943/VII.CONEDU.2021.01.097

Os sujeitos que resolveram a referida tarefa apresentaram dificuldades na mobilização do ostensivo gráfico, pois os mesmos em sua maioria não conseguiram realizar coerentemente a conversão do registro algébrico para o registro gráfico. Afinal a tarefa solicitava o desenho do esboço do gráfico que representava a interseção entre as duas curvas dadas. Isto se torna nítido na resolução do estudante Y (conforme a **Figura 2**), ele não consegue esboçar o gráfico corretamente, além de cometer erros atuais na manipulação do ostensivo algébrico no cálculo da integral que o faz chegar a um resultado negativo.

Figura 2 – Resolução do estudante Y.



Fonte: Gabarito do Discente Y.

O Discente Z, por sua vez, consegue fazer bem o manuseio do ostensivo algébrico e dessa maneira calcular corretamente a área da interseção entre as curvas por meio da tecnologia da integral definida. No entanto, assim como o educando Y ele teve entraves no manejo do ostensivo gráfico, inclusive ele deixa isso claro em sua autoanálise escrita, como é mostrado nas **Figuras 3 e 4**.

10.46943/VII.CONEDU.2021.01.097

Figura 3 – Resolução do Estudante Z.

Questão 2) $y^2 - y = y - y^2 \Rightarrow 2y^2 - 2y = 0 \Rightarrow 2y(y-1) = 0$

a) $\Rightarrow y = 0$ ou $y = 1$

- Para $y = 1$, $x = 0$; logo, os pontos de interseção
- Para $y = 0$, $x = 0$

são $(0,0)$ e $(0,1)$.

$$A = \int_0^1 (y - y^2)dy - \int_0^1 (y^2 - y)dy = \frac{y}{2} - \frac{y^3}{3}\Big|_0^1 - \left(\frac{y^3}{5} - \frac{y^2}{2}\right)\Big|_0^1 =$$

* 8

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{3} + \frac{1}{2} = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3} \text{ u.a.}$$

Fonte: Gabarito do Discente Z.

Figura 4 – Recorte da autoanálise do Estudante Z.

Na letra a da questão 2, eu resolvi corretamente, mas não esbocei o gráfico.

Fonte: Autoanálise do Discente Z.

Dentre as outras tarefas que abordam o conteúdo de técnicas de integração presente nos instrumentos avaliativos, destaca-se a que é trazida a seguir:

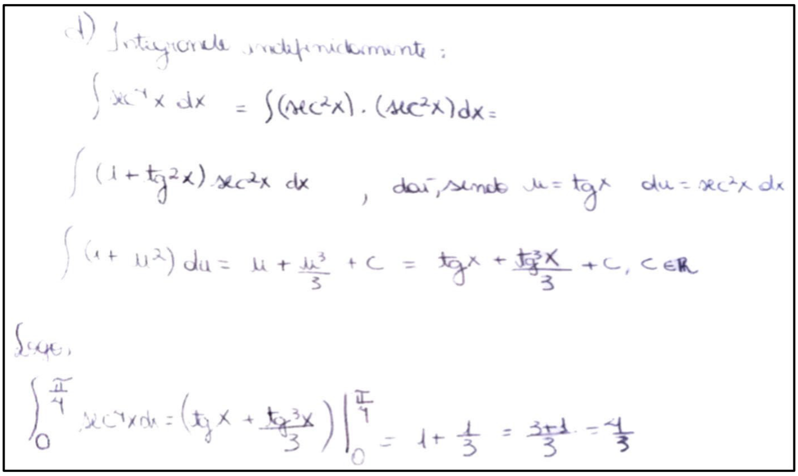
Calcular a seguinte integral: $\int_0^{\frac{\pi}{4}} sec^4 x dx$.

Frente a essa tarefa os estudantes necessitariam, para uma resolução correta, ter um bom domínio das relações fundamentais trigonométricas, objeto matemático considerado como pré-requisito para a atividade proposta. Fazendo um tratamento no registro algébrico os sujeitos deveriam usar uma das relações fundamentais trigonométricas e realizar a seguinte transformação na função a ser integrada: $sec^4 x = (1 + tg^2 x).sec^2 xdx$, com isso poderiam facilmente integrar a função por meio da técnica da substituição. O Estudante X realiza esses procedimentos adequadamente como vemos na **Figura 5**.

