

OBSERVATÓRIO DA EDUCAÇÃO E PROPOSTAS
INOVADORAS DE ENSINO-APRENDIZAGEM
UTILIZANDO A FORMULAÇÃO E A RESOLUÇÃO
DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS

Kátia Maria de Medeiros (Org.)



realize
Editora

Dados Internacionais da Catalogação na Publicação (CIP)

- O14 Observatório da educação e propostas inovadoras de ensino-aprendizagem utilizando a formulação e a resolução de problemas matemáticos / organizadora, Kátia Maria de Medeiros. - Campina Grande: Realize eventos, 2020.

103 p. : il.

ISBN 978-65-86901-11-5

1. Ensino de Matemática. 2. Matemática – Formulação de problemas. 3. Matemática – Resolução de problemas. 4. Problemas matemáticos. I. Medeiros, Kátia Maria de. II. Pereira, Pedro Romão Batista de Vasconcelos. III. Silva Filho, João Feires da. IV. Pinheiro, Joseane Mirtis de Queiroz. V. Santana, José Edivam Braz.

21. ed. CDD 510.7



realize
Editora

REALIZE EVENTOS CIENTÍFICOS & EDITORA LTDA.

Rua: Aristίδes Lobo, 331 - São José - Campina Grande-PB | CEP: 58400-384

E-mail: contato@portalrealize.com.br | Telefone: (83) 3322-3222

Sobre o livro

Projeto Gráfico e Editoração: *Jefferson Ricardo Lima Araujo Nunes*

Kátia Maria de Medeiros
(Organizadora)

OBSERVATÓRIO DA EDUCAÇÃO E PROPOSTAS
INOVADORAS DE ENSINO-APRENDIZAGEM
UTILIZANDO A FORMULAÇÃO E A RESOLUÇÃO
DE PROBLEMAS TEMÁTICOS

In Memoriam a Cida Lopes, uma guerreira da Educação Matemática, que nos deixou muito cedo, mas não a esqueceremos e lembramos, com carinho, de sua participação neste trabalho coletivo.

Saudades, Cida, fica com Deus!

PREFÁCIO

É com enorme satisfação que apresento à comunidade de educadores em formação e em ação, o resultado de trabalhos de investigação desenvolvidos na Paraíba, na área de ensino de Matemática, pela equipe participante do Observatório da Educação (OBEDUC), sob a coordenação da Professora Dra Kátia Maria de Medeiros.

Antes de tratarmos dos textos que compõem este livro, gostaria de ressaltar a importância da realização de projetos como o OBEDUC e outros projetos de ensino voltados para a melhoria de nossas Licenciaturas, que demandam um olhar especial de nossas autoridades, gestores e docentes formadores, em virtude da importância da educação para o futuro de qualquer país.

Uma das razões de minha alegria ao fazer este Prefácio está em ver o quanto nosso estado tem contribuído nessa direção, desde que conclui meu Doutorado em Educação, no ano 2000, realizando pesquisa sobre o ensino de Matemática. Estávamos começando a investir na área e em menos de quinze anos já contamos com um grupo robusto de pesquisadores atuando em diversas instituições paraibanas e produzindo materiais de referência para a Educação Matemática.

Os textos aqui socializados baseiam-se em um corpo teórico atual e discutem procedimentos didático-metodológicos inseridos em contextos diversos, tomando como foco a Resolução de Problemas, estratégia de ensino fundamental para um processo que pretende formar estudantes que pensam, criticam, agem e transformam. Qualquer outra escolha metodológica feita pelo professor para o trabalho com um conteúdo matemático deverá estar indissociavelmente ligado ao trabalho com a proposição, avaliação, interpretação e resolução de problemas, pensados em contextos que evidenciem a importância de se aprender Matemática.

Cada autor promove reflexões e incita a possibilidade de pensarmos em desdobramentos dessas leituras em nossas salas de aulas, na direção de promovermos a melhoria do ensino de Matemática, nos diferentes níveis de escolaridade em que atuarmos. Nosso desafio é grande, pois se refere não apenas ao espaço escolar, mas ao âmbito social e pessoal, uma vez que não importa apenas o que e como ensinamos, mas, sobremaneira, quem formamos.

Sobre esse ensino, as discussões apresentadas nos textos repousam sobre a necessidade de atribuição de sentido àquilo que nossos estudantes aprendem, considerando-se que todo conhecimento é uma construção social, cultural e histórica e encontra-se em permanente transformação.

Rogéria Gaudencio do Rêgo

DM/CCEN/UFPB

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	8
-------------------------	---

CAPÍTULO 1

A FORMULAÇÃO E A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COMO ESTRATÉGIA DIDÁTICA NAS AULAS DE MATEMÁTICA DA ESCOLA BÁSICA	10
---	----

Kátia Maria de Medeiros

CAPÍTULO 2

FORMULAÇÃO E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS COM DESENHO ANIMADO	29
---	----

Pedro Romão Batista de Vasconcelos Pereira

CAPÍTULO 3

FORMULAÇÃO E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS A PARTIR DE TEXTOS NO SENTIDO BAKHTINIANO: INTERPRETANDO CONSUMO E MEIO AMBIENTE	48
--	----

João Freires Da Silva Filho

CAPÍTULO 4

FORMULAÇÃO E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ENVOLVENDO NÚMEROS IRRACIONAIS POR MEIO DA CALCULADORA	65
--	----

Joseane Mirtis de Queiroz Pinheiro

CAPÍTULO 5

FORMULAÇÃO E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS UTILIZANDO A CALCULADORA BÁSICA: UMA EXPERIÊNCIA NO MUNICÍPIO DE MONTEIRO – PB	81
---	----

José Edivam Braz Santana

INTRODUÇÃO

É com muita alegria que concluímos este livro, mais uma produção de nosso Projeto *Investigando a Formulação e a Resolução de Problemas Matemáticos em Sala de Aula: Explorando Conexões entre Escola e Universidade* desenvolvido no âmbito do Programa Observatório da Educação, da CAPES, no período de 2013 a 2015. Esta obra contém a produção escrita da maioria dos docentes da Escola Básica envolvidos no referido Projeto. Alguns dos docentes não tiveram condições de participar quer por motivo de saúde quer por terem nos deixado antes do final de sua organização, como a Professora Cida Lopes, a quem dedicamos esta obra.

Este resultado, confirma que, apesar das precárias condições de trabalho nas quais os professores deste nível de ensino realizam o seu ofício, é possível, em Projetos de Pesquisa, como os do Programa Observatório da Educação, que eles também produzam pesquisa em sua prática letiva.

Certamente, precisamos continuar incentivando e implementado Projetos desta natureza no Brasil, por muitas décadas, aliados às mudanças estruturais da Educação Nacional, que há tanto tempo se fazem necessárias e que, certamente, ampliariam os resultados obtidos e que, indubitavelmente, muitos colegas pesquisadores, com suas equipes, também alcançaram, em todo o território nacional. Sem essas mudanças estruturais, sentimos grandes dificuldades na implementação de Projetos tão ricos potencialmente.

No primeiro capítulo *A Formulação e a Resolução de Problemas como Estratégia Didática nas Aulas de Matemática*, Kátia Maria de Medeiros, apresenta reflexões baseadas em vários teóricos, com o objetivo de refletir e sugerir vantagens e dificuldades da utilização da formulação e da resolução de problemas como estratégia didática nas aulas de Matemática da Escola Básica.

A seguir, no capítulo *Formulação e Resolução de Problemas Matemáticos com Desenho Animado*, do professor Pedro Romão Batista de Vasoncelos Pereira, desenvolveu uma proposta, na qual os problemas formulados sobre os Temas Transversais Ética e Consumo, são vistos num desenho animado.

O terceiro capítulo, *Formulação e Resolução de Problemas Matemáticos sobre Consumo e Meio Ambiente*, João Feires da Silva Filho, identifica as concepções dos alunos sobre a formulação e resolução de problemas

matemáticos a partir de diferentes tipos de textos no sentido bakhtiniano. Utilizou para isto, os Temas Transversais Consumo e Meio Ambiente.

No quarto capítulo, *A Calculadora como Instrumento de Aprendizagem na Sala de Aula de Matemática Formulação e Resolução de Problemas Envolvendo Números Irracionais por Meio da Calculadora*, Joseane Mirtis de Queiroz Pinheiro, perpectivando este instrumento tecnológico como como facilitador no processo de compreensão e de aprendizagem.

Por fim, no quinto capítulo, *Formulação e Resolução de Problemas Matemáticos Utilizando a Calculadora Básica como Recurso Pedagógico de Apoio*, José Edivam Braz Santana, apresenta na sua proposta o uso da calculadora básica na sala de aula como ferramenta de apoio, que pode auxiliar na construção de conceitos e favorecer o desenvolvimento de habilidades para enfrentar novas situações.

CAPÍTULO 1

A FORMULAÇÃO E A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COMO ESTRATÉGIA DIDÁTICA NAS AULAS DE MATEMÁTICA DA ESCOLA BÁSICA

Kátia Maria de Medeiros¹

Resumo

Neste capítulo, de cunho teórico, temos como objetivo refletir e sugerir vantagens e dificuldades da utilização da Formulação e da Resolução de Problemas como Estratégia Didática nas Aulas de Matemática da Escola Básica. Neste sentido, apresentamos exemplos de formulação de problemas matemáticos registrados na História da Matemática, como o último Teorema de Fermat e o Teorema do Resto Chinês. Estes teoremas foram relevantes e inspiradoras formulações, nos mostram parte do potencial da atividade de formular problemas para o desenvolvimento desta ciência. Analogamente, na sala de aula, formular problemas matemáticos pode ser uma atividade instigante e estimuladora da criatividade. Tal atividade também tem grande relevância na Educação Matemática em nível internacional (Posing Problem). Em nível nacional ainda é pouco explorada nas pesquisas e, ainda menos, na sala de aula. Associada à Resolução de Problemas a Formulação de Problemas pode ser ainda mais rica didaticamente. Ambas podem constituir-se em estratégias didáticas a serem exploradas nas aulas de Matemática. Tais estratégias podem ter como vantagens contribuir para a superação da matemafobia ou ansiedade matemática; propiciar a utilização da língua materna como registro válido também nas aulas de Matemática; contribuir para o desenvolvimento da criatividade

¹ Doutora em Educação, na Especialidade Didática da Matemática pela Universidade de Lisboa, katiamedeirosuepb@gmail.com.

matemática, desde a Escola Básica; apresentar maiores possibilidades de exploração da comunicação oral e escrita nas aulas. Entre as dificuldades destacamos a utilização, exagerada, de exercícios nas aulas; as concepções dos professores e alunos sobre a aula e as tarefas de Matemática. Desse modo, é necessário que o professor de Matemática, desde a formação inicial, conheça e utilize metodologias e recursos, que o façam refletir sobre a inadequação de suas concepções, centradas no ensino direto, e busque o ensino-aprendizagem exploratório.

Palavras-chave: Formulação e a Resolução de Problemas; Estratégia Didática; Escola Básica; Educação Matemática.

1. Introdução

A Escola Básica brasileira tem muitos problemas, de difícil solução, quando não temos interesse político para resolvê-los. Contudo, em termos de tarefas e atividades para as aulas de Matemática, não podemos nos queixar. A diversidade é grande e as possíveis combinações com também diversos recursos didáticos, podem propiciar aos professores o planejamento de aulas interessantes e motivadoras para os alunos.

Entre estas tarefas estão as formulações seguidas resoluções dos problemas. Pedir para os alunos brasileiros formular problemas, ainda é pouco usual e pode ser um convite que trará muitas vantagens, apesar de algumas dificuldades também.

Neste capítulo, inicio trazendo a formulação e a resolução com o olhar histórico, a fim de mostrar um pouco desta atividade e o que ela significa na gênese do fazer matemático. A seguir, procuro relacionar a Educação Matemática à resolução de problemas. Este jovem, porém importante campo de pesquisa, traz importantes contribuições para a resolução de problemas, tornando-a ainda mais vigorosa. Tal vigor tem um potencial didático que precisa ser explorado pelos professores de Matemática da Escola Básica.

Na Educação Matemática é também necessário explorar estratégias didáticas. A formulação e a resolução de problemas se constituem em estratégias didáticas muito poderosas, pois ambas possuem muita capilaridade, o que propicia utilizá-las com diferentes recursos didáticos.

Por fim, vamos apontar algumas vantagens e dificuldades para o professor de Matemática utilizar a formulação e a resolução de problemas na Escola Básica.

2. A Formulação e a Resolução de Problemas na Matemática

A resolução de problemas é, sem dúvida, a espinha dorsal da Matemática. Ela evolui e evoluiu a partir da resolução de problemas provenientes de diferentes contextos, em diferentes épocas. Não é só com a resolução de problemas, entretanto, que a Matemática pode se desenvolver. Einstein dizia que “*mais importante do que resolver problemas é formular bons problemas*”. De fato, se observarmos alguns exemplos na História da Matemática, veremos que esse gênio da Física também estava certo quando se trata de entender o desenvolvimento da Matemática.

Segundo Singh (1998), um desses exemplos termina seu desenrolar em 1995, quando o matemático inglês Andrew Wiles pôs fim a uma busca de mais de trezentos anos. Ele conseguiu demonstrar o Último Teorema de Fermat (UTF). Pierre de Fermat era Conselheiro da Câmara de Requerimentos de Toulouse, na França de 1631. Ele tinha um prazer especial em provocar embaraços aos matemáticos da época, em particular aos ingleses. Por coincidência ou não, foi um inglês que pôs fim às provocações de Fermat. Conta-se que Wiles teria dito: “*Este problema foi formulado pelos franceses, mas foram os ingleses que o resolveram*”. A mais difícil dessas provocações, que era o Último Teorema de Fermat, teve origem em uma observação feita por ele, em 1637, numa página de sua cópia do *Arithmetica de Diofantus* (matemático grego que viveu no século III d.C.).

Esse Teorema foi formulado a partir do Teorema de Pitágoras, do qual é uma generalização. Fermat afirmou que encontrara uma demonstração maravilhosa para o fato de que $x^n + y^n = z^n$ não tem solução para números inteiros e positivos quando $n > 2$, mas ela não cabia naquela margem (SINGH, 1998).

A solução encontrada por Wiles, que ocupou duzentas páginas, certamente não era conhecida por Fermat, não somente por não caber na margem a que ele se referia, mas por apresentar conhecimentos matemáticos que não existiam em sua época.

Esse fato, no entanto, não reduz a importância dessa formulação de problemas para a Matemática. Ao longo desses mais de trezentos anos, a busca por uma resolução fez com que grandes matemáticos se mobilizassem e, mesmo não a encontrando, contribuíram para que novas áreas de pesquisa matemática surgissem. Foi o caso de Sophie Germain, uma matemática francesa, que conseguiu o maior progresso do século dezenove na solução do UTF. Além dela, Euler, Kummer, Lamé, Cauchy e outros matemáticos também tentaram resolver esse problema.

Para demonstrar o UTF, Andrew Wiles teve como principal ferramenta a conjectura de Taniyama-Shimura. O matemático japonês Yutaka Taniyama a formulou, mas o seu suicídio impediu que trabalhasse com Goro Shimura na resolução. Este a desenvolveu completamente. A conjectura, segundo a qual, “*toda curva elíptica racional é modular*”, é uma das mais significativas da matemática. Temos aqui mais um exemplo de formulação de problema contribuindo com o desenvolvimento da matemática.

De acordo com Davis e Hersh (1985), existe um teorema aritmético simples que é conhecido há pelo menos 2.000 anos. É o Teorema do Resto Chinês.

A formulação mais antiga do teorema aparece no Sun Tzu Suan-Ching (ou seja, o Clássico Matemático de Sun Tzu) que se supõe ter sido escrito entre 280 e 473. Ao longo dos milênios, ele sofreu reformulações, que servem de exemplo para mostrar a tendência da matemática à generalidade e à abstração. Mas não só isso, também podemos observar um mesmo problema sendo reformulado em diferentes momentos da história da Matemática. Concluindo, portanto, que formulação e reformulação de problemas são atividades importantes no desenvolvimento da ciência Matemática.

Vamos ver, a seguir, sete formulações pelas quais esse teorema passou, desde a China antiga, com a formulação de Sun Tzu, até o século XX, apresentadas por Davis e Hersh (1985).

Temos coisas cujo número não conhecemos; se nós as contarmos três a três o resto será 2; se nós as contarmos cinco a cinco, o resto será 3; se nós contarmos sete a sete, o resto será 2. Quantas coisas existem? Resposta: 23. Método:

Se você as contar três a três e o resto for 2, escreva 140.

Se você as contar cinco a cinco e obtiver o resto 3, escreva 63.

Se você as contar sete a sete e obtiver o resto 2, escreva 30.

Adicione estes (números) e você terá 233.

Disso, subtraia 210 e você terá o resultado.

Para cada unidade do resto, quando contado de cinco a cinco escreva 21.

Para cada unidade do resto, quando contado sete a sete, escreva 15.

Se a soma for igual ou maior do que 105, subtraia 105 dela, e você terá o resultado.

Na Matemática chinesa, assinala Davis e Hersh (1985), diferentemente da grega, não havia demonstrações. O que nos chama hoje atenção em relação a essa formulação é que ela é, ao mesmo tempo, específica e algorítmica. O leitor moderno não tem a menor idéia do que é o método geral, ou se estamos diante de uma adivinhação aritmética que funciona por puro acaso.

Agora vamos ver o Teorema do Resto Chinês reformulado por Leonardo de Pisa, também conhecido como Fibonacci. O matemático italiano, em seu livro Liber Abbaci (1202), escreve:

Divida um número inventado por 3, e também por 5, e também por 7; pergunte, cada vez, o resto da divisão. Para cada unidade que resta da divisão por 5, guarde 21; e cada unidade que resta da divisão por 7 guarde 15. E se o número ultrapassar 105, subtraia dele 105. E o que restar será o número inventado.