ISBN 978-65-86901-49-8

10.46943/VII.CONEDU.2021.01.097

Figura 5 – Resolução do Estudante X.


d) Integrando indefinidamente:

$\int sec^4x\,dx = \int (sec^2x).(sec^2x)dx =$

$\int (1+tg^2x)\,sec^2x\,dx$, daí, sendo $u = tgx$ $du = sec^2x\,dx$

$\int (1+u^2)\,du = u + \frac{u^3}{3} + C = tgx + \frac{tg^3x}{3} + C,\ C \in \mathbb{R}$

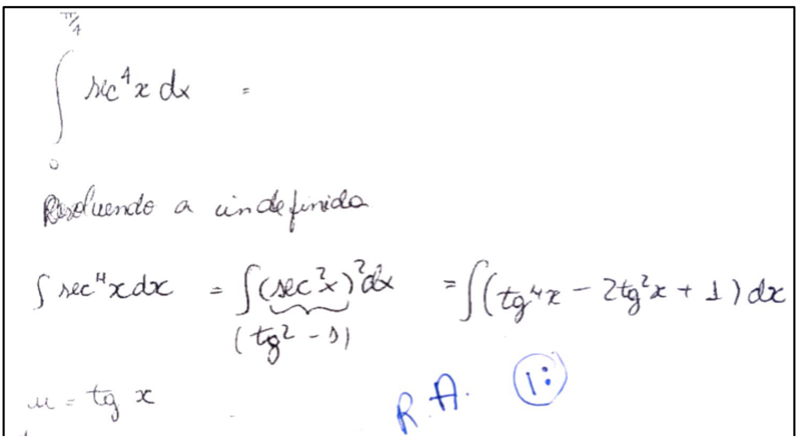
Logo,

$\int_0^{\frac{\pi}{4}} sec^4x\,dx = \left(tgx + \frac{tg^3x}{3}\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = 1 + \frac{1}{3} = \frac{3+1}{3} = \frac{4}{3}$

Fonte: Gabarito do Discente X.

Já o Estudante W, perante a mesma tarefa, não consegue utilizar cabalmente a tecnologia das relações fundamentais, pois, conforme a **figura 6**, vemos que ele substitui *sec*^{2}*x* por *tg*^{2}*x - 1,* por , além desse equívoco no registro algébrico o educando W não executa o tratamento adequado que possibilitaria a utilização da técnica de integração por substituição.

Figura 6 – Resolução do Estudante W.


$\int_0^{\pi/4} sec^4x\,dx =$

Resolvendo a indefinida

$\int sec^4x\,dx = \int (\underbrace{sec^2x}_{(tg^2-1)})^2dx = \int (tg^4x - 2tg^2x + 1)\,dx$

$u = tg\,x$

R.A.

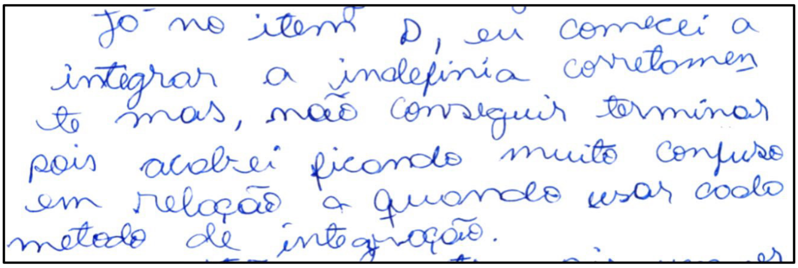
Fonte: Gabarito do Estudante W.

Alguns discentes apresentavam também entraves na escolha da técnica de integrar a ser selecionada diante da supracitada tarefa, o Educando T expõe essa dificuldade em sua autoanálise como podemos observar na **Figura 7**.

ISBN 978-65-86901-49-8

10.46943/VII.CONEDU.2021.01.097

Figura 7 – Recorte da autoanálise do Estudante T.


Já no item D, eu comecei a integrar a indefinida corretamente mas, não consegui terminar pois acabei ficando muito confuso em relação a quando usar cada método de integração.

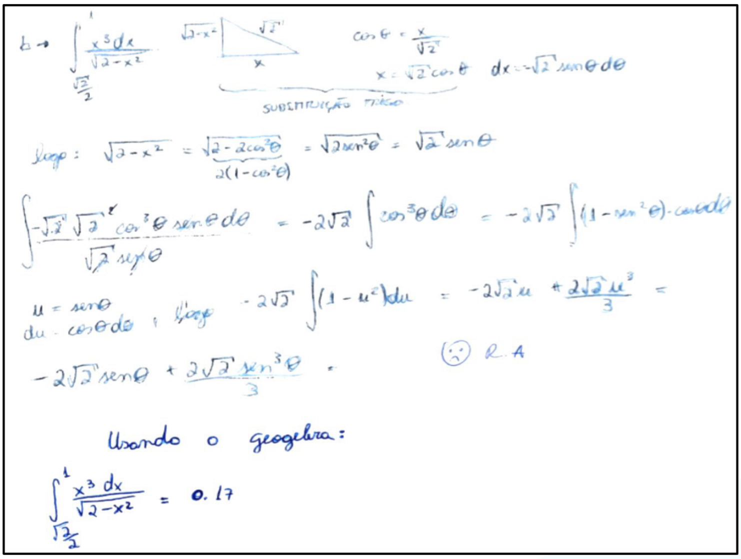
Fonte: Autoanálise do Discente T.

Das técnicas de integração que mais foi geradora de dúvidas entre os discentes, está a por substituição trigonométrica. Uma tarefa que para ser solucionada com tal técnica é exposta a seguir:

Calcular a seguinte integral: $\int_{\frac{\sqrt{2}}{2}}^{1} \frac{x^3}{\sqrt{2 - x^2}} dx$

O Estudante V diante dessa tarefa mobiliza corretamente o ostensivo algébrico em boa parte da questão, realizando todo o tratamento de maneira muito eficaz. Entretanto, no final de sua resolução quando ele deveria colocar a função já integrada em função de x ele expõe em sua autoanálise que se sentiu “travado” nessa última etapa, cometendo um erro de conhecimento atual no registro algébrico (conforme consta nas **Figuras 8 e 9)**.

Figura 8 – Resolução do Estudante V.


b → $\int_{\frac{\sqrt{2}}{2}}^{1} \frac{x^3 dx}{\sqrt{2-x^2}}$ $\cos\theta = \frac{x}{\sqrt{2}}$ $x = \sqrt{2}\cos\theta$ $dx = -\sqrt{2}\,\text{sen}\,\theta\, d\theta$

substituição trigo

logo: $\sqrt{2-x^2} = \sqrt{2 - 2\cos^2\theta} = \sqrt{2\,\text{sen}^2\theta} = \sqrt{2}\,\text{sen}\,\theta$

$\int \frac{-\sqrt{2}\sqrt{2}^3 \cos^3\theta\, \text{sen}\,\theta\, d\theta}{\sqrt{2}\,\text{sen}\,\theta} = -2\sqrt{2}\int \cos^3\theta\, d\theta = -2\sqrt{2}\int (1-\text{sen}^2\theta)\cdot\cos\theta\, d\theta$

$u = \text{sen}\,\theta$, $du = \cos\theta\, d\theta$; logo $-2\sqrt{2}\int (1-u^2)du = -2\sqrt{2}u + \frac{2\sqrt{2}u^3}{3} =$

$-2\sqrt{2}\,\text{sen}\,\theta + \frac{2\sqrt{2}\,\text{sen}^3\theta}{3}$ R.A

Usando o geogebra:

$\int_{\frac{\sqrt{2}}{2}}^{1} \frac{x^3 dx}{\sqrt{2-x^2}} = 0.17$

Fonte: Gabarito do Estudante V.

ISBN 978-65-86901-49-8

10.46943/VII.CONEDU.2021.01.097

Figura 9 – Recorte da autoanálise do Estudante V.

NA LETRA "B", ERAM NECESSÁRIOS DOIS PROCESSOS DE SUBSTITUIÇÃO, FUI FAZEN-
DO A AVALIAÇÃO DE TRÁS PARA FRENTE E FIQUEI TRAVADO NESSA NA
HORA DE VOLTAR PARA O X, E ACABEI DEIXANDO PARA RESOLVER OU-
TRA QUESTÃO, LOGO - ERRO ATUAL NO REGISTRO ALGÉBRICO.

Fonte: Autoanálise do Discente V.

O Estudante X ao tentar resolver essa tarefa também apresentou dificuldades no manejo com o ostensivo algébrico, por isso ele escreve em sua autoanálise que a manipulação algébrica na atividade foi o obstáculo que o fez errar a tarefa, esse trecho de sua análise é mostrado na **Figura 10**.

Figura 10 – Recorte da autoanálise do estudante X.

pelo software, o seu desenvolvimento se deu com dificuldade
devido ao envolvimento de uma raiz e a necessidade de
manipulação algébrica; logo, erro de conhecimento prévio
no registro algébrico devido o impasse algébrico para a orga-
nização da integral. E a letra "c" foi resolvida de modo
tanto não simplifiquei ao máximo como é exigido

Fonte: Autoanálise do Discente X.

Os sujeitos da pesquisa, nas produções de suas respectivas autoanálises, elogiavam bastante a nova metodologia adotada pelo professor, considerando-a altamente vantajosa no que concerne a um melhor andamento do processo de ensino e aprendizagem. Na **figura 11**, por exemplo, é destacado a opinião do educando P acerca desse processo.

Figura 11 – Relato do Estudante P.

sem respostas. Portanto concluo que as análises é um instru-
mento valoroso, onde podemos identificar nossas fragilidades
e corrigi-las e nossos pontos fortes a fim de potencializá-las
ainda mais.