Exemplo: Suponha que da divisão por 3 o resto seja 2; com isso você terá duas vezes 70, ou 140; disso você subtrai 105, e ficam 35. Na divisão por 5 o resto é 3; disso, você retém três vezes 21, ou 63, que você adiciona aos 35 acima; você obtém 98; e na divisão por 7 o resto é 4, com o que você retém quatro vezes 15, ou 60; que você adiciona aos 98 acima, e obterá 158; do qual você tira 105, e o resto é 53, que é o número inventado.

Com esta regra, podemos criar um jogo agradável, caso alguma outra pessoa tenha aprendido a regra juntamente com você; se uma terceira pessoa disser a seu parceiro um número secreto, então um companheiro a quem você não perguntará nada dividirá silenciosamente o número por 3, por 5 e por 7 segundo a regra mencionada acima; ele lhe dirá os restos das divisões, na ordem correta; e desta maneira você poderá dizer qual o número que foi contado secretamente a ele.

A formulação de Fibonacci não se afastou muito da de Sun Tzu. A formulação é ainda aritmética e condicionada a um conjunto específico de divisores. O aspecto recreativo do problema é um ponto agradável e tem persistido por anos na literatura recreativa.

O mesmo teorema com Euler (*Complementarii Academiae Scientiarum Petropolitanae*, 7, (1734/5), aparece dessa maneira:

Deseja-se encontrar um número que, quando dividido por a, b, c, d, e, números que suporei relativamente primos, deixa respectivamente os restos p, q, r, s, t. Os números a seguir satisfazem este problema:

$$Ap + Bq + Cr + Ds + Et + m \times abcde$$

no qual A é um número que, dividido por bcde, não deixa resto e dividido por a, no entanto, deixa resto 1; B é um número que, dividido por abcde, não deixa resto, e por b, contudo, deixa resto 1 ... e estes números podem, conseqüentemente, ser achados pela regra dada para o caso de dois divisores.

A apresentação de Euler, quinhentos anos depois, é a de um mundo simbólico diferente. Os inteiros específicos são agora substituídos por quantidades gerais indeterminadas ou arbitrárias a, b, \dots . A notação algébrica está firmemente estabelecida e todas as soluções do problema são exibidas. Embora exposto para o caso de cinco restos, o método é, por inferência, perfeitamente geral. A última afirmativa refere-se a um resultado prévio sobre a solução das congruências especiais necessárias para a determinação das constantes A, \dots, E .

A definição de congruência, bem como sua notação, foi realizada por Gauss, em seu livro *Disquisitiones Arithmeticae* (1801). A notação gaussiana para a congruência, segundo a qual $a \equiv b \pmod{m}$ está firmemente estabelecida e fornece um grau de elegância até então desconhecido. Esta formulação pode ser considerada um ponto culminante no contexto da teoria clássica algebrizada dos números.

Agora, a formulação do Teorema do Resto Chinês feita por J.E. Shockley, no seu *Introduction to Number Theory*, em 1967.

Teorema: Suponha que m_1, m_2, \dots, m_n sejam relativamente primos dois a dois. Seja $M = m_1 m_2 \dots m_n$. Definimos os números b_1, b_2, \dots, b_n escolhendo $Y = b_j$ como sendo a solução de

$$Y \frac{M}{m_j} \equiv 1 \pmod{m_j} (j = 1, 2, \dots, n).$$

Então a solução geral do sistema

$$x \equiv a_1 \pmod{m_1}$$

$$x \equiv a_2 \pmod{m_2}$$

$$\vdots$$

$$x \equiv a_n \pmod{m_n}$$

$$x \equiv a_1 b_1 \frac{M}{m_1} + \dots + a_n b_n \frac{M}{m_n} \pmod{M}$$

A apresentação de Shockley poderia ser chamada de uma versão atualizada da de Gauss.

Nas mãos de um informático contemporâneo (R.E. Prather, 1976), o Teorema do Resto Chinês é assim formulado: “Se $n = P_1^{\alpha_1} P_2^{\alpha_2} \dots P_r^{\alpha_r}$ é a

decomposição do inteiro n em potências de primos distintos: $P_i^{\alpha_i} = q_i$, então o grupo cíclico $Z_n = Z_{q_1} \times Z_{q_2} \times \dots \times Z_{q_r}$.

Há uma grande diferença entre essa formulação e as anteriores. Temos aqui uma reformulação completa do teorema, sob a influência da concepção estruturalista da matemática². Ela ignora completamente o problema historicamente motivador de como, dados os restos, pode-se rapidamente calcular o número que lhes dá origem.

Davis & Hersh (1985), afirmam que isso é muito estranho, por conta do comentário de Prather, de que o Teorema do Resto Chinês se mostrou útil na construção de unidades aritméticas rápidas para computadores digitais. Poder-se-ia crer que isso exigiria o conhecimento de um algoritmo concreto. Mas a ciência da computação, em sua formulação teórica, é tão abstrata quanto qualquer outro ramo da matemática.

Nosso sétimo e último exemplo, com o Teorema do Resto Chinês, está no livro *Algebraic Number Theory*, 1963, de E. Weiss.

Axioma II b. Se $S = \{P_1, \dots, P_n\}$ é qualquer subconjunto finito de λ , então, para quaisquer elementos $a_1, \dots, a_r \in F$ e inteiros quaisquer m_1, m_2, \dots, m_r ; existe um elemento $a \in F$ tal que

$$\begin{aligned} V_{p_i}(a - a_i) &\geq m_i & i = 1, \dots, r \\ V_{p_i}(a) &\geq 0 & P \notin S, P \in \lambda \end{aligned}$$

Somos convidados, além disso, a considerar o OAF $\{Q, \lambda\}$, que é um corpo aritmético ordinário. Neste exemplo, estamos lidando com aritmética, não sobre os inteiros, mas sobre corpos arbitrários. Neste estágio de generalização, a afirmação dada acima não é imediatamente compreensível ao matemático profissional médio. O significado fica longe e a afirmativa faz sentido apenas para uma audiência muito limitada e especializada.

Com os exemplos anteriores, relativos ao Último Teorema de Fermat, a conjectura de Taniyama-Shimura e o Teorema do Resto Chinês, pudemos ter uma noção de como ocorre a formulação e reformulação de problemas na matemática. Ela é tão importante quanto a resolução de problemas, pois a alimenta.

2 A matemática estruturada surgiu quando os matemáticos perceberam as semelhanças entre conjuntos de objetos diversos, como por exemplo, números, vetores, matrizes, funções etc. e estudaram as propriedades desses objetos por si mesmas, abstraindo-as dos objetos. Como estruturas (WILMER, 1989).

3. A Educação Matemática e a Formulação e a Resolução de Problemas

A Educação Matemática, como campo de pesquisa, é uma área recente no mundo, como afirma Kilpatrick (1996, p. 2) “*Como campo acadêmico, a Educação Matemática tem uma curta história, que varia de país para país*”. O autor discute alguns contrastes da Educação Matemática nos Estados Unidos e na Suécia. Além disso, como se relaciona este campo com outras ideias semelhantes na França e na Alemanha.

No Brasil, desde os Anos 80 do século XX, com a criação da SBEM (Sociedade Brasileira de Educação Matemática) pudemos identificar a criação de uma comunidade de pesquisa forte interna e com relações externas, às vezes até mais fortes e significativas do que internamente, tendo em vista a situação política do Brasil, em relação à Educação.

Por outro lado, como afirmam Fiorentini e Lorenzato (2012, p. 4-5):

Nas últimas décadas, esforços educacionais empreendidos por diversas nações, dentre elas o Brasil, têm favorecido a constituição da EM como campo de ensino e de pesquisa com saberes próprios, procurando responder a algumas questões básicas, tais como:

- Qual é a identidade da EM?
- Quais são os domínios e fronteiras da EM?
- O que é ser um educador matemático?
- Há necessidade de investigação em EM?
- Quais são os objetivos da pesquisa em EM?
- Quais são os principais campos de pesquisa em EM?
- Onde institucionalmente devem se desenvolver as pesquisas em EM?
- Como pesquisar em EM?

As respostas a estas indagações, advindas de diferentes academias indicam nem sempre haver consenso.

Estas questões podem ser muito frutíferas, caso os educadores matemáticos dialoguem a respeito e até formulem outras, oriundas de seu contexto de ensino e pesquisa específico, ou provocar dissensões no seio da comunidade de educadores matemáticos. Tais dissensões podem ser danosas ao desenvolvimento e fortalecimento deste campo e dificultar ou bloquear o diálogo com matemáticos e pedagogos, por exemplo, num Curso de Licenciatura em Matemática.

D'Ambrósio (2016, p. 1) ao se referir à Educação Matemática hoje, reflete como e por que precisamos dela:

O processo educacional, em particular a Educação Matemática conjuga aspectos sócio-econômicos globais, visando a melhoria da qualidade de vida. O maior objetivo da educação deve ser o de oferecer uma possibilidade de eliminação da iniquidade, de arrogância e de prepotência, tão comuns na sociedade.

No entanto, o autor assinala que a Educação Matemática tem falhando tanto na prática quanto na teoria, pois tem repetido modelos obsoletos. Ressalta que é preciso saber por que se ensina Matemática e isto ser desenvolvido na formação de professores. Neste sentido, o autor defende a mudança no modelo de ensino-aprendizagem da Matemática, nos dias atuais. Faz-necessário levar em consideração a complexidade na escolha deste modelo.

O modelo atual, nas diversas ciências, é o da complexidade (MORIN, 2017), afirma, e não mais o de causa e efeito desenvolvido desde o século XIX.

Para Edgar Morin torna-se claro que é preciso opor ao paradigma da simplificação uma nova forma de pensar que seja capaz de apreender a complexidade do real.

Ainda que trate esse tema em diversos textos, é na sua obra maior, *O Método* (seis volumes, publicados entre 1977 e 2004), que Morin apresenta sistematicamente o novo paradigma da complexidade que, como diz «emerge» por entre as fissuras do pensamento simplificador ainda dominante.

É na evolução da própria ciência que Morin encontram a mais clara evidências da falência da simplificação e da emergência desse novo paradigma: a microfísica depara-se com fenômenos inexplicáveis a partir do princípio da contradição e mostra que não é possível separar a acção do sujeito da produção de conhecimento, a astronomia põe em causa a noção de temporalidade linear, a biologia e as novas ciências da informação e da computação evidenciam que os fenômenos de se ocupam não podem ser reduzidos a relações de causalidade eficiente, as ciências sociais e humanas debatem-se com impossibilidade da redução dos acontecimentos históricos a leis e com as dificuldade de lidar com fenômenos como a acção a partir de métodos quantitativos.

Por toda a parte, são postas em causa as concepções tradicionais de objectividade, de lei científica, de determinação causal e as próprias barreiras disciplinares das ciências. Num aparente paradoxo, é afinal o desenvolvimento da ciência simplificadora que mostra que a realidade é demasiado complexa para ser compreendida e explicada pelo paradigma da simplificação.

A partir de uma impressionante informação sobre diversos campos da ciência, da recuperação de questões e ensinamento da filosofia e sobretudo de um notável trabalho de organização de elementos aparentemente sem relação entre si, Morin procura aclarar os princípios e o método de uma nova forma de pensar cientificamente o real e de acolher a sua complexidade.

Na mesma direção, Miguel (2016, p. 19), assinala que “*Democratizar é preciso pois, a força avassaladora e massificadora dos próprios processos de escolarização moderna, produziu modelos limitados de ver a Matemática e a Educação Matemática*”. Neste sentido, precisamos de outro modelo de ensino-aprendizagem, particularmente num país como o Brasil, no qual, infelizmente as políticas de Educação cada vez parecem regredir, ao invés de progredir.

No entanto, na escola pública, o professor tem autonomia para trabalhar em sua sala de aula sem muita interferência negativa, quando nos referimos ao modelo de ensino-aprendizagem a ser desenvolvido com os seus alunos. Este modelo, segundo Ponte (2010), é o *ensino-aprendizagem exploratório*. Neste modelo podemos caracterizar três elementos centrais nas interações na aula de Matemática: *Tarefas, Papéis e Comunicação*.

As *Tarefas* são variadas: Explorações, Investigações, Problemas, Projetos, Exercícios, situações são realísticas. Existem várias estratégias para resolver um problema. É preciso explorá-las na dinâmica da aula de Matemática.

No que tange aos *Papéis* os alunos recebem tarefas para criarem estratégias para as resolver. O professor pede ao aluno para explicar e justificar o seu raciocínio. O aluno tem autoridade para usar seu raciocínio lógico para fundamentar afirmações.

Na *Comunicação* das ideias matemáticas os alunos são encorajados pelo professor e por seus pares a discutir com os colegas, no modo de trabalho em grupos ou pares. Ao final do trabalho significativo são feitas discussões com toda a turma. E também negociados significados na sala de aula.

Ponte (2010, p.12) afirma que:

Evidentemente, a prática de sala de aula não depende apenas do professor. Também depende do aluno bem como de diversos factores externos. Algumas condições tornam muito difícil a um professor passar do ensino directo para a aprendizagem exploratória. Uma aula com a exploração e tarefas de investigação é muito mais complexa de gerir do que uma aula com base na exposição de conceitos.

A formulação e a resolução de problemas são tarefas que precisam ser desenvolvidas no ensino-aprendizagem exploratório para serem bem desenvolvidas em seu potencial didático. Neste sentido, tais tarefas se relacionam diretamente à Educação Matemática e às suas características, apontadas por D'Ambrósio (2016).

As tarefas com a formulação, a resolução ou com a formulação e a resolução podem ser relacionadas a vários aspectos educativos relevantes, como os que são tratados nos Temas Transversais do currículo brasileiro (BRASIL, 1998). Esta relação pode propiciar uma exploração de problemas reais ou com um contexto real. Desse modo, a prática letiva do professor de Matemática estará contribuindo não apenas para a aprendizagem de conteúdos matemáticos, o que é imprescindível, mas também para a formação de cidadãos, o que é igualmente imprescindível.

Outro aspecto muito relevante atualmente, e muito difícil, é contribuir para o desenvolvimento da criatividade na escola básica. Como fazer isto numa escola com tantos problemas estruturais? Como transitar do modelo do ensino-direto para o ensino-aprendizagem exploratório, de modo a propiciar tal desenvolvimento?

Estas respostas não são fáceis de serem encontradas, porém, se o professor de Matemática estiver disposto a utilizar a formulação e resolução em sua prática letiva poderá, gradativamente, obter melhores desenvolvimentos nas interações com seus alunos, o que pode contribuir para uma Educação Matemática mais próxima do que os educadores matemáticos almejam.

A reflexão sobre estas tarefas (PONTE, 2005) é uma das importantes estratégias didáticas para o professor e os alunos identificarem o que foi aprendido e o que ainda pode ser aprendido e aperfeiçoado na tarefa e em vários aspectos das suas interações a serem mais especificados em cada sala de aula.

Nesta reflexão, o aluno pode identificar como está a sua aprendizagem sobre o conteúdo matemático utilizado no qual se encontra. Além disso, se suas estratégias de resolução são adequadas, eficazes ou se ainda pode pensar em mais e melhores, para aquela tipo de tarefa. Estas características da reflexão sobre a tarefa, contribuem para o desenvolvimento da autonomia dos alunos, durante o processo de ensino-aprendizagem da Matemática.

Silva (2015a) também utilizou a reflexão sobre a tarefa em sua dissertação de mestrado *Explorando Significados sobre Cálculo de Volumes por Meio de Formulação e Resolução de Problemas por Futuros Professores*, de autoria de Janaína Cardoso da Silva, com futuros professores de Matemática do IFPB, em Campina Grande-PB.

Nessas reflexões sobre as tarefas os futuros professores refletem sobre aspectos semânticos e sintáticos das formulações e resoluções com o conteúdo e suas tarefas. A pesquisadora focou nos questionamentos e nas conexões.

A reflexão sobre a tarefa é uma atividade que propicia uma retomada da tarefa, agora com outros questionamentos e conexões. Esta característica contribui para a aprendizagem efetiva, como para novas formulações e resoluções mais ricas e criativas.

A reflexão sobre a prática (SCHÖN, 1991; HATTON & SMITH, 1995) também pode ser muito útil ao professor ou ao futuro professor (SILVA, 2015b; SILVA & MEDEIROS, 2017) e contribuir para um contínuo aperfeiçoamento nas interações na sala de aula de Matemática, tendo em vista uma aprendizagem efetiva dos conteúdos e uma formação crítica e reflexiva. Além disso, ao refletir sobre a prática, o professor pode colocar questões que também venham a ser pesquisadas em outros âmbitos, como projetos e trabalhos acadêmicos, o que poderá trazer mais contribuições para a Educação Matemática.

Na pesquisa de Silva (2015) os futuros professores que participaram da pesquisa, Carlos e Rodrigo, utilizaram este tipo de reflexão em cada momento da pesquisa em sala de aula, com as tarefas de formulação e resolução de problemas a partir de material manipulável, para o ensino-aprendizagem de frações.

A prática letiva na qual o professor ou futuro professor utiliza a reflexão sobre a tarefa e a reflexão sobre a prática, pode contribuir muito para a mudança efetiva de concepções sobre as tarefas matemáticas utilizadas por ele nas suas aulas e sobre os papéis do professor e do aluno nas aulas Matemática. Tais mudanças são fundamentais para a transição do modelo de ensino direto para o ensino-aprendizagem exploratório (PONTE, 2005).

A utilização da formulação de problemas também pode ser um importante aliado do professor e dos alunos na superação da matemafobia ou ansiedade matemática, segundo Brown e Walter (2005), pois o aluno passará a sentir mais autoconfiança para resolver uma tarefa matemática. Ao formular ele mesmo um problema matemático que é valorizado pelo professor e por seus colegas, poderá estar mais disposto a resolvê-lo e alcançar êxito nesta resolução, do que ao se deparar com um problema formulado pelo professor ou pelos autores dos livros didáticos.

4. O Que é uma Estratégia Didática em Educação Matemática?

Uma estratégia didática em Educação Matemática é uma arte na qual o professor explora tarefas e recursos didáticos, em diversos contextos, para alcançar a aprendizagem matemática na formação de professores.

A Educação Matemática é uma área multidisciplinar, com várias tendências e, portanto, propicia diversos contextos para a exploração das tarefas e recursos didáticos, com maiores possibilidades de uma aprendizagem efetiva.

5. Utilizando a Formulação e a Resolução de Problemas como Estratégia Didática nas Aulas de Matemática: Vantagens e Dificuldades na Escola Básica

Vamos agora apontar vantagens e dificuldades de implementarmos a estratégia didática da formulação e resolução de problemas matemáticos nas aulas de Matemática.

A vantagem inicial é a possibilidade de ruptura no contrato didático usual. Tendo em vista ainda a predominância do exercício e do livro didático nas aulas, ao requerer a formulação de problemas e depois a sua resolução, duas novas regras de contrato didático entram em cena e vão contribuir para que várias outras regras também sejam, paulatinamente, estabelecidas nas interações da sala de aula, entre o professor e os alunos e entre os alunos. Certamente, este novo contrato didático trará mais complexidade às referidas interações, mas também maiores possibilidades de uma aprendizagem efetiva.

Entre estas novas regras de contrato didático, o uso da língua materna é muito auspicioso, pois ao formular problemas, esta competência poderá ser aperfeiçoada. Sabemos que, tradicionalmente, temos uma limitação no uso da língua materna nas aulas de Matemática e na formação de professores de Matemática. A ideia equivocada, tradicionalmente encontrada, de que não precisamos fazer um uso correto e fluente desta língua, é comum entre os alunos e professores de Matemática.

Contudo, trata-se de um equívoco, que precisa ser superado, pois a exploração da língua materna nas aulas de Matemática já vem sendo apontada como muito produtiva e necessária, há algumas décadas, por vários pesquisadores nacionais e internacionais (MACHADO, 1995).

Neste contexto de novas regras, como a de escrever problemas matemáticos, os alunos podem se sentirem mais seguros e não sentirem ansiedade

matemática ou matematófobia. Esta sensação negativa sobre a Matemática e as atividades nela encontradas, também são decorrentes dos papéis desempenhados pelo aluno e pelo professor, nas aulas tradicionais. Com a mudança nestes papéis, o aluno que formula um problema matemático a pedido de seu professor e o vê comentado e até resolvido pelos outros alunos da turma, passa a crer também é capaz de aprender Matemática eficazmente.

Todas estas mudanças nas interações na aula de Matemática, decorrentes da mudança de papéis e de concepções sobre a Matemática, seu ensino e sua aprendizagem, podem ser muito relevantes no desenvolvimento da autonomia dos alunos. A participação efetiva e valorização são fundamentais para este desenvolvimento tão importante no século XXI.

Neste desenvolvimento, explorar várias estratégias de formulação e resolução é fundamental. Contudo, nem sempre é fácil, tendo em vista não ser esta uma atividade muito comum nas aulas de Matemática, nas quais ainda predomina o ensino direto (PONTE, 2005).

Formular problemas é uma atividade inerente ao fazer matemático. No entanto, ainda pouco conhecida dos professores de Matemática e, portanto, menos ainda dos alunos da Escola Básica. Historicamente, a formulação de problemas é a atividade que vai gerar o registro escrito dos diferentes tipos de problemas matemáticos. Problemas do cotidiano, problemas relacionados às outras ciências ou problemas internos à própria Matemática. As formulações, tradicionalmente, são obra dos matemáticos ou dos autores de livros didáticos. É importante que os alunos também saibam disso e conheçam vários tipos de formulações notáveis. Este aspecto também é enriquecedor para a cultura matemática dos alunos e para que eles se sintam ainda mais valorizados ao participarem das atividades de formulação de problemas requeridas por seu professor de Matemática.

6. Reflexões Finais

Ao selecionar formulação e resolução de problemas matemáticos como uma de suas estratégias didáticas, o professor poderá se deparar com algumas vantagens e dificuldades. Dentre estas, destacamos:

Entre as vantagens:

- Contribui para a superação da matematófobia ou ansiedade matemática;

- Propicia a utilização da língua materna como registro válido também nas aulas de Matemática;
- Amplia as possibilidades de compreensão sobre a natureza da Matemática;
- Contribui para o desenvolvimento da criatividade matemática, desde a Escola Básica;
- Apresenta maiores possibilidades de exploração da comunicação oral e escrita nas aulas.

Entre as dificuldades:

- A utilização, exagerada, de exercícios nas aulas;
- As concepções dos professores e alunos sobre a aula e as tarefas de Matemática.

Para uma maior e melhor exploração destas vantagens e a superação destas dificuldades aqui apontadas, faz-se necessário que o professor de Matemática, desde a formação inicial, conheça e utilize metodologias e recursos, que o façam refletir sobre a inadequação de suas concepções, centradas no ensino direto (PONTE, 2005; 2010).

Este conhecimento precisa ser adquirido teoricamente, com leitura de livros e artigos, de autores relevantes da Educação Matemática, com pesquisas que sugerem, empiricamente, a viabilidade das ideias defendidas neste campo de conhecimento. Além disso, desde o início da formação inicial, o futuro professor também precisa estar em contato e atuando na sala de aula real, em atividades das disciplinas da prática, como o Laboratório de Matemática, Prática de Ensino de Matemática e o Estágio Supervisionado. Os diversos Projetos de Pesquisa e Extensão, também podem trazer este ambiente de aprendizagem para o futuro professor, que muito lhe será útil.

A formação continuada também merece muita atenção, seja das autoridades educacionais, seja das universidades em suas atividades de pesquisa e extensão, particularmente. Neste sentido, esta instituição precisa contribuir para a atualização constante dos professores de Matemática, como fizemos neste projeto do Programa Observatório da Educação, da CAPES. Esta ação conectada com a Pós-Graduação e a Graduação é muito frutífera e traz excelentes resultados para todas as modalidades envolvidas.

7. Referências

AMADO, N.; CARREIRA, S.; FERREIRA, R. A. T. *Afeto em competições matemáticas inclusivas: A relação dos jovens e suas famílias com a resolução de problemas*. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2016.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros curriculares nacionais : terceiro e quartociclos: apresentação dos temas transversais / Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília : MEC/SEF, 1998. 436 p

D'AMBRÓSIO, U. A Educação Matemática Hoje: Porque e Como? In Palestra de Encerramento do XII ENEM (Encontro Nacional de Educação Matemática). São Paulo: SBEM-SP, 2016.

DAVIS, P. J.; HERSH, R. *A experiência matemática*. Tradução João Bosco Pitombeira. Rio de Janeiro: Livraria Francisco Alves, 1985.

KILPATRICK, J. Fincando Estacas: Uma tentativa de demarcar a Educação Matemática como campo profissional e científico. In *Zetetiké/UNICAMP*, v.4, n.5, jan./jun. 1996, pg.99-120.

MACHADO, N. Epistemologia e didática: as concepções de conhecimento e inteligência e a prática docente. São Paulo: Cortez Editora, 1995.

MEDEIROS, K.M. *A influência da Calculadora na resolução de problemas matemáticos abertos*. Educação Matemática em Revista. SBEM – Ano 10 – nº 14, 2003, p. 19-28.

MEDEIROS, K.M. & SANTOS, A.J.B. Uma experiência didática com a formulação de problemas matemáticos. In *Zetetiké (UNICAMP)*, São Paulo, Volume 15, p. 87-118, nº 28, 2007.

MEDEIROS, K.M. A Formulação e a Resolução de Problemas Matemáticos no Programa Observatório da Educação da CAPES: Potencialidades e Efetivações. In *Educação Matemática Em Foco*. UEPB, v. 5, n. 1, Jan/Jun 2016.

MIGUEL, A. Entre jogos de luzes e sombras: uma agenda contemporânea para a Educação Matemática brasileira. In Palestra de Abertura do XII ENEM (Encontro Nacional de Educação Matemática). São Paulo: SBEM-SP, 2016.

MORIN, E., Disponível em <<http://30anos.ipiaget.org/complexidade-valores-educao-futuro-edgar-morin/programa/conferencistas/edgar-morin/conceitos-chave.htm>> Acesso em 04/03/17.

POLYA, G. *A arte de resolver problemas*. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.

PONTE, João Pedro. *Gestão curricular em Matemática*. In: GTI (Ed.) O professor e o desenvolvimento curricular. Lisboa: APM, 2005.

PONTE, J. P. *Explorar e investigar em Matemática: uma actividade fundamental no ensino e na aprendizagem*. In: Revista UNIÓN n. 21, 2010, p.13-30.

PONTE, J. P., BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. *Investigações Matemáticas na Sala de Aula*. Belo Horizonte: Autêntica, 2013.

RBA Coleccionables, S.A., Espanha: 2008. (Volumes referentes a Jogos Matemáticos).

SILVA, J. C. Explorando Significados sobre Calculo Integral de Volumes por Meio de Formulação e Resolução de Problemas por Futuros Professores. 2015. Dissertação (Mestrado em Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática-UEPB) .

SILVA, M. R. A. Refletindo a Partir da Prática: Contribuições da Formulação e Resolução de Problemas Matemáticos no Estágio Supervisionado. 2015. Dissertação (Mestrado em Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática-UEPB).

SILVA, M. R. A. ; MEDEIROS, K. M. . Refletindo a partir da Prática: Contribuições da Formulação e Resolução de Problemas Matemáticos no Estágio Supervisionado. In: VIII Congresso Ibero-Americano de Educação Matemática, 2017, Madri. Miramos con Ilusion Hacia el Futuro de La Educación Matemática, 2017.

SINGH, S. *O último teorema de Fermat*. 2. ed. Tradução de Calife, J.L. Rio de Janeiro: Recobre, 1998.

WILMER, C. *Caderno de Álgebra Linear*. Editora Guanabara, Rio de Janeiro, 1989.

CAPÍTULO 2

FORMULAÇÃO E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS COM DESENHO ANIMADO

Pedro Romão Batista de Vasconcelos Pereira

Resumo

Este capítulo aborda a primeira das três *Propostas Inovadoras de Ensino-Aprendizagem* desenvolvidas por nós em uma escola estadual aqui de Campina Grande, a EEEFM Prefeito Williams de Souza Arruda, no âmbito do *Projeto Investigando a Formulação e a Resolução de Problemas Matemáticos na Sala de Aula: Explorando Conexões Entre Escola e Universidade*, pertencente ao *Programa Observatório da Educação*, da CAPES, do qual fomos bolsistas, na modalidade *Professor da Escola Básica*. Em tal Proposta, trabalhamos com a formulação e resolução de problemas matemáticos a partir de oito textos no sentido bakhtiniano, todos referentes a dois Temas Transversais que escolhemos previamente: Ética e Consumo. A parte final da Proposta Inovadora de Ensino-Aprendizagem foi destinada à construção de um desenho animado, no qual os problemas matemáticos formulados pudessem ser vistos.

Palavras-chave: Formulação e resolução de problemas; Textos no sentido bakhtiniano; Temas Transversais; Desenho animado.

1. Introdução

No período de 2013 a 2014 realizamos, no âmbito do projeto *Investigando a Formulação e a Resolução de Problemas Matemáticos na Sala de Aula: Explorando Conexões Entre Escola e Universidade*, pertencente ao Programa Observatório da Educação, três *Propostas Inovadoras de Ensino-Aprendizagem* na Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Prefeito Williams de Souza Arruda, localizada no bairro dos Cuités, em Campina Grande. A primeira delas envolveu a formulação e resolução de problemas matemáticos a partir de diferentes textos no sentido bakhtiniano; a segunda Proposta Inovadora teve como alicerce a formulação e resolução de problemas matemáticos a partir de materiais manipuláveis; já a terceira e última teve como base a tecnologia, mais especificamente a formulação e resolução de problemas matemáticos por meio da calculadora básica. Este capítulo abordará a primeira *Proposta Inovadora de Ensino-Aprendizagem* desenvolvida na escola e referenciada acima.

A *Proposta Inovadora de Ensino-Aprendizagem*, tema deste capítulo, foi realizada ao longo de cinco meses numa turma de 9º Ano, formada por 13 alunos(as), com idades entre 13 e 17 anos. Tendo um total de 15 encontros, a essência da Proposta consistiu em levar para a turma diferentes tipos de textos no sentido bakhtiniano para que os(as) alunos(as), em duplas e trios, tomando como ponto de partida os textos, pudessem formular e resolver problemas matemáticos. A parte final da Proposta consistiu em elaborar um desenho animado onde seriam inseridos alguns dos problemas matemáticos formulados e resolvidos em sala de aula.

O objetivo geral da nossa *Proposta Inovadora de Ensino-Aprendizagem* foi formular e resolver problemas matemáticos a partir de textos no sentido bakhtiniano e, a partir disso, construir um desenho animado, tendo como Temas Transversais a Ética e o Consumo, ampliando os significados referentes aos conteúdos nos quais os(as) alunos(as) da Paraíba demonstraram maior dificuldade na Prova Brasil no 9º Ano. Como objetivos específicos, tivemos: (1) formular e resolver problemas matemáticos a partir de oito textos no sentido bakhtiniano; (2) relacionar os números racionais com problemas do cotidiano; (3) representar os números inteiros na reta numérica; (4) explorar as diferentes representações dos números racionais; (5) planificar sólidos geométricos e estabelecer relações entre figuras planas e os próprios sólidos; e (6) criar um desenho animado.

2. Fundamentação teórica

2.1. A Formulação de Problemas Matemáticos

A resolução de problemas matemáticos tem se destacado no ensino da Matemática como uma das principais metodologias. De fato, por meio da resolução de problemas, pode-se suscitar e desenvolver grande parte das competências que se almeja que nossos(as) alunos(as) possuam. Outrossim, a formulação de problemas matemáticos tem sido apontada por educadores e pesquisadores como importante método para o ensino da Matemática. Segundo Medeiros e Santos (2007, p. 88):

[...] a actividade de formulação de problemas matemáticos é tão importante quanto a resolução de problemas. Ao passarmos para a sala de aula, aquela actividade passa a ter, ainda, uma importância primordial para os alunos, uma vez que está associada à sua criatividade.

No processo de construção de problemas matemáticos, não apenas a criatividade é explorada: a leitura e a interpretação são inerentes ao processo, tendo não apenas grande importância, mas sendo essenciais. Isso sem mencionar todo o trabalho de escrita textual, no qual se pode desenvolver e aperfeiçoar a linguagem – incluindo a linguagem matemática. A própria validação de um problema, isto é, a verificação, por parte do próprio formulador, se aquele problema faz sentido, se está coerente, se os dados fornecidos são suficientes ou insuficientes, mobiliza um conjunto não pouco vasto de conceitos e conhecimentos que podem tornar o processo suficientemente opulento e eficaz em aspectos variados.

2.2. Tipos de Problemas Matemáticos

Em nossa *Proposta Inovadora de Ensino-Aprendizagem*, para análise dos problemas formulados pelos(as) alunos(as), utilizamos os conceitos de problema matemático fechado e problema matemático aberto.

Um problema matemático fechado, ou problema-padrão, é um tipo de problema matemático muito utilizado no ensino tradicional. Algumas de suas principais características são: pode ser resolvido por meio da aplicação direta de uma ou mais operações e/ou fórmulas; possui uma única resposta certa e geralmente só pode ser resolvido de uma única maneira; disponibiliza no

próprio enunciado todos os dados necessários para se resolver o problema e quase sempre dados inúteis não são apresentados (MEDEIROS, 2001). Além disso, geralmente abordam o último conteúdo estudado pela turma, pois são muito utilizados para fixar os conteúdos.

Os problemas abertos, por outro lado, não possuem vínculo com os conteúdos recentemente estudados, não podem ser resolvidos pela aplicação direta de um algoritmo, possuem uma ou mais soluções e geralmente podem ser resolvidos de mais de uma maneira diferente.

Nem sempre, todavia, é fácil classificar um problema matemático em aberto ou fechado. O nível de conhecimento dos(as) alunos(as), por exemplo, pode fazer com que um mesmo problema matemático seja ora aberto ora fechado. Além disso, alguns problemas abertos podem apresentar certas características de problemas fechados, e vice-versa. Ainda neste capítulo, mais à frente, vamos classificar os problemas formulados pela turma em abertos ou fechados, dando ênfase, claro, aos problemas abertos e justificando o porquê da classificação.

2.3. Os Desenhos Animados

Segundo o dicionário Houaiss, o desenho animado é um *“filme composto de uma sequência de desenhos, cada qual ligeiramente diferente do seguinte, e tal que, uma vez filmados e projetados sobre uma tela, dão a ilusão de movimento”*. Possuem linguagem verbal e não-verbal, são largamente produzidos há décadas e, historicamente, sempre estiveram fortemente associados ao entretenimento. Em termos metodológicos, o desenho animado contempla uma abordagem lúdica e pode ser um valioso instrumento para favorecer o processo ensino-aprendizagem (GOMES et al, 2012).

Não obstante, a utilização dos desenhos animados no mundo da educação tem sido rara, e, quando ocorre, não se trata de uma construção, porém da utilização de um desenho animado tradicional já pronto e produzido por terceiros. No campo da Matemática, os materiais acerca do tema são escassos ou talvez até mesmo inexistentes: encontram-se, sem tantas dificuldades, material acerca de HQs e Matemática, todavia construção de desenho animado e Matemática parece ser algo tremendamente raro.

3. Metodologia

A *Proposta Inovadora de Ensino-Aprendizagem* foi desenvolvida durante cinco meses, começando no dia 22 de agosto de 2013 e terminando em 13 de dezembro daquele mesmo ano. Para tentarmos alcançar nossos objetivos, dividimos a Proposta em quatro etapas. Foram elas:

- 1ª etapa: Debate e reflexão acerca dos Temas Transversais;
- 2ª etapa: Formulação e resolução de problemas matemáticos a partir de oito textos no sentido bakhtiniano;
- 3ª etapa: Criação do roteiro de uma história para ser usada no desenho animado; criação dos diálogos, escolha dos personagens, gravação das vozes e montagem final do desenho animado;
- 4ª etapa: Publicação do vídeo contendo o desenho animado nos sites Vimeo e Youtube, bem como divulgação no site da escola (www.ewsa.com.br).

Ao todo foram 15 encontros com a turma inteira, mais alguns encontros com pequenos grupos de alunos(as) para a gravação dos diálogos para o desenho animado.

4. Dados e resultados

Para analisarmos os dados e os resultados, tomaremos como base três objetivos: (1) formular e resolver problemas matemáticos a partir de diferentes tipos de texto no sentido bakhtiniano; (2) explorar, nas atividades de formulação e resolução de problemas matemáticos, os conteúdos nos quais os(as) alunos(as) apresentaram desempenhos mais insatisfatórios referentes à Prova Brasil e ao SAEB no Estado da Paraíba; e (3) identificar as modificações estruturais ocorridas nos problemas formulados e resolvidos em relação aos problemas fechados e exercícios.

1º objetivo: Formular e resolver problemas matemáticos a partir de diferentes tipos de texto no sentido bakhtiniano

Foram, ao todo, oito encontros destinados para os(as) alunos(as) formularem e resolverem problemas matemáticos. Em cada encontro, foi levado um texto (no sentido bakhtiniano) diferente. Todos os textos levados para

sala de aula faziam referência a dois Temas Transversais: quatro mantinham relação com o tema Ética e quatro com o tema Consumo. Esses dois temas transversais foram os escolhidos para serem trabalhados na nossa primeira *Proposta Inovadora*. Abaixo, podemos conferir dois dos textos utilizados:

Figura 1: Anúncio de refrigerador



The image shows a screenshot of an e-commerce product page for a refrigerator. On the left, there is a product image of a silver refrigerator with a water dispenser. Above the image is a search icon and the text "Passe o mouse para ampliar". Below the image are several small thumbnail images. To the right of the image, the text reads: "FRETE GRÁTIS BRASIL*", "Refrigerador Electrolux Frost Free Duplex DWX51 com Dispenser de Água - 441 L - Inox", "(Cód. Item 1677801)", "(Cód EAN 7896584057119)", "Outros produtos **Electrolux**", a star rating of 5.0 (1 avaliação), "Leia 1 Avalie", and "Faça uma Avaliação". Below this is a "Selecione" section with a dropdown menu labeled "Selecione uma opção". At the bottom, the price is shown as "De: R\$ 3.599,00" and "Por: **R\$ 3.134,05** em até 12X de R\$ 261,17". There is also a "Economia de: R\$ 464,95" label. On the right side, there are promotional banners: "GANHE 1567 PONTOS" with a "multipontos" logo, a "Comprar Colocar no Carrinho" button, and a "Comprar com Garantia Estendida" button with a "G" logo. There is also an "Adicionar à Lista de Casamento" button.

Figura 2: Propaganda racista da Benetton



Para a realização das formulações e resoluções de problemas matemáticos, a turma foi dividida em pequenos grupos, na verdade duplas e trios, já que o número de alunos(as) da turma era baixo. A tabela a seguir mostra as datas dos encontros, os textos trabalhados, o número de alunos(as) presentes e o número de problemas formulados:

Tabela 1: Datas, textos, número de alunos(as) e número de problemas formulados em cada encontro

Data	Texto	Nº de alunos(as)	Nº de problemas formulados
10/09/2013	Notícia	11	4
17 e 19/09/2013	Anúncio de refrigerador	11	4
10/10/2013	Propaganda racista da Benetton	11	4
24/10/2013	Conta de água	7	3
31/10/2013	Vídeo sobre preconceito em relação à mulher	10	5
05/11/2013	Extrato bancário	11	6
14/11/2013	Gráfico estatístico	10	5
24/10/2013	Embalagem de lâmpada	10	5

Portanto, ao término de todos os encontros destinados às formulações, 36 problemas matemáticos foram formulados e resolvidos, malgrado quatro deles tenham sido considerados imprecisos e inadequados: um deles não foi precisamente um problema matemático, porquanto não havia pergunta e nem tampouco uma Proposta de atividade ou pesquisa; os outros três foram problemas matemáticos extremamente mal formulados, com frases inconsistentes ou mesmo com perguntas incoerentes e inadequadas quando contemplamos o contexto do problema. Além destes, outros quatro problemas matemáticos formulados apresentaram respostas erradas. Abaixo podemos conferir algumas imagens que mostram algumas dessas formulações.

Figura 3: Exemplo de formulação que não foi um problema matemático

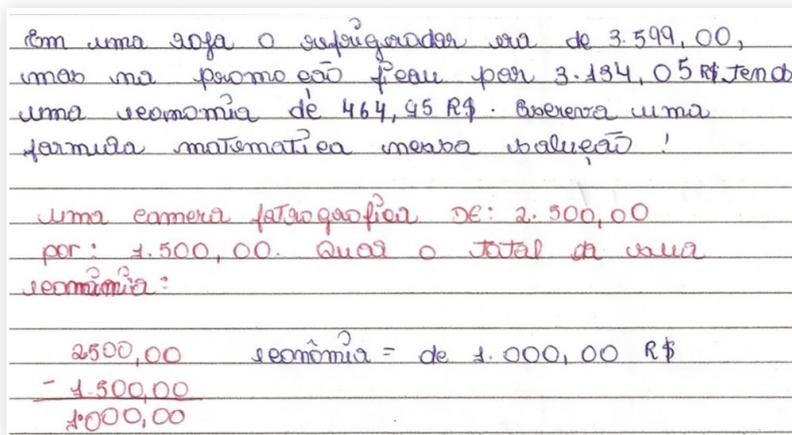
Busca de 53% da população são mulheres, ou seja, a maioria. Mas a mulher sendo a grande maioria na sociedade muitas profissões ainda a marginalizam. Observando a tabela abaixo vemos que a mulher exercendo a mesma função que o homem ganha em média 28% a menos.

Profissões	Homem	Mulher
Atendente(a)	800,00 R\$	576,00 R\$
Pedreiro(a)	900,00 R\$	648,00 R\$
Conferente(a)	950,00 R\$	687,00 R\$

Na Figura 3 mostrada acima, podemos conferir uma formulação, feita no sétimo encontro, que não apresenta pergunta ou problema a ser resolvido,

nem tampouco uma Proposta de investigação. Não foi considerado, dessa forma, um problema matemático.

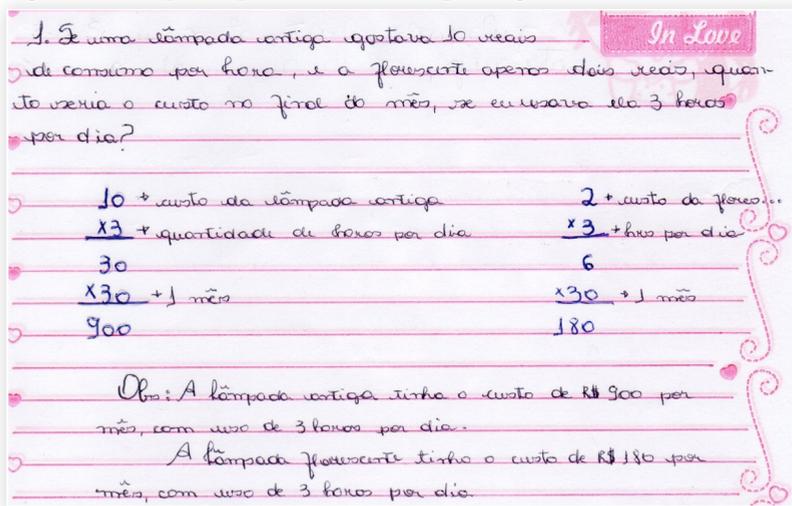
Figura 4: Exemplo de problema mal formulado



Notamos, no problema acima, a influência do ensino tradicional: o grupo que elaborou tentou criar uma situação envolvendo o conceito de função (assunto que eles estavam estudando naquele ano), porém inventaram um contexto onde não há variável dependente e variável independente, isto é, não há fórmula que associe dois valores de tal maneira que teríamos uma função.

Na figura 5, podemos ver um problema matemático fechado formulado por um dos grupos.

Figura 5: Exemplo de problema fechado que surgiu durante as formulações



Apesar de, em sua imensa maioria, os problemas formulados terem sido classificados como fechados, muitos pontos positivos podem ser elencados durante todo o processo no qual a turma formulou e resolveu problemas matemáticos. Alguns deles foram:

- Os(as) alunos(as) entenderam rapidamente a Proposta de elaborar problemas matemáticos;
- A turma se mostrou muito entusiasmada, principalmente quando cada grupo tinha que apresentar, explicar e resolver o problema matemático formulado para os demais grupos;
- Nenhum grupo deixou de formular.

Como pontos negativos, podemos citar:

- Dispersão de alguns/algumas alunos(as);
- Os problemas formulados, em sua grande maioria, foram exercícios;
- Muitos(as) alunos(as) demonstraram não entender o significado de alguns conceitos matemáticos que já deveriam dominar, como foi o caso do conceito de porcentagem;
- A ideia de problema aberto não foi das mais simples de ser compreendida. Na prática, os(as) alunos(as) demonstraram grandes dificuldades na elaboração de problemas abertos.

Considerações finais acerca desse objetivo

Conquanto tenham entendido rapidamente a Proposta no que se refere à formulação de problemas matemáticos, o nível dos problemas elaborados foi, por assim dizer, aquém do que gostaríamos, e essencialmente porque foram, em sua maioria, exercícios e sem um grau de dificuldade elevado. A maior parte explorou as quatro operações em problemas nos quais poucos cálculos eram o bastante para encontrar a solução procurada. A turma ficou na zona de conforto excessivamente e os problemas fechados reinaram.

2º objetivo: Explorar, nas atividades de formulação e resolução de problemas matemáticos, os conteúdos nos quais os(as) alunos(as) apresentaram desempenhos mais insatisfatórios referentes à Prova Brasil e ao SAEB no Estado da Paraíba

Como já mencionado, os Temas Transversais escolhidos para serem trabalhados na Proposta Inovadora de Ensino-Aprendizagem foram Ética e

Consumo. Quanto aos conteúdos que se pretendia explorar, escolhemos quatro conteúdos matemáticos nos quais os(as) alunos(as) da Paraíba do 9º Ano mais apresentaram dificuldades na Prova Brasil de 2012. Os conteúdos foram os seguintes:

- Planificação de sólidos geométricos;
- Unidade de medida de comprimento e de tempo;
- Representação de números inteiros na reta numérica;
- Representação dos números racionais.

A ideia originária era levar textos no sentido bakhtiniano para a turma que abordassem Ética e Consumo e que, além disso, pudessem instigar os(as) alunos(as) para que formulassem problemas envolvendo um dos quatro conteúdos citados acima, porém sem nossa interferência. No entanto, poucos conteúdos apareceram nos problemas. Abaixo, apresentamos uma tabela com os conteúdos matemáticos que foram abordados pelos(as) alunos(as) em cada encontro:

Tabela 2: Conteúdos que surgiram nas formulações e resoluções

Formulação nº	Conteúdos que apareceram
1	<ul style="list-style-type: none">• Multiplicação• Conceito de variável (função)• Unidade de medida de tempo
2	<ul style="list-style-type: none">• Subtração e divisão• Lei de formação de uma função (apenas no enunciado)
3	<ul style="list-style-type: none">• Quatro operações• Porcentagem
4	<ul style="list-style-type: none">• Quatro operações
5	<ul style="list-style-type: none">• Porcentagem• Subtração e multiplicação
6	<ul style="list-style-type: none">• Quatro operações• Porcentagem
7	<ul style="list-style-type: none">• Quatro operações• Porcentagem
8	<ul style="list-style-type: none">• Regra de três• Porcentagem• Quatro operações

Desses conteúdos, apenas no encontro nº 2 não apareceu algum conteúdo que gostaríamos. Nos demais encontros, apareceram, mas apenas dois

dos quatro selecionados: unidade de medida de tempo e porcentagem (este último se encaixando na representação dos números racionais).

Considerações finais acerca desse objetivo

Por um lado, consideramos insatisfatório o trabalho quando contemplamos esse segundo objetivo. Por outro lado, não obstante, pareceu-nos normal que não tenham aparecido, nas formulações, todos os conteúdos selecionados previamente, e por três razões: primeiro, os textos no sentido bakhtiniano levados para sala de aula e apresentados à turma permitem uma interpretação ampla, isto é, os problemas que dali surgem podem abordar praticamente qualquer conteúdo matemático; a segunda razão é que, como os quatro conteúdos selecionados foram justamente os que os(as) alunos(as) da Paraíba apresentaram maior dificuldade, é bastante plausível pensar que, tendo dificuldades em determinado conteúdo, os(as) alunos(as) não quisessem abordá-lo nas formulações; a terceira razão é, talvez, a mais determinante de todas: nós não interferimos nas escolhas dos(as) alunos(as), isto é, não houve indicação, de nossa parte, acerca dos conteúdos que deveriam aparecer nos problemas, tendo sido dada total liberdade para a turma formular problemas utilizando os conteúdos que quisesse. Assim, se por um lado apenas 50% dos conteúdos apareceram (e de forma insatisfatória), por outro lado isso é um indício de que os(as) alunos(as) realmente têm dificuldades nesses conteúdos, e é também uma manifesta consequência da liberdade de que dispunham. Além disso, outro ponto positivo foi detectado: a turma, em termos gerais, não formulou problemas utilizando os últimos conteúdos estudados pelos mesmos antes da implementação da Proposta Inovadora.

3º objetivo: Identificar as modificações estruturais ocorridas nos problemas formulados e resolvidos em relação aos problemas fechados ou exercícios

Já vimos que uma das trinta e seis formulações não foi exatamente um problema matemático. Dos trinta e cinco que sobraram, apenas dois foram considerados por nós como sendo problemas abertos. Assim, tivemos:

Tabela 3: Quantidade de problemas matemáticos abertos e fechados

Número de problemas abertos e fechados	
Problemas abertos	2 (5,7%)
Problemas fechados	33 (94,3%)

No que se refere à evolução dos problemas, isto é, à passagem da formulação de problemas fechados para a formulação de problemas abertos, não podemos afirmar outra coisa senão que não notamos uma grande evolução. Abaixo podemos ver uma tabela que mostra em quais encontros os problemas abertos foram formulados:

Tabela 4: Apareceram apenas dois problemas abertos durante as formulações

Número de problemas abertos por encontro	
1º encontro	0
2º encontro	0
3º encontro	1
4º encontro	0
5º encontro	0
6º encontro	0
7º encontro	1
8º encontro	0

Tendo em vista a quantidade escassa de problemas abertos, não se pode concluir que houve evolução efetiva nesse aspecto, mesmo porque, e isso fica claro ao observarmos a tabela, os dois problemas abertos apareceram em momentos que não permite que concluamos ter havido uma evolução ao longo dos encontros. Ainda assim, porém, notamos melhores resultados, mesmo que de forma sutil, depois de uma das reflexões realizadas com os(as) alunos(as) em sala de aula: nessa reflexão, que ocorreu entre o 6º e o 7º encontros, analisamos alguns dos problemas formulados até então e, ademais, estimulamos a turma, enfatizando algumas das principais características de um problema aberto, para que pudesse, nos encontros seguintes, formular problemas matemáticos abertos. O resultado foi que, conquanto o número de problemas abertos que apareceram não tenham demonstrado claramente uma evolução da turma, os(as) alunos(as) se esforçaram mais no momento da formulação, tentando, inclusive, resolver

os problemas formulados por mais de um caminho (ou estratégia), o que alguns até conseguiram. Além disso, notamos claramente uma evolução em alguns/algumas alunos(as): um exemplo foi uma aluna que, nos primeiros encontros, não estava formulando e tampouco ajudando os(as) companheiros(as) do grupo; ao percebermos isso, colocamos a referida aluna sozinha: começou a formular e a resolver exercícios simples nos primeiros encontros em que foi posta sozinha; terminou os encontros formulando problemas mais elaborados e bem escritos.

Colocamos logo abaixo dois problemas formulados e que consideramos problemas abertos:

Figura 6: Problema aberto referente à propaganda racista da Benetton



O problema da Figura 6 acima propõe algo até muito simples mesmo para um(a) aluno(a) com conhecimentos básicos em porcentagem, mas a forma como a Proposta é feita, como o problema é colocado, o torna um problema aberto, pois deixa uma abertura ampla, principalmente ao contemplarmos os possíveis caminhos que podem ser trilhados para a resolução do problema (figuras, proporção, cálculo direto e assim por diante), para quem for resolver o problema. Todavia, como já referido na fundamentação teórica, dependendo do nível de conhecimento que o(a) aluno(a) possua, esse tipo de problema matemático pode se apresentar como fechado.

estrutural ocorrida foi mínima e que, apesar das dificuldades que se apresentam quando vamos formular um problema aberto, o resultado poderia ter sido melhor se a reflexão que ocorreu depois do sexto encontro tivesse ocorrido antes e também se os(as) alunos(as) da turma estivessem mais habituados com o trabalho com problemas abertos.

O Desenho Animado Produzido

Inicialmente, tivemos a ideia de produzir uma história em quadrinhos para finalizar a Proposta Inovadora de Ensino-Aprendizagem. Mas logo depois, ao conhecer um serviço on-line que permitia a criação de histórias em quadrinhos animadas (o que vem a ser um desenho animado, evidentemente), mudamos a Proposta para que pudéssemos finalizar com a produção de um desenho animado envolvendo os problemas formulados em sala de aula. Essa parte da Proposta foi bem mais trabalhosa do que pensávamos no início.

O plano inicial para a construção do desenho era basicamente o seguinte: (1) elaborar uma história para ser contada via desenho animado; (2) escolher os problemas matemáticos formulados pela turma que entrariam na história; (3) gravar as vozes dos personagens; (4) construir um desenho animado por meio do site GoAnimate, que permite a construção de um desenho animado a partir da inserção de personagens (que o próprio site disponibiliza), das vozes, dos efeitos sonoros e das músicas de fundo. O plano era esse e efetivamente se consolidou, o porém é que algumas dessas etapas foram muito exaustivas.

A construção do desenho se deu a partir do dia 02 de dezembro daquele ano e perdurou até o dia 10 do mesmo mês. A elaboração da história foi uma das partes mais árduas, uma vez que tínhamos que criar e desenvolver uma história na qual os problemas matemáticos formulados pela turma pudessem ser inseridos, fazendo parte do contexto da própria história. Demos uma semana a eles (a semana anterior ao dia 02) para que pensassem em algo, em alguma história. Como nenhuma ideia considerada satisfatória surgiu, demos a ideia de trabalharmos com a questão de gêneros, um dos temas que a escola vinha trabalhando em sua Proposta pedagógica naquele quarto bimestre. Dessa forma, o desenho animado teria como base uma competição entre meninos e meninas para ver quem era mais “inteligente” em Matemática. A partir daí montamos os detalhes da história e todos os diálogos escritos. Depois, escolhemos alguns problemas matemáticos formulados durante a Proposta Inovadora de Ensino-Aprendizagem e partimos para uma das partes mais demoradas: gravação das vozes, que foi feita em sala de aula ao longo

de vários dias. Por fim, o desenho foi montado no site GoAnimate, e fizemos o processo de pós-produção do vídeo num software avançado de edição de vídeo chamado After Effects. A história era simples: um grupo de meninas conversavam quando um dos colegas de classe, um menino tido como “chato”, aparecia e começava a provocar as meninas dizendo ser melhor em Matemática, porque, segundo ele “as meninas são burras para Matemática”. Isso tudo desembocaria numa competição, elaborada pela turma, onde os meninos competiriam com as meninas num jogo de perguntas e respostas: era aí que os problemas matemáticos apareceriam.

No dia 13 de dezembro de 2013, o resultado final foi postado no serviço de vídeos on-line Vimeo para quem quisesse ver o desenho animado produzido e também para divulgar a *Proposta Inovadora de Ensino-Aprendizagem* recém-finalizada. O desenho ficou com 11 minutos e 42 segundos e aborda diretamente a questão do preconceito existente envolvendo as mulheres e o conhecimento matemático. Depois de alguns debates sobre essa questão em sala de aula, resolvemos finalizar a competição e o desenho mantendo certa igualdade no desempenho de meninos e meninas na resolução dos problemas matemáticos, haja vista que não há nenhuma prova concreta que demonstre uma inferioridade inata das mulheres nessa área.

Abaixo, podemos conferir algumas imagens:

Figura 8: Momento em que a turma estava vendo o esboço do desenho animado para propor mudanças e aperfeiçoamentos



Figura 9: Quadro capturado do desenho animado. O mesmo pode ser visto por meio do link <http://vimeo.com/81903818>



Na festa de formatura da turma em questão, o desenho animado foi exibido para todos(as) os(as) presentes, e o resultado foi muitos elogios e curiosidade por parte dos pais/mães e outros presentes.

5. Conclusão

A nossa *Proposta Inovadora de Ensino-Aprendizagem* foi positiva quando a contemplamos sob muitos aspectos. Não obstante, apresentou também, e isso se torna patente ao analisarmos os resultados, muitos pontos negativos. Um dos focos do nosso trabalho com a formulação de problemas matemáticos foi a produção de problemas abertos, tendo em vista que uma de nossas pressuposições foi justamente a ideia de que os problemas matemáticos abertos são mais adequados e possuem uma aplicabilidade maior no ensino do que os problemas fechados, estes últimos sendo muito úteis apenas para memorização de fórmulas e procedimentos.

Os problemas abertos, consideramos, portanto, superiores, no sentido de poderem propiciar maior desenvolvimento cognitivo, entre outros aspectos, quando exigem, por exemplo, interpretação e criação de estratégias para a sua resolução, e o objetivo era fazer com que a turma pudesse romper com o tradicional, deixando de lado os exercícios e produzindo problemas matemáticos que fomentassem a criatividade, a montagem de estratégias e

todas aquelas competências que, com os exercícios, fica difícil de abordar e desenvolver.

Não obstante, o que vimos nos resultados foi uma escassez de problemas abertos (algumas das possíveis causas para isso já foram referenciadas). Esse foi, com efeito, um aspecto da Proposta que poderia ter sido melhor; foi, por assim dizer, o seu ponto mais negativo. Por outro lado, a Proposta Inovadora foi literalmente *inovadora*: até mesmo para conseguirmos suporte teórico para o tema desenho animado e ensino de Matemática foi bastante difícil, e na verdade esse material, especificamente no ponto de criação de desenho e ensino, parece ainda não existir. Ademais, o resultado final, isto é, o desenho animado produzido ficou com ótima qualidade e, tendo em vista o fato de que alguns/algumas alunos(as) faziam referências a ele mesmo meses depois da Proposta ter sido encerrada, podemos supor com razoável segurança que marcou muitos integrantes daquela turma.

No que se refere à formulação de problemas matemáticos, nossa percepção, depois das três *Propostas Inovadoras de Ensino-Aprendizagem* realizadas, é a de que se trata de um método bastante maleável, podendo ser aplicado de diversos modos em diferentes turmas. Aplicamos, por exemplo, esse método de ensino numa turma da EJA do turno da noite, e o resultado foi muito positivo, envolvendo inclusive reescrita dos problemas considerados mais deficientes com a ajuda de toda a turma e apresentação dos problemas formulados para que os demais resolvessem. Como consequência dessas experiências em outras turmas da mesma escola, hoje acreditamos que alguns ajustes na forma como a Proposta foi aplicada poderia certamente ter produzido resultados diversos do que aqueles que obtivemos: tanto poderia ter sido pior, como melhor, indubitavelmente.

Referências

GOMES, Mariane de Paula; MACHADO, Mônica Teixeira da Costa; MANHÃES, Ana Claudia Tavares da Silva; SANTOS, Taís de Souza; SOARES, Rosana Aparecida Ravaglia. *Desenho Animado: Recurso Pedagógico no Processo Ensino-Aprendizagem de Educação Ambiental*. In: III Encontro Nacional de Ensino de Ciências da Saúde e do Ambiente. Niterói, 2012.

HOUAISS, A.; VILLAR, M. S., FRANCO, F. M. M. Dicionário Eletrônico Houaiss da Língua Portuguesa. Rio de Janeiro: Objetiva, 2009. Versão 3.0.

MEDEIROS, Kátia Maria de; SANTOS, Antônio José Barbosa dos. *Uma Experiência Didática Com a Formulação de Problemas Matemáticos*. In Zetetiké, São Paulo: UNICAMP, vol. 15, p. 87-118, nº 28, 2007.

MEDEIROS, Kátia Maria de. *O Contrato Didático e a Resolução de Problemas Matemáticos Em Sala de Aula*. In Educação Matemática Em Revista, São Paulo, nº 9/10, p. 32-39, SBEM, 2001.

CAPÍTULO 3

FORMULAÇÃO E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS A PARTIR DE TEXTOS NO SENTIDO BAKHTINIANO: INTERPRETANDO CONSUMO E MEIO AMBIENTE

João Freires Da Silva Filho

Resumo

Esta *Proposta Inovadora de Ensino-Aprendizagem* trata sobre formulação e resolução de problemas matemáticos na sala de aula. Neste sentido, procuramos identificar as concepções dos alunos sobre a formulação de problemas matemáticos e sobre a resolução destes problemas matemáticos. A referida pesquisa tem como foco: compreender como os alunos de uma turma do 2º Ano do Ensino Médio da Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Assis Chateaubriand, localizada em Campina Grande, concebem, formulam e resolvem problemas matemáticos a partir de diferentes tipos de textos no sentido bakhtiniano e identificar se os alunos fazem referências aos Temas Transversais que no caso são: Consumo e Meio Ambiente, já que os textos previamente foram selecionados pensando nesses temas. Os alunos participaram de 8 sessões de formulação e resolução de problemas matemáticos e uma palestra inicial sobre a relação dos Temas Transversais com a Matemática e, no final, foi realizado uma reflexão sobre as atividades.

Palavras-chave: Formulação e resolução e problemas matemáticos, Temas Transversais; Textos no sentido bakhtiniano. Consumo. Meio ambiente.

1. Introdução

Esta *Proposta Inovadora de Ensino-Aprendizagem* trata de um estudo de caso sobre a formulação e resolução de problemas matemáticos na sala de aula, será realizada com os alunos do 2º Ano no turno da manhã da Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Assis Chateaubriand no ano de 2013, esta escola localiza-se na cidade de Campina Grande – Paraíba. Neste sentido, o objetivo geral é analisar as concepções dos alunos a respeito da formulação e resolução de problemas matemáticos utilizando textos no sentido Bakhtiniano.

A motivação para essa pesquisa surgiu a partir de algumas inquietações no que diz respeito às inúmeras irregularidades nas relações de consumo, e a degradação gerada no meio ambiente em função de toda essa demanda consumista.

Todos nós adotamos diariamente o papel de consumidores, e sem assumir uma relação autônoma e consciente diante da prática do consumo, nos tornamos totalmente vulneráveis a esse mercado. Daí, entendemos que cada vez mais a sociedade necessita que o aluno adquira uma relação consciente nas questões que envolvam o consumo e compreenda sua relação direta com a qualidade de vida que queremos.

Objetivo Geral

Analisar como os alunos do 2º Ano da Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Assis Chateaubriand integram o saber, as estratégias ligadas aos conteúdos matemáticos e o escrever, na formulação e resolução de problemas, a partir de diferentes tipos de textos, e verificar quais resultados significativos podemos colher a partir dos dados aqui adquiridos e como metodologicamente melhorar o Ensino Aprendizagem no que diz respeito a estimular o pensamento matemático e a criatividade.

Objetivos Específicos

- Formular e resolver problemas matemáticos a partir de diferentes tipos de textos Bakhtiniano;
- Fazer com que o aluno percebe o uso da matemática como ferramenta fundamental no desenvolvimento de estratégias de resolução de problemas matemáticos e na criatividade;

- Propiciar ao aluno condições favoráveis para perceber a importância da matemática como um todo e não apenas no que se refere a algoritmos;
- Trabalhar os Temas Transversais: Consumo e o Meio Ambiente mostrando a importância no equilíbrio do consumo para preservação do Ambiente ;
- Estimular o uso da metodologia de formulação e resolução de problemas como uma ferramenta a mais em prol da melhoria da Educação Matemática na escola Estadual Assis Chateaubriand.

2. Fundamentação teórica

Ponte (1992) a matemática é geralmente tida como uma disciplina extremamente difícil, que lida com objetos e teorias fortemente abstratas, mais ou menos incompreensíveis. Para alguns salienta - se o seu aspecto mecânico, inevitavelmente associado ao cálculo. É uma ciência usualmente vista como atraindo pessoas com o seu quê de especial. Em todos estes aspectos poderá existir uma parte de verdade, mas o fato é que em conjunto eles representam uma grosseira simplificação, cujos efeitos se projetam de forma intensa (e muito negativa) no processo de ensino-aprendizagem.

Ponte (1992) afirma que os professores de Matemática são os responsáveis pela organização das experiências de aprendizagem dos alunos. Estão, pois, num lugar chave para influenciar as suas concepções. Como veem eles próprios a Matemática e o modo como se aprende Matemática. O interesse pelo estudo das concepções dos professores, tal como pelo estudo das concepções de outros profissionais e de outros grupos humanos, baseia-se no pressuposto de que existe um substrato conceitual que joga um papel determinante no pensamento e na ação. Este substrato é de uma natureza diferente dos conceitos específicos – não diz respeito a objetos ou ações bem determinadas, mas antes constitui uma forma de organizar - se, de ver o mundo, de pensar. Não se reduz aos aspectos mais imediatamente observáveis do comportamento e não se revela com facilidade – nem aos outros nem a nós mesmos.

Partindo desse pressuposto e buscando construir significados para o Ensino Aprendizagem da matemática, pode - se observar na formulação e resolução de problemas uma metodologia que integre o saber, o pensar e o escrever, segundo Medeiros e Santos (2007), a formulação de problemas matemáticos constitui um avanço qualitativo nesta nova relação do aluno com a Matemática, pois através dela o aluno familiarizar-se com as características de

um problema matemático e as compreendera melhor; além disso, utilizara a sua criatividade.

O documento Brasil (1998), traz como exemplo do que referimos acima, a questão ambiental. De acordo com tal documento, faz-se necessário uma abordagem que envolva diferentes disciplinas, uma vez que a questão ambiental não é compreensível apenas a partir das contribuições da Geografia. Diante disto, a opção pela transversalidade tem como objetivo que os temas integrem áreas convencionais, nas quais se encontram as disciplinas, como a Matemática, de forma a estarem presentes em todas, relacionando-se questões da atualidade. Neste sentido, tais temas também se constituem em orientadores do convívio escolar.

Ainda com os Temas Transversais é importante comentar a questão da articulação entre temas. Desse modo, há objetivos e conteúdos muito próximos deles ou coincidentes. Um exemplo, assinalado no documento Brasil (1998), é o consumo. A discussão sobre este tema traz objetivos e conteúdos fundamentais relacionados com a questão ambiental, a saúde, a ética.

3. Metodologia

A fim de operacionalizar os objetivos acima propostos, o projeto aqui apresentado será metodologicamente desenvolvido numa pesquisa qualitativa (PONTE, 2006) numa sala de aula da escola pública estadual de Ensino Fundamental e Médio Assis Chateaubriand, localizada na cidade de Campina Grande, sendo dois Temas Transversais distintos utilizados na formulação e na resolução de problemas matemáticos desenvolvidos pelos alunos: o consumo e o meio-ambiente.

Para que estes objetivos se concretizem será realizado um total de 10 encontros, nos quais os alunos irão se deparar com textos distintos, sendo quatro inserido o tema transversal Consumo e os outros quatro constarão o Tema Transversal Meio Ambiente, no primeiro momento teremos uma palestra que durará cerca de 60 minutos onde serão apresentados todos os temas transversais de forma sucinta, existentes e suas ligações com a matemática, posteriormente os alunos irão receber um textos para que possam ler, compreender, formularem e resolverem problemas matemáticos.

A sala de aula pesquisada é o 2º ano turma B no turno manhã, composto de 32 alunos e estes serão divididos em 8 grupos contendo 4 alunos em cada grupo.

Após cada encontro será realizado por mim um análise sobre a atividade realizada a fim de perceber se os objetivos foram alcançados, cada texto utilizado ira se relacionar com os apresentados na escala de desempenho da matemática para o ensino médio, que neste projeto os escolhidos foram:

Resolvem problemas calculando o valor numérico de uma função e identificando uma função do 1º grau, calcular a probabilidade de um evento em um problema simples, utilização do conceito de PG para identificar o termo seguinte de uma sequência dada e resolução de problema de cálculo de distâncias e alturas usando razões trigonométricas

Deseja – se verificar se os alunos ao formularem e resolverem problemas matemáticos a partir dos textos apresentados percebam a presença dos temas já referidos anteriormente e se os mesmo inicialmente formularão seu problemas acionando os conteúdos aqui elencados

Nosso cronograma se desenvolvera de Agosto até Novembro e findando as atividades desse semestre será escrito um relatório sobre o projeto e culminara em artigos a fim de serem apresentados tanto para a comunidade acadêmica como para os demais setores relacionados a educação.

4. Resultados

Com o desenvolvimento do projeto esperamos que os alunos identifiquem a presença dos temas transversais Consumo e Meio Ambiente e além dessa identificação, sejam capazes de nas formulações e resolução dos problemas matemáticos utilizarem os conteúdos aqui descritos na metodologia. Foram, ao todo, oito encontros destinados para os(as) alunos(as) formularem e resolverem problemas matemáticos. Em cada encontro, foi levado um texto no sentido bakhtiniano diferente. Todos os textos levados para sala de aula faziam referência a dois temas transversais: quatro mantinham relação com o consumo e quatro com o Meio Ambiente.

Esses dois Temas Transversais foram os escolhidos para serem trabalhados na proposta inovadora. Para a realização das formulações e resoluções, a turma, que era um 2º Ano, foi dividida em pequenos grupos, na verdade quartetos. A tabela abaixo mostra as datas dos encontros, os textos trabalhados, o número de alunos(as) presentes e o número de formulações:

Sessão	Data	Abordagem	Número de Formulações	Quantidade de Alunos	Eixo Temático
1º	29 de Agosto de 2013	Palestra sobre os temas transversais e a matemática, em seguida Irão assistir um vídeo sobre consumo de alimentos fora de casa.		32	Explicitando a relação dos temas transversais com a matemática
2º	05 de Setembro de 2013	Texto sobre Cartão de Crédito	07	28	Consumo
3º	12 de Setembro de 2013	Gráfico sobre o numero de Animais em extinção por ano	08	32	Meio Ambiente
4º	19 de Setembro de 2013	Cartaz sobre Promoção em Shopping	07	28	Consumo
	26 de Setembro de 2013	Reflexão sobre atividades		28	
5º	01 de Outubro de 2013	Charge sobre Desmatamento	08	32	Meio Ambiente
6º	10 de Outubro de 2013	Tabela Conta de Água e Energia	06	24	Consumo
7º	17 de Outubro de 2013	Foto Homem ao lado de uma arvore	07	28	Meio Ambiente
8º	07 de Novembro de 2013	Vídeo sobre Aumento da Alimentação Fora de Casa	04	16	Consumo
9º	14 de Novembro de 2013	Desenho fotografo e uma montanha	06	24	Meio Ambiente
10º	21 de Outubro de 2013	Reflexão sobre atividades		05	

Das formulações realizadas foi percebido alguns pontos positivos tais como:

- Os(as) alunos(as) entenderam rapidamente a proposta de formular problemas matemáticos;
- Cada grupo tinha que apresentar, explicar e resolver o problema matemático formulado para os demais grupos;
- Nenhum grupo deixou de formular.

Como pontos negativos, podemos citar:

- Dispersão de alguns/algumas alunos(as);
- Os problemas formulados, em sua grande maioria, foram exercícios;
- Muitos(as) alunos(as) demonstraram não entender o significado de alguns conceitos matemáticos que já deveriam dominar.

5. Conclusão

Conquanto tenham entendido rapidamente a proposta no que se refere a formulação de problemas matemáticos, o nível dos problemas elaborados foi, por assim dizer, baixo, e essencialmente porque foram, em sua maioria, exercícios, e exercícios sem um grau de dificuldade elevado. A maior parte explorou as quatro operações fundamentais em problemas nos quais poucos cálculos eram o bastante para encontrar a solução procurada. A turma ficou na zona de conforto excessivamente.

Por outro lado, não obstante, pareceu-nos normal que não tenham aparecido, nas formulações, todos os conteúdos selecionados previamente, e por duas razões: primeiro, os textos no sentido bakhtiniano levados para sala de aula e apresentados à turma permitem uma interpretação ampla, isto é, os problemas que dali surgem podem abordar praticamente qualquer conteúdo matemático; a segunda razão é que, como os quatro conteúdos selecionados foram justamente os que os(as) alunos(as) da Paraíba apresentaram maior dificuldade, é bastante plausível pensar que, tendo dificuldades em determinado conteúdo, os(as) alunos(as) não quisessem abordá-los na formulação.

Assim, se por um lado isso é um indício de que os(as) alunos(as) realmente têm dificuldades nesses conteúdos. Além disso, um outro ponto positivo foi detectado: a turma não formulou problemas utilizando os últimos conteúdos estudados pelos mesmos antes da aplicação da proposta inovadora.

Os problemas abertos são pouco trabalhados nas escolas: os exercícios ou problemas fechados aparecem de forma massiva. Os próprios livros didáticos trazem poucos problemas abertos. Além disso, a formulação de problemas matemáticos abertos é bem mais complicada do que a formulação dos problemas fechados. Isso explica, em parte, o número baixo de problemas.

De forma geral, a mudança estrutural ocorrida foi mínima, apesar das dificuldades que se apresentam quando vamos formular um problema aberto, o resultado poderia ter sido melhor se a turma estivessem mais habituados com os problemas abertos.

Referências

MEC. *Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) para o Ensino Médio: Orientações complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Ciências da Natureza, Matemática e suas tecnologias / Secretaria de Educação Tecnológica* – Brasília: MEC;

PONTE, J. P. Concepções dos Professores de Matemática e Processos de Formação. In M. Brown, D. Fernandes, J. Matos e J. Ponte (Coords.), *Educação Matemática* (pp. 185-239). Lisboa: Instituto de Inovação Educacional, 1992.

Estudos de caso em educação matemática. In *BOLEMA*, 25 (19), 105-132. 2006. ZETETIKE- Cempem – FE – Unicamp – v. 15 – n. 28 – jul./dez. – 2007
Uma Experiência Didáctica com a Formulação de Problemas Matemáticos
Kátia Maria de Medeiros e Antônio José Barboza dos Santos

SILVA, J.M. *Formulação de problemas matemáticos sobre consumo*. Monografia apresentada no Curso de Especialização em Educação Matemática para o Ensino Médio. Campina Grande: UEPB, 2011.

Anexos

1º Texto

Quando o brasileiro fica devendo no cartão de crédito, ele pode ver a sua dívida dobrar em apenas oito meses. Já quando põe dinheiro na poupança, o tipo de aplicação mais popular, tem que esperar nada menos que 14 anos e um mês para ver o seu capital multiplicar por dois.

Mesmo depois de toda essa espera, o poupador não teria muito o que comemorar. Seu rendimento já teria sido superado, com folga, pelo aumento dos preços, que, pela taxa de inflação atual, duplicariam em menos tempo.

Considerando os juros praticados em dezembro, veja quanto tempo alguns tipos de dívida levariam para dobrar.

Dívida com **cartão de crédito**: levaria 8 meses para dobrar

Dívida de **cheque especial**: levaria 9 meses para dobrar

Dívida de **empréstimo pessoal em financeiras**: levaria 10 meses para dobrar

Dívida de **comércio**: levaria 17 meses para dobrar

Dívida de **empréstimo pessoal em bancos**: levaria 24 meses para dobrar

A linha referente ao comércio pode ser lida da seguinte forma: quando o consumidor parcela uma compra em 17 vezes, com os juros citados, ele paga o dobro pelo produto, em comparação com o preço à vista.

<http://direitosdodevedor.com.br/?p=459>

Formulação:

Se eu tiver uma dívida de R\$ 200,00 no cartão de crédito e não efetuar o pagamento quando deverei após os 2 anos?

Resolução:

A cada 8 meses o valor da dívida dobra logo em um ano teremos 3 grupos de 8 meses logo:

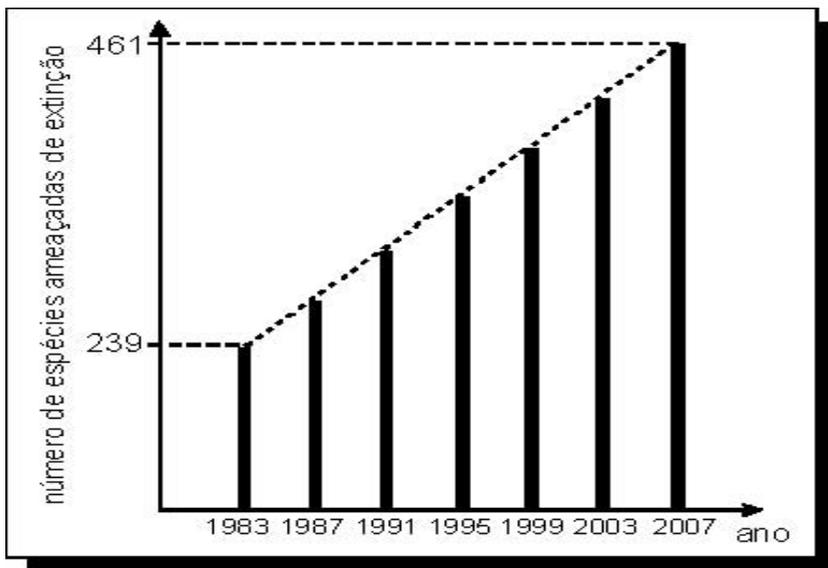
(200 , 400 , 800)

x 2 ; x 2 ;

8 meses, 16 meses, 24 meses

Outra exploração para chegar aos R\$ 800,00 na poupança levaria quantos anos

2º texto



Formulação

O gráfico mostra a relação entre o numero de animais em extinção em relação ao ano, continuando nesse aspecto em que ano o numero de animais em extinção atingirá 535?

Resolução:

Pelo gráfico observa – se que em 24 anos o numero de animais em extinção era de 222, assim teríamos 9,25 animais por ano, logo poderemos montar a seguinte tabela:

Posição	Em:	Quantidade	Fórmula
0	1983	239	$f(x) = 9,25x + 239$
4	1987	276	
8	1991	313	
12	1995	350	
16	1999	387	
20	2003	424	
24	2007	461	
28	2011	498	
32	2015	535	

Texto 3

Promoção
Liquidada Folia Inverno
Shopping Russi&Russi Itapema

Aqueça suas compras
e concorra a um **carro Celta 0km**
e uma **moto CG 125 0km**

A cada R\$ 50,00 em compras = 1 cupom

Data dos Sorteios:
Moto - 25 de Fevereiro de 2012 | Carro - 08 de Dezembro de 2012

Para mais informações consulte
o regulamento da promoção
acessando o site
www.russirussi.com.br
Deposite seu cupom nas urnas localizadas
no Shopping Verão Russi&Russi Itapema.

Shopping VERÃO
RUSSI & RUSSI
DESDE 1991

Formulação:

Um Shopping que esta em liquidação distribui cupons para clientes que comprarem R\$ 25,00. Foram distribuídos 5000 cupons. Uma pessoa que depositou 150 cupons tem quantas probabilidades de ganhar.

Resolução:

% de chances de ganhar

Texto 4



Formulação:

De acordo com a charge o índio vê sua terra desmatada e sem possibilidade de área para plantio e subsistência, daí a necessidade de distribuir cestas básicas para sobreviver. Considerando que em janeiro de 2013 foram distribuídos 100 cestas básica e que a cada mês o numero de cestas básicas dobram , em 6 meses, serão distribuídas quantas cestas?

Resolução:

Como a cada mês dobra a distribuição de cestas básicas e em janeiro foram distribuídos 100 cestas e uma ano teremos 12 termos a descobrir logo:

(100, 200, 400, 800, 1600, 3200)

Portanto em 6 meses serão distribuídos 6300 cestas básicas

Texto 5

Companhia de Eletricidade			
Fornecimento		Valor - R\$	
401 kWh x 0,13276000		53,23	

Companhia de Saneamento			
TARIFAS DE ÁGUA/m ³			
Faixas de consumo	TARIFA	CONSUMO	VALOR - R\$
até 10	5,50	tarifa mínima	5,50
11 a 20	0,85	7	5,95
21 a 30	2,13		
31 a 50	2,13		
acima de 50	2,36		
TOTAL			11,45

Formulação:

No quadro abaixo estão as contas de luz e água de uma mesma residência. Além do valor a pagar, cada conta mostra como calculá-lo, em função do consumo de água (em m³) e de eletricidade (em kWh). Observe que, na conta de luz, o valor a pagar é igual ao consumo multiplicado por um certo fator. Já na conta de água, existe uma tarifa mínima e diferentes faixas de tarifação.

- Suponha que, no próximo mês, dobre o consumo de energia elétrica dessa residência. Quanto será o novo valor da conta?
- Suponha agora que dobre o consumo de água. Quanto será o novo valor da conta?

Resolução:

- Nesta situação o consumo passaria de 401 KWH para 802 KWH e o valor da conta seria $802 \times 0,13276 = R\$ 106,47$. Praticamente o dobro do valor da conta.
- Pela tarifa notamos que o residente pagou R\$ 5,50 por 10m³ gastos e R\$ 5,95 pelos 7m³ que excederam 10m³, ou seja, foram gastos 17m³

Se o consumo fosse o dobro, isto é 34m^3 , o valor da conta seria R\$ 5,50 pelos primeiros 10m^3 , $0,85 \times 10 = \text{R\$ } 8,50$ pelos 10m^3 entre 11 e 20m^3 e $2,13 \times 14 = \text{R\$ } 29,82$ pelos 14m^3 que excedem 20m^3 (note que o valor da conta onde o consumo está entre 21 a 30 e 31 a 50 é o mesmo). Portanto o valor da conta seria $5,50 + 8,50 + 29,82 = \text{R\$ } 43,82$.

Texto 6



Formulação:

Paulo de 1,80 m de altura se põe a frente de uma árvore que dista 4,80m de onde ele está e a vê sob um ângulo de 30° . Considerando a ilustração determine a altura da árvore.

Resolução:

$$\text{Sen } 30^\circ =$$

$$X = 2,40\text{m}$$

Como Paulo tem 1,80m e a árvore tem 2,40m então a altura total da árvore será de: $2,40 + 1,80 = 4,2\text{m}$

Texto 7



Formulação:

Um restaurante cobra de seus clientes um preço fixo de 15,00 por pessoa no almoço e 12,00 fixo no jantar. Certo dia, dos 120 clientes que compareceram a esse restaurante x foram atendidos no jantar. Se foram gastos R\$ 6,00 no preparo de cada refeição, a expressão que define o lucro l , em reais, obtido nesse dia, em função de x será de:

Resolução:

Dado: Se 120 compareceram durante todo o dia e x compareceram durante o jantar, então o número de clientes durante o almoço é de $120-x$.

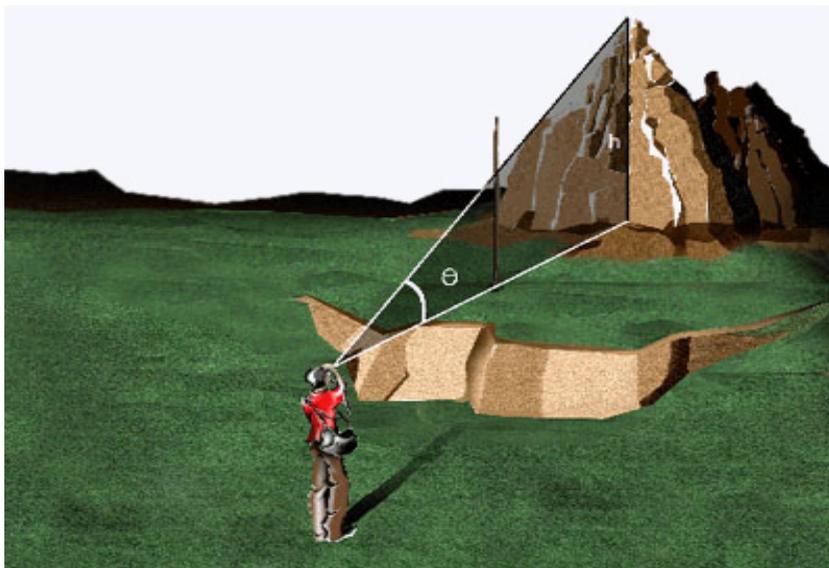
Resolução: Lucro = (Clientes almoço.preço) + (Clientes Jantar. preço) - (nºclientes.custo de cada prato)

$$L = 15 \cdot (120 - x) + 12x - 120 \cdot 6$$

$$L = 1800 - 15x + 12x - 720$$

$$L = 1080 - 3x$$

Texto 8



Formulação:

Um fotógrafo deseja levar de recordação a imagem de uma montanha que tem 12 m de altura e encontra-se a 24m da mesma, logo para conseguir o enquadramento perfeito ele terá que posicionar a câmera sob um ângulo de quantos graus?

Resolução:

$\text{Sen } \alpha = \frac{12}{24}$ logo:

$\text{Sen } \alpha = \frac{1}{2}$

$\alpha = 30^\circ$

CAPÍTULO 4

FORMULAÇÃO E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ENVOLVENDO NÚMEROS IRRACIONAIS POR MEIO DA CALCULADORA

Joseane Mirtis de Queiroz Pinheiro³

Resumo

O presente trabalho tem como objetivo a formulação e a resolução de problemas envolvendo números irracionais usando a calculadora como facilitadora no processo de compreensão e de aprendizagem. Foi realizado numa turma de 9º Ano do Ensino Fundamental, em oito momentos distintos, da Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio João de Oliveira Chaves, localizada no Município de Monteiro-PB. Esse processo de intervenção visa melhorar os indicadores de avaliação nacional das escolas públicas do Estado da Paraíba e, ao mesmo tempo, defender a ideia de que a calculadora, recurso tecnológico acessível nos dias de hoje em sala de aula, ajuda a facilitar tarefas matemáticas, não servindo apenas como instrumento de cálculo, mas também de verificação de resultados, correções de erros e autoavaliação. Também perceber e analisar a interação e a importância das três capacidades: Formulação, resolução de problemas e uso da calculadora para a aprendizagem Matemática, no trabalho com Números Irracionais. Exploramos problemas de cálculos com valor de Pi (π) e diagonal do quadrado até chegarmos ao número de ouro, sendo este um número que carrega muitos mistérios em relação à sua origem e à sua ligação com a natureza, além de ser considerado o representante matemático de sua perfeição.

Palavras-Chave: Resolução de problemas; calculadora; Números Irracionais; Formulação de problemas.

³ Graduada Em Matemática; Especialista Em Matemática e Avaliação pela UFPE.
E-mail: joseanemirtes@hotmail.com

Introdução

A resolução de problemas é a metodologia de ensino que mais tem favorecido o desenvolvimento de capacidades no aluno, por permitir que este pense produtivamente de modo a construir seu próprio saber a partir de experiências ligadas às situações reais de vida. Os Parâmetros Curriculares Nacionais (1998, p. 40) afirmam que os conhecimentos matemáticos ganham significado quando os alunos têm situações desafiadoras para resolver e trabalham para desenvolver suas estratégias de resolução. Com isso é possível compreender que o professor ao propor essas situações a seus alunos deve considerar que os conceitos matemáticos encontram-se interligados em um único contexto e que o aluno é capaz de mobilizar seus saberes e as informações que lhe são oferecidas para o desenvolvimento de suas estratégias e com isso ampliar seu conhecimento matemático, sua visão sobre o problema e sua autoconfiança.

A calculadora é um recurso tecnológico presente em muitas atividades do dia a dia das pessoas além de ser acessível à sala de aula. Não se concebe mais um ensino de Matemática onde os problemas são trabalhados sem compreensão e os cálculos realizados por procedimentos repetitivos. Apesar disso, há controvérsias quanto ao uso da calculadora por parte de alguns professores que justificam não ser favorável a seu uso, pois segundo eles, inibe o raciocínio do aluno, ou por que não são utilizadas em concursos ou vestibulares (Medeiros, 2003). A Autora ressalta ainda que:

“...fazer contas com os algoritmos habituais também não há raciocínio, há uma repetição de procedimentos, que na maioria das vezes o aluno decora sem entender o significado”.

“...que o problema não é usar a calculadora, mas trabalhar os cálculos sem compreensão. O aluno não vê sentido no que está fazendo”.

“Usar a calculadora, no entanto, não impede os alunos de sabermos calcular o necessário...”

A formulação de problemas é muito importante no currículo da matemática sendo uma ferramenta necessária para o desenvolvimento de capacidades e habilidades nessa área. Deve estar fundamentada em contextos reais e acontecer a qualquer momento do trabalho com problemas. Ao formular problemas os alunos podem criar novas situações ou reformular alguns já existentes (GONTIJO, 2006). ENGLISH (1997) citado por GONTIJO (2006)

considera que esta estratégia representa um *insight* para o professor acerca dos estudantes, pois lhe permite compreender os conceitos e processos matemáticos, bem como suas concepções a respeito das atividades desenvolvidas, suas atitudes em relação à matemática e sua capacidade criativa. MEDEIROS (1999) classifica os problemas em fechados e abertos. O primeiro corresponde àquele em que o aluno se utiliza de um procedimento padrão para resolver. Enquanto o segundo permite que o aluno busque uma solução.

Considerando a resolução de problemas como ponto inicial para a aprendizagem significativa em Matemática e o uso de recursos tecnológicos, neste caso a calculadora, como meios que podem favorecer essa aprendizagem, se faz necessário repensar o Ensino de Matemática voltado para prática, onde o professor possa conhecer diversas formas de trabalho em sala de aula e com isso possa construir sua prática. Muitos avanços têm ocorrido em relação ao ensino de Matemática, muitos deles decorrentes de resultados de avaliações feitas pelo sistema educacional que apresentam resultados insatisfatórios. Porém esses avanços ainda são modestos, precisamos de algo mais efetivo, investimentos em formação e políticas educacionais sérias. Discursos de mudança estão presentes em vários documentos oficiais que orientam o ensino, mas não se efetivaram, ainda, na prática.

Entendendo que todos esses fatores refletem na escola, no ensino e na aprendizagem de Matemática, propomos esse trabalho de intervenção buscando contribuir com uma prática significativa, partindo do contexto em que o aluno está inserido, considerando sua faixa etária escolar e os conceitos que possam ter construído desde os primeiros anos do Ensino Fundamental para ampliar esses conceitos através de discussões, formulações e resolução de problemas usando a calculadora, por entender que esse recurso pode auxiliar os alunos, de forma inteligente, minimizando processos exaustivos de cálculos desnecessários, pois o que deve ser valorizado são os processos de raciocínio que favorecem as estratégias desenvolvidas por eles nas soluções dos problemas.

Metodologia

Os dados apresentados neste trabalho foram colhidos durante as atividades planejadas e realizadas com a professora e a turma, no ano de 2014 entre os meses de novembro e dezembro. Com um efetivo de vinte quatro alunos, dividimos a sala em seis grupos de quatro alunos para facilitar nosso trabalho e poder atender a todos. Nosso planejamento foi organizado em oito

momentos distintos, incluindo entrevista com a professora e atividades com os alunos, ambas, na Escola. Cada momento teve a duração de, aproximadamente, uma hora e meia. Os registrados foram feitos por meio de gravação de áudio e fotografias. O motivo pelo qual nos levou a escolher essa turma foi o fato dela representar a etapa final do Ensino Fundamental, visto que nessa fase, os alunos estão consolidando conceitos e passam por avaliações externas importantes, como ocorre em todas as escolas Estaduais, que fazem um diagnóstico geral da qualidade do Ensino do Estado, possibilitando a análise de avanços e dificuldades existentes para que sejam planejadas ações que viabilizem suas soluções.

Para melhor analisarmos os dados, elegemos para a entrevista com a professora duas categorias: *Importância e uso de materiais tecnológicos nas aulas de Matemática e a importância de se trabalhar com resolução e formulação de problemas em Matemática*. Que nos permitiu conhecer suas concepções acerca do tema em estudo. As atividades realizadas com os alunos nos permitiu avaliar tanto o nível de aprendizagem quanto os conceitos trabalhados em Matemática, previamente estabelecidos no Currículo para essa modalidade. Ao final do trabalho com os alunos, aplicamos um questionário com base nas seguintes categorias: *avaliar o uso da calculadora como recurso facilitador no processo de cálculo e a Formulação e Resolução de Problemas como estratégias de aprendizagem em Matemática*.

Os instrumentos de coleta de dados que utilizamos foram: o questionário de perguntas da entrevista com a professora, as atividades escritas desenvolvidas pelos alunos em cada momento de intervenção e o questionário final aplicado ao aluno. Na realização de nossos trabalhos, utilizamos: apostilas, textos, slides, vídeo e calculadoras. Tanto nas oficinas quanto nas atividades propostas fizemos uso de discussões e explicações orais, intervenções nos grupos e atividades práticas envolvendo os alunos. O planejamento de cada momento juntamente com as atividades aplicadas aos alunos e os roteiros de perguntas dos questionários da professora e dos alunos encontram-se nos anexos.

Resultados esperados

Em cada etapa de desenvolvimento do nosso trabalho, acompanhamos de perto as dificuldades encontradas por professores e alunos em relação ao ensino público. Percebemos que tanto os fatores externos (sociais, econômicos, culturais) quanto os internos (desvalorização, indisciplina, estrutura

física) afetam à qualidade do ensino e da aprendizagem aos quais desejamos e que são comuns a qualquer escola de nosso País. É um desafio constante a busca de resultados satisfatórios diante desse cenário de indisciplina, desvalorização e de falta de investimento público. Nossa entrevista com a professora e os trabalhos desenvolvidos em sala de aula com os alunos, refletem um pouco essa realidade.

Em nosso contato com a professora durante a entrevista perguntando sobre o uso de materiais tecnológicos nas aulas de matemática, ela nos disse ser “uma faca de dois gumes”, pois o professor muitas vezes não tem habilidade para utilizar e as escolas não possuem estrutura de suporte para esse material. Que ele pode influenciar no modo de ensinar Matemática, que eles gostam de usá-los, pois segundo ela a aula fica “diversificada”, mas que existe a deficiência em relação à utilidade e aplicabilidade às situações de aprendizagem. Acrescenta que as formações são apenas teóricas e lhes faltam a prática, a forma como fazer. Assim os utilizam mais para aprendizagem de determinado conteúdo e por a escola não dispor de laboratório, até mesmo os materiais que confeccionam com os alunos são descartados por falta de espaço pra guardar. Que a calculadora ajuda por um lado e pode atrapalhar por outro, pois o aluno pode “montar” nela somente (usá-la pra todos os cálculos) e por isso não a utiliza muito. A formulação e resolução de problemas, afirma ser importante, mas que nunca trabalhou com formulações, apenas com problemas.

Ao iniciarmos o trabalho com os alunos, conversamos com eles sobre as atividades a serem desenvolvidas de acordo com nosso planejamento envolvendo números irracionais e a calculadora, organizado em oito encontros, eles ficaram empolgados por ser um trabalho diferente. Percebendo um pouco de indisciplina, por parte deles, resolvemos estabelecer um contrato didático entre o professor e a turma na intensão de minimizar conflitos futuros. De início, fizemos um levante de conhecimentos prévios através de questionamentos sobre o tema em estudo, apresentamos à calculadora, deixamos que a manuseassem livremente, distribuímos uma apostila contendo o tema em discussão na qual propomos a resolução de algumas atividades com cálculos de raízes aproximadas, já utilizando a calculadora. A reflexão sobre essa atividade já fez com que eles percebessem que a calculadora facilitou os cálculos, apesar de ter surgido algumas dificuldades, pois eles não costumavam trabalhar com aproximações, usavam mais as raízes exatas. Procuramos discutir com eles a importância desses cálculos e sua utilidade

e, através de nossas intervenções nos grupos, as dificuldades foram sendo sanadas. A calculadora também não é muito utilizada por eles em sala, segundo eles, não tem permissão para usar, somente nas atividades do dia a dia fora da escola.



Fonte: Registros nossos

Em outro momento, realizamos oficinas envolvendo outros irracionais, como o valor de π (π), que obtivemos através da razão entre o comprimento da circunferência e o seu diâmetro, usando material concreto como: prato descartável e barbante, para fazer as medições e realizar os cálculos de aproximações na calculadora. Os alunos acharam interessante a forma como realizamos a atividade com base no método utilizado por Arquimedes (método da exaustão), associando a História da Matemática. Estendemos nossas discussões para a diagonal do quadrado, usando a malha quadriculada e a calculadora, onde iriam calcular as possíveis aproximações verificando qual deles se aproximava mais de 2.

- $(1,3)^2$ $(1,4)^2$ $(1,5)^2$ $(1,41)^2$ $(1,42)^2$ $(1,414)^2$ $(1,415)^2$



Chegaram à conclusão de que esse número teria sua parte decimal ilimitada e não periódica. Também fizemos questionamentos que os levassem a pensar sobre as situações em que eles aparecem e sua importância nos cálculos matemáticos. Percebemos que os alunos ainda não tinham muita familiaridade com esses cálculos, mas mostram interesse visto que a atividade prática favorecia a compreensão de conceitos utilizados por eles na matemática que não lhes fazia muito sentido, mas que com essas demonstrações foram mais clarificados.

Reconheceram que a calculadora facilitou bastante os cálculos exaustivos que teriam que fazer e nem por isso deixaram de pensar e de fazer cálculos. Chegamos enfim ao número de ouro ($\phi = 1,61803\dots$), desconhecido por eles, a partir da realização de uma atividade onde chamamos um aluno à frente para que pudéssemos realizar algumas medidas de seu corpo e relacioná-las ao ϕ , como: (i) A altura do corpo humano e a medida do umbigo até o chão; (ii) a altura do crânio e a medida da mandíbula até o alto da cabeça; (iii) a medida da cintura até a cabeça e o tamanho do tórax; (iiii) a medida do ombro à ponta do dedo e a medida do cotovelo à ponta do dedo; (iiiii) O tamanho dos dedos e a medida da dobra central até a ponta. Os demais alunos foram convidados a acompanhar as medições e realizar a razão proporcional entre elas, com uso da calculadora, para verificar os resultados em cada caso.



Fonte: registros nossos.

Observaram que em todas as situações, havia uma aproximação comum mais ou menos equivalente a $1,61803\dots$, exatamente correspondente a ϕ (proporção áurea). Discutimos essas descobertas e assistimos a um vídeo que fala sobre o assunto. Em seguida, nos grupos, propomos uma atividade com: malha quadriculada, régua e compasso e os alunos foram desafiados a construir uma forma geométrica que apresentasse a proporção áurea. Muitos conseguiram

realizar a atividade de forma satisfatória e a forma comum utilizada foi o retângulo. Em nosso penúltimo momento tivemos toda uma reflexão sobre o que foi estudado e discutido em sala, então pedimos que os grupos, livremente, formulassem problemas a partir desses estudos e discussões. Todos os grupos ficaram à vontade, realizaram as formulações, conversaram entre si e com o professor, fizeram perguntas, enfim um trabalho muito agradável, onde puderam mostrar que compreenderam a finalidade de nossa proposta.



Todos responderam o questionário final e as respostas foram bem comuns, principalmente sobre o uso da calculadora nas aulas de Matemática, pois já haviam dito que não era permitido utilizar na sala durante as aulas, mas que é uma experiência muito boa, que aprenderam muitas coisas e que deveria ser mais usada pelos professores. Que no dia a dia a utilizam muito, tanto para resolver tarefas escolares em casa quanto para fazer compras. Que apesar da calculadora ajudar nos cálculos, não interfere na forma de pensar ou de fazer contas, pois ela não diz a conta que tem que ser feita, mas que é importante usá-la somente quando já souber fazer cálculos escritos. Que não sabiam muito sobre os números irracionais, apesar de já terem estudado assuntos como dízima periódica, não faziam essa associação, não sabiam muito bem pra que serviam e depois desses estudos melhorou a compreensão. A grande maioria da turma comentou que formular um problema é mais fácil que resolver, pois

já conhecem a estrutura trabalhada, então reelaboram no mesmo sentido. No caso, não surgiu nenhum problema novo, mas reformulações, que para um trabalho inicial, onde nunca nenhum deles havia formulado um problema, foi uma experiência considerável. Já os que disseram ser fácil resolver problemas, argumentam que os dados já estão em ordem e que a professora auxilia na resolução, tira as dúvidas. Disseram que não tem o hábito de trabalhar com formulação, ainda não haviam feito essa atividade, mas gostaram muito. Que a calculadora ajudou muito nas atividades, facilitando cálculos que eles ainda não sabiam (se referindo às aproximações). Enfim um trabalho gratificante que envolveu toda a turma. A avaliação aconteceu durante todo o processo de aprendizagem.

Conclusões

Desde o começo de nosso projeto procuramos viabilizar um planejamento que valorizasse o conhecimento prévio dos alunos em seu contexto escolar. Por isso, buscamos contemplar suas experiências com base em assuntos já estudados para que pudessem ser ampliados através da Resolução de Problemas. O mais importante foi perceber que nossos objetivos foram atingidos diante das situações propostas e que houve toda uma reflexão acerca dos números irracionais, que por meio da resolução de problemas, possibilitou clarificar esses conceitos. A calculadora mostrou-se eficiente na obtenção dos cálculos e com isso os grupos puderam realizar cada atividade a contento em cada momento de aprendizagem. Podemos concluir, diante das evidências aqui explicitadas que: Formulação de problemas, resolução de problemas e calculadora, nas aulas de Matemática, pode ser o diferencial no processo de aprendizagem significativa.

Referências

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática*. Brasília: MEC/SEF, 1998.

GONTIJO, Cleyton Hércules - *Resolução e Formulação de Problemas: Caminhos para o Desenvolvimento da Criatividade em Matemática* – Anais do SIPEMAT (Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática) – Universidade Federal de Pernambuco – 2006.

MEDEIROS, K.M., *A influência da calculadora na resolução de problemas matemáticos abertos*. Educação Matemática em Revista. SBEM – Ano 10 – nº14, agosto de 2003, p. 19-28.

MEDEIROS, K.M. *O contrato didático e a Resolução de Problemas Matemáticos em Sala de Aula*. Dissertação de Mestrado. UFPE, 1999.

<http://www.youtube.com/watch?v=XM-o0HsjkV8>. (link para o vídeo)

Anexos

Planejamento de atividades

Objetivo geral:

- Resolver problemas envolvendo os números irracionais usando a calculadora como facilitadora no processo de compreensão e de aprendizagem.

Objetivos específicos:

- Resolver atividades de cálculo com radicais;
- Verificar aproximações de raízes;
- Resolver operações que envolva os números irracionais com uso da calculadora;
- Propor problemas abertos com números irracionais;

Conteúdos:

- Números Irracionais

Procedimentos metodológicos:

1º Momento (05/11/2014 às 8h)

- Entrevista com a Professora Laisa Guimarães.

2º Momento (aula 1 com os alunos – 12/11/2014 das 10h às 11h45)

- Acolhida: rápida apresentação da proposta de trabalho aos alunos;
- Dividir a sala em 4 grupos de 6 alunos, entregar a Apostila “atividades com a calculadora” e as calculadoras para que os alunos possam manusear e se familiarize com a mesma;
- Trabalhar a parte de “orientação para o uso da calculadora” sugerida na Apostila;
- Trabalhar atividades para os alunos aprenderem a usar a calculadora, sugeridas na Apostila;
- Avaliação: durante todo o processo de ensino-aprendizagem

3º Momento (aula 2 com os alunos – 14/11/2014 das 7h às 8h30)

Slides: Como calcular o valor de Pi (π):

- Discussão com os alunos, a partir dos slides, sobre o número PI (através de questionamentos, com foco no levante de conhecimentos prévios sobre o assunto a ser estudado: Você já conhecem o número pi? Sabe em quais situações de cálculo na Matemática ele aparece? Para quê ele serve? Como ele surgiu na Matemática ou como pode ser obtido? Cite um problema ou situação que envolve cálculo com número Pi(?
- Oficina: seguindo a proposta do slide os alunos irão realizar atividades práticas para obtenção do valor de Pi(: começando pelo círculo/ circunferência e depois com uso da calculadora;
- Explicar a diferença entre circunferência e círculo
- Resolver problemas envolvendo circunferência/círculo

4º Momento (aula 3 com os alunos – 26/11/2014 das 7h às 8h30)

- Retomar os problemas de circunferência e círculo;
- Propor problemas abertos para o cálculo de comprimento da circunferência e área do círculo com uso da calculadora;

5º Momento (aula 4 com os alunos – 28/11/2014 das 7h às 8h30)

- Oficina:
Construir a raiz de dois a partir da diagonal do quadrado usando malha, régua e compasso, seguindo as orientações:
 1. Os alunos desenham um quadrado de lado dois na malha quadriculada;
 2. Calculam a sua área;
 3. Dividem cada lado em seu ponto médio (ao meio)
 4. Une-se esses pontos, traçando segmentos perpendiculares; Surgem então quatro quadrados;
 5. Esses quadrados serão divididos ao meio (pela diagonal); os alunos irão pintar a região central; Calcular quanto seria essa diagonal;
 6. Irão assim perceber dois quadrados. Um será a metade da área do outro;

7. A medida do lado do quadrado menor será x , logo $x^2 = 2$; Questionar os alunos se esse número pode ser representado na reta numérica;
8. Desenha novamente o mesmo quadrado na reta numérica, usando o procedimento anterior até perceber que esse novo valor estaria entre 1 e 2;
9. Usando a calculadora, os alunos iriam calcular as possíveis aproximações:
 $(1,3)^2$ $(1,4)^2$ $(1,5)^2$ $(1,41)^2$ $(1,42)^2$ $(1,414)^2$ $(1,415)^2$
10. Qual deles se aproxima de 2. Sempre acrescentando mais casas decimais;
 - **Conclusão:** Esse número irracional teria sua parte decimal ilimitada e não periódica (uma dízima não periódica).
11. Apresenta-se a fórmula de cálculo da diagonal;
12. Propor atividade;

6º Momento (aula 5 com os alunos – 03/12/2014 das 7h às 8h30)

- Oficina: solicitar que os alunos meçam objetos retangulares diferentes (largura x comprimento) e com uso da calculadora realize essa divisões obtendo números aproximados ou exatos ao número de ouro ($\phi = 1,61803\dots$);
- Chamar um aluno pra frente da sala e realizar algumas medidas do corpo onde aparece a semelhança, medida phi;
 - A altura do corpo humano e a medida do umbigo até o chão.
 - A altura do crânio e a medida da mandíbula até o alto da cabeça.
 - A medida da cintura até a cabeça e o tamanho do tórax.
 - A medida do ombro à ponta do dedo e a medida do cotovelo à ponta do dedo.
 - O tamanho dos dedos e a medida da dobra central até a ponta.
- Fazer uma reflexão/discussão sobre essa aproximação;
- Exibir um vídeo extraído da internet (youtube) sobre o Número de Ouro.
- Propor a atividade aos grupos: usando régua, compasso e uma malha quadriculada, os alunos foram desafiados a construir uma forma geométrica que obedeça a Proporção Áurea.

7º Momento (aula 6 com os alunos 04/12/2014 das 7h às 8h30)

- Formulações de Problemas Matemáticos Abertos;
- Os alunos, com base no que foi estudado, irão formular Problemas Matemáticos Abertos, a partir dos que já foram propostas em sala de aula;

8º Momento (Aula 7 com os alunos – 05/12/2014 das 10h às 11h45)

- Questionário para os alunos contendo oito perguntas.

Roteiro da Entrevista para o Professor

1. Professor, o que pensa sobre o uso de materiais manipuláveis nas aulas de Matemática?
2. Como, em sua opinião, o uso de materiais manipuláveis pode influenciar o seu modo de ensinar Matemática?
3. Você já trabalhou com materiais manipuláveis em sala de aula? E no Laboratório de Matemática? Se sim, quais utilizou, explique os pontos positivos e negativos da utilização destes materiais.
4. No que tange aos diversos tipos de materiais manipuláveis, você acredita que estes contribuem para uma melhor compreensão de conceitos matemáticos? Se sim, por quê?
5. Em sua opinião, quais os objetivos que o professor deve ter ao fazer uso deste recurso didático em sua sala de aula?
6. Utiliza a resolução de problemas matemáticos em suas aulas? Se sim, como?
7. A respeito da formulação e resolução de problemas na sala de aula de Matemática, você já utilizou esta metodologia? Se sim, faça um pequeno relato sobre esta experiência.
8. Você já trabalhou a formulação e resolução de problemas a partir de materiais manipuláveis? Se sim, conte-nos como foi esta experiência.
9. Uma vez trabalhada esta metodologia utilizando materiais manipuláveis, quais os pontos positivos e os negativos que você pôde observar no trabalho com seus alunos?

Obrigada por colaborar!

Questionário do aluno

1. Você já havia utilizado a calculadora básica nas aulas de Matemática para resolver problemas? Se sim, conte como foi à experiência.

2. Quando você usa a calculadora? Por quê?
3. Quando você quer resolver um problema, a calculadora lhe diz que contas devem ser feitas? Você consegue resolver sem entender um conteúdo matemático?
4. O que você achou de tê-la utilizado nas aulas de Matemática? Por quê?
5. O que você sabe sobre os números irracionais? Dê exemplos.
6. Você já formulou um problema matemático? Se sim, como foi esta formulação?
7. Para você, formular um problema matemático é mais fácil ou mais difícil do que resolver um problema matemático? Por quê?
8. A calculadora básica pode ser um instrumento útil na formulação e resolução de problemas matemáticos? Por quê?

Obrigada por colaborar!!

CAPÍTULO 5

FORMULAÇÃO E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS UTILIZANDO A CALCULADORA BÁSICA: UMA EXPERIÊNCIA NO MUNICÍPIO DE MONTEIRO – PB

José Edivam Braz Santana⁴

Resumo

A utilização de metodologias diferenciadas pelo professor pode melhorar o aspecto das aulas de Matemática e proporcionar oportunidades reais de aprendizagem para os alunos. Nesta perspectiva, a Metodologia de Formulação e Resolução de Problemas pode oferecer aportes para que o professor possa diversificar suas estratégias de ensino. O uso da calculadora na sala de aula como ferramenta de apoio pode auxiliar na construção de conceitos favorecendo o desenvolvimento de habilidades para enfrentar novas situações. Desta forma, a pesquisa em questão, da qual participam 21 alunos do 3º Ano do Ensino Médio de uma Escola Estadual de Monteiro-PB, no período de setembro a dezembro de 2014 e teve por objetivo analisar como os alunos do Ensino Médio concebem, formulam e resolvem problemas matemáticos utilizando a calculadora básica como ferramenta pedagógica de apoio. Os resultados apontam para um “despreparo” tanto da professora quanto dos alunos no que diz respeito ao uso da calculadora nas aulas de Matemática, bem como quanto à Metodologia de Formulação e Resolução de Problemas.

Palavras-chave: Formulação de problemas, Resolução de problemas, Calculadora Básica.

4 Mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual da Paraíba – UEPB, Professor de Matemática da rede estadual de ensino de Pernambuco e Coordenador Pedagógico da rede municipal de ensino de Afogados da Ingazeira PE.
E-mail: edivamsantana@hotmail.com.

Introdução

Sabe-se que a típica aula de Matemática a nível de primeiro, segundo ou terceiro graus ainda é uma aula expositiva, em que o professor passa para o quadro negro aquilo que ele julga importante. O aluno, por sua vez, copia da lousa para o seu caderno e em seguida procura fazer exercícios de aplicação, que nada mais são do que uma repetição na aplicação de um modelo de solução apresentado pelo professor. (D' AMBRÓSIO, B. S., 1989, p. 15)

A citação acima, apesar de decorridas mais de duas décadas, ainda reflete o panorama atual do ensino da Matemática no Brasil, tida, conforme dados atuais, como uma das disciplinas que mais reprova e uma das mais rejeitadas pelos alunos, o que tem causado altos “índices de evasão e repetência”⁵ nas nossas escolas. Desta forma, a utilização de metodologias diferenciadas pelo professor pode melhorar os aspectos destas aulas e proporcionar oportunidades reais de aprendizagem para os alunos. Nesta perspectiva, a metodologia de formulação e resolução de problemas pode oferecer aportes para que o professor possa diversificar suas estratégias de ensino para que a aprendizagem realmente ocorra.

O papel do professor é significativamente diferente quando se trata de incentivar os alunos a resolverem ou a formularem problemas. Na resolução de problemas, é o professor quem, à partida, formula as questões, cabendo ao aluno responder às solicitações que lhe são feitas. Na formulação de problemas, o aluno é desafiado a problematizar situações do dia a dia usando a sua própria linguagem, vivências e conhecimentos. Neste âmbito, o professor deve dar especial atenção a vários aspectos. Um é usar as formulações apresentadas pelos alunos no sentido de as orientar para uma exploração matematicamente rica. Outro é saber aproveitar as situações que ocorrem na sala de aula, quer sejam provocadas ou ocasionais, para proporcionar atividades de formulação de problemas: um aniversário, uma visita de estudo ou a celebração de um Dia Mundial. (BOAVIDA et al., 2008, p. 27)

Desta forma, as aulas de Matemática podem ser mais bem aproveitadas pelos alunos se estes perceberem a sua importância na vida cotidiana. Formular e resolver problemas torna o aluno protagonista da sua aprendizagem e este fato poderá motivá-lo a participar mais da aula e a gostar mais

5 Para maiores informações, consultar índices IDEB, IDEP e outros.

desta disciplina ainda rejeitada por muitos alunos, “o que tem causado evasão e repetência nas escolas” (SANTANA, 2015, p. 15).

A pesquisa apresentada foi realizada em uma escola pública estadual localizada no município de Monteiro – PB, no período de setembro a dezembro de 2014, tendo sido desenvolvida em uma turma de 21 alunos do 3º Ano do Ensino Médio do turno vespertino, com faixa etária de 16 a 19 anos de idade.

A pesquisa buscou analisar como os alunos concebem, formulam e resolvem problemas matemáticos utilizando a calculadora básica como ferramenta pedagógica de apoio. Os resultados mostram que os alunos se sentem mais motivados e entusiasmados quando se sentem protagonistas do seu processo de aprendizagem. Nesta perspectiva, percebemos que este Projeto contribuiu para proporcionar uma reflexão acerca de metodologias diferenciadas no ensino da Matemática e sobre a utilização da calculadora na sala aula no ensino e aprendizagem desta disciplina.

Objetivos

Geral

- Analisar como os alunos do Ensino Médio de uma escola estadual de Monteiro-PB, concebem, formulam e resolvem problemas matemáticos utilizando a calculadora básica como ferramenta pedagógica de apoio.

Específicos

- Utilizar os códigos de calculadora de forma a possibilitar aos alunos uma nova maneira de justificar suas estratégias de resolução;
- Observar e identificar as concepções do professor de Matemática da turma sobre a utilização da calculadora na formulação e resolução de problemas matemáticos na sala de aula;
- Identificar as concepções dos alunos, sobre a utilização da calculadora na formulação e resolução de problemas matemáticos na sala de aula;
- Propiciar ao professor de Matemática da turma a reflexão sobre a sua prática letiva.

Referencial Teórico

Formulação e Resolução de Problemas Matemáticos

Apesar de ser um conceito que remonta aos antigos egípcios, chineses e gregos e de ser amplamente discutida desde meados do século XX, a resolução de problemas matemáticos ainda hoje é uma metodologia de ensino pouco conhecida pela maioria dos professores (BRASIL, 1998), sendo esta, na maioria das vezes, utilizada apenas como exercícios, através da aplicação direta de algum algoritmo ou fórmula, ou como fixação de conteúdos estudados recentemente.

Entretanto, para que possam realmente motivar o aluno, os problemas devem favorecer a sua autonomia incentivando-o a desenvolver estratégias particulares de resolução, proporcionando-lhe situações que tenham mais de uma solução ou mesmo problemas sem solução ou problemas impossíveis, para que o aluno possa articular seus conhecimentos, levantar hipóteses e conjecturas para solucioná-los ou não.

Conforme os PCN (BRASIL, 1998, p. 34),

Para atender as demandas do trabalho contemporâneo é inegável que a Matemática pode dar uma grande contribuição à medida que explora a resolução de problemas e a construção de estratégias como um caminho para ensinar e aprender Matemática na sala de aula. Também o desenvolvimento da capacidade de investigar, argumentar, comprovar, justificar e o estímulo à criatividade, à iniciativa pessoal e ao trabalho coletivo favorecem o desenvolvimento dessas capacidades.

Desta forma, a resolução de problemas pode levar o aluno a desenvolver estratégias e raciocínios que lhes serão úteis em sua vida cotidiana. Portanto, a abordagem da Matemática através da resolução de problemas, permite “que o aluno escolha o caminho que deseja percorrer para chegar à solução, possibilita ir além da linearidade do ensino tradicional, à medida que o resolvidor pode mobilizar diferentes conhecimentos para chegar a uma resposta” (FURLANETTO, DULLIUS & ALTHAUS, 2012, p. 6).

Segundo a literatura sobre resolução de problemas, esta pode ser considerada como uma metodologia que possibilita o desenvolvimento de capacidades como: observação, estabelecimento de relações, comunicação, argumentação e validação de processos, além de estimular formas de raciocínio como intuição, indução, dedução e estimativa. Portanto, ao optar por esta

metodologia, o professor “traz implícita a convicção de que o conhecimento matemático ganha significado quando os alunos têm situações desafiadoras para resolver e trabalham para desenvolver estratégias de resolução” (BRASIL, 1998, p. 40).

Nesta perspectiva, segundo os PCN+ (BRASIL, 2002, p. 112), a resolução de problemas é peça central para o ensino da Matemática, pois

O pensar e o fazer se mobilizam e se desenvolvem quando o indivíduo está engajado ativamente no enfrentamento de desafios. Essa competência não se desenvolve quando propomos apenas exercícios de aplicação dos conceitos e técnicas matemáticos, pois, neste caso, o que está em ação é uma simples transposição analógica: o aluno busca na memória um exercício semelhante e desenvolve passos análogos aos daquela situação, o que não garante que seja capaz de utilizar seus conhecimentos em situações diferentes ou mais complexas.

Desta forma, o ensino da Matemática através da resolução de problemas proporciona ao aluno, sobretudo, compreender como esta disciplina é utilizada em seu cotidiano, fazendo-o perceber que a parte relevante da Matemática que se aprende na escola não é diferente daquela utilizada em seu cotidiano.

Tão importante quanto a resolução de problemas é a formulação de problemas matemáticos, sendo que esta metodologia ainda é menos conhecida e “utilizada” em nossas salas de aula. Para Gontijo (2006, p. 08) citando English (1997), “A formulação de problemas é um importante componente do currículo de Matemática e é considerada uma das partes principais da atividade Matemática, que é a capacidade de perceber e formular um problema.

Segundo Boavida et al. (2008, p. 27),

A par da resolução de problemas, a formulação de problemas é uma atividade de importância inquestionável, pois contribui não só para o aprofundamento dos conceitos matemáticos envolvidos, mas também para a compreensão dos processos suscitados pela sua resolução. Encorajar os alunos a escrever, a partilhar e a resolver os seus próprios problemas, é um contexto de aprendizagem muito rico para o desenvolvimento da sua capacidade de resolução de problemas. Ao colocarem problemas, os alunos apercebem-se da sua estrutura, desenvolvendo, assim, pensamento crítico e capacidades de raciocínio ao mesmo tempo que aprendem a exprimir as suas ideias de modo mais preciso.

Desta forma, a formulação de problemas estimula o aluno, sobretudo a criatividade quando este

Compreende a capacidade de formular problemas não complicados, encontrar caminhos e meios para resolver estes problemas; inventar fórmulas e teoremas, realizar de forma independente deduções de fórmulas e encontrar métodos originais para resolver problemas não tradicionais. (GONTIJO, 2006,p. 6)

Assim, associada à metodologia de resolução, a formulação de problemas proporciona à sala de aula tornar-se um ambiente motivador e mais atrativo para o aluno, possibilitando-o a despertar a sua criatividade e discutir também problemas do seu cotidiano.

Segundo Boavida et al (2008, p. 27),

A par da resolução de problemas, a formulação de problemas é uma atividade de importância inquestionável, pois contribui não só para o aprofundamento dos conceitos matemáticos envolvidos, mas também para a compreensão dos processos suscitados pela sua resolução. Encorajar os alunos a escrever, a partilhar e a resolver os seus próprios problemas, é um contexto de aprendizagem muito rico para o desenvolvimento da sua capacidade de resolução de problemas. Ao colocarem problemas, os alunos apercebem-se da sua estrutura, desenvolvendo, assim, pensamento crítico e capacidades de raciocínio ao mesmo tempo que aprendem a exprimir as suas ideias de modo mais preciso.

Portanto, English (1997, *apud* Gontijo, 2006, p. 9) destaca três elementos básicos para o desenvolvimento da habilidade de formular problemas:

1. *Compreensão do que seja um problema*: este elemento refere-se à habilidade de reconhecer a estrutura subjacente a um problema e detectar estas estruturas em problemas correspondentes, isto é, perceber que diferentes problemas apresentam estruturas semelhantes.
2. *Percepção de diferentes problemas*: este elemento refere-se aos aspectos que despertam ou não a atenção dos estudantes em situações rotineiras ou não. Atividades nas quais os estudantes podem expressar suas percepções em relação a diferentes problemas e compará-las com as diversas opiniões de seus colegas podem se constituir em um poderoso instrumento para a compreensão da Matemática.
3. *Perceber situações matemáticas sob diferentes perspectivas*: interpretar uma situação matemática em mais do que um caminho é particularmente importante para o estudante desenvolver sua capacidade de criar problemas ou de reformulá-los.

Nesta pesquisa, utilizamos as metodologias de formulação e resolução de problemas matemáticos utilizando a calculadora básica como ferramenta pedagógica de apoio. Desta forma, os alunos utilizaram os códigos de calculadora para formularem e resolverem problemas matemáticos em sala de aula. “Um código de calculadora mostra uma sequência de teclas pressionadas para produzir uma resposta. Um código de calculadora, como uma equação, registra os processos de raciocínio de quem está resolvendo o problema” (MEDEIROS, 2005, p. 16).

Os códigos de calculadora facultam aos alunos a possibilidade de demonstrar os passos intermediários das soluções apresentadas. Assim, os códigos de calculadora são uma espécie de “passo-a-passo” onde os alunos mostram exatamente como pensaram solucionar o problema (que formularam) e a sequência das teclas digitadas na calculadora para tal.

O Uso da Calculadora nas Aulas de Matemática

Diversos estudos (SELVA & BORBA, 2010; RUBIO, 2003; MEDEIROS, 2003; ALBERGARIA & PONTE, 2008; SANTANA, 2015) têm tratado sobre o uso da calculadora nas aulas de Matemática e mostrado a importância desta utilização para o desenvolvimento de habilidades matemáticas no aluno. O uso da calculadora na sala de aula como ferramenta de apoio pode auxiliar na construção de conceitos favorecendo a autonomia do aluno. Conforme Medeiros (2003, p. 22) utilizando a calculadora “os alunos podem ficar atentos ao processo de resolução de problemas, ao invés de se preocupar com cálculos longos e repetitivos”.

Pela rapidez dos cálculos e economia de tempo que proporciona, a calculadora permite aos indivíduos dedicarem maior atenção às relações entre as variáveis dos problemas a serem resolvidos, investigando, descobrindo padrões e aprofundando nos conteúdos de forma a construir seus próprios conhecimentos.

A Matemática está presente no cotidiano de todos, seja, em descontos comerciais, correções de uma prestação e de tantas outras formas, portanto, faz-se necessário que o indivíduo saiba utilizá-la em seu cotidiano e saiba, da mesma forma, operar determinados instrumentos, como a calculadora, que o ajude a lidar com esta Matemática.

Não é mais concebível que as aulas de Matemática ainda sejam desenvolvidas de forma tradicional, dando-se muita ênfase aos mecanismos de cálculo

ao invés de ressaltar o significado destes. Para os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998, p. 45) o cálculo escrito deve “conviver com outras modalidades de cálculo, como o cálculo mental, as estimativas e o cálculo produzido pelas calculadoras”. Utilizar a calculadora em sala de aula para o desenvolvimento de atividades, além de colocar os estudantes em contato com um recurso tecnológico simples, oferece um melhor aproveitamento do tempo, proporciona segurança, torna desafiador e menos cansativo o processo de resolução de problemas.

Quando se decide usar a calculadora em sala de aula, opta-se por um caminho de ensinar Matemática que não está voltado para as habilidades de cálculo, de resolução de operações básicas, mas sim para o desenvolvimento do raciocínio, de habilidades de estimativas, onde ela será o instrumento mediador. Smole & Diniz (2004, p. 21) destacam que “a utilização da calculadora humaniza [...] e permite aos alunos ganharem mais confiança para trabalhar com problemas e buscar novas experiências de aprendizagem”.

O uso da calculadora na sala de aula como ferramenta de apoio pode auxiliar na construção de conceitos favorecendo o desenvolvimento de habilidades para enfrentar novas situações, pois, pela economia de tempo que proporciona, permite aos estudantes dedicarem maior atenção às relações entre as variáveis dos problemas que têm pela frente, investigando, descobrindo padrões e sistematizando os conteúdos