Fonte: Autoanálise do Discente P.

Ademais com a adoção dessa metodologia da autoanálise de erros há a possibilidade de melhor compreender as angústias e dificuldades que os educandos enfrentam por parte do docente da disciplina. Dessa maneira é

10.46943/VII.CONEDU.2021.01.097

possível que o educador, a todo momento, repense suas práticas e as adaptem para os entraves que são apresentados e assim tentar mitigá-los. Isso foi o que aconteceu, para as abordagens em outras instituições de Cálculo II, nas quais o docente atuou posteriorémente.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Torna-se claro, portanto, que a metodologia das análises de erros implantada nas turmas de Cálculo Diferencial e Integral do curso de Engenharia Civil se mostrou muito eficaz no tocante a consolidação da aprendizagem. Uma vez que a mesma não penaliza os erros cometidos pelos estudantes, oferecendo uma oportunidade a eles de refletirem a respeito de seu desempenho e desse modo terem a maturidade necessária de superar seus principais entraves.

Vale ainda salientar que a realização periódica de autoanálises de erros pelos discentes colabora para uma mudança positiva na relação do professor com o estudante, visto que diversas vezes nas análises produzidas os relatos apresentados são verdadeiros desabafos, como por exemplo é mostrado na **Figura 12**. Dessa maneira o educador fica mais a par de toda a heterogeneidade que é inerente ao processo de ensino, bem como adapte seus instrumentos avaliativos em prol de um melhor aprendizado.

Figura 12 – Relato do Estudante J.

Nesta final do 1º crédito, desandei bastante, não estava mentalmente bem ao decorrer dos últimos 3 dias anteriores a prova final, acredito que tenho me desanimado muito ao ficar muito cansada com tantas atividades da faculdade e não conseguir seguir o ritmo dos estudos e dar a possível atenção e disponibilidade à todas as disciplinas do curso. Dessa maneira, não obtive um bom resultado, pelo fato também de não conseguir tempo para estudar, confesso que deixei muitas dúvidas pendentes do assunto e não corri atrás para retirá-las

Fonte: Autoanálise do Estudante J.

ISBN 978-65-86901-49-8

10.46943/VII.CONEDU.2021.01.097

Diante do exposto inferimos que é de grande valia o professor se empenhar na busca em inserir práticas metodológicas que se desvencilhem do ensino puramente tradicional. Afinal introduzir em uma uma turma esse espírito investigativo é uma atitude de enorme valia, haja vista que o erro não será mais visto como uma deficiência na aprendizagem e sim como tijolo para a construção do conhecimento.

REFERÊNCIAS

BROUSSEAU, G. Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques. Willy Vanhamme et Jacqueline Vanhamme. La problématique et l'enseignement de la mathématique. Comptes rendus de la XXVIIIe rencontre organisée par la Commission Internationale pour l'Etude et l'Amélioration de l'Enseignement des Mathématiques, Louvain-la-neuve, p.101-117, 1976.

CHEVALLARD, Y. A teoria antropológica do didático face ao professor de matemática. Livro: A teoria antropológica do didático: princípios e fundamentos. Org. Almouloud, S. A; Farias, L. M. S; Henriques, A. Ed. CRV, Curitiba, Brasil, 2018;

CHEVALLARD, Yves. Concepts fondamentaux de La didactique: perspectives apportees par une approche anthropologique. Recherches em Didactique des Mathématiques, v. 12, n. 1, pp. 73-112, 1992;

CHEVALLARD, Yves. (1999): L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. Recherches en Didactique des Mathématiques, vol. 19, n. 2, p. 111-128. Tradução em espanhol de Ricardo Barroso Campos.

DUVAL, R. Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. Annales de didactique et de sciences cognitives. IREM de Strasbourg, v. 5, p. 35-65, 1993;

DUVAL, Raymond. Semiosis y pensamento humano: Registros semióticos y aprendizajes intelectuales (Traducción de Miryam Vega). Cali: Universidad del Valle, 1999.

DUVAL, R. Signe et objet (I): trois grandes étapes dans la problématique des rapports entre représentation et objet. Annales de Didactiques et de Sciences Cognitives, Strasbourg, v. 6, p. 139-163, 1998.

ISBN 978-65-86901-49-8

10.46943/VII.CONEDU.2021.01.097

HENRIQUES, A; ALMOULOUD, S. Ag. Teoria dos Registros de Representação Semiótica em Pesquisas na Educação Matemática no Ensino Superior: Uma análise de superfícies e funções de duas variáveis com intervenção do software Maple. Revista Ciência &Educação da UNES, Bauru (SP), 2016.

ISBN 978-65-86901-49-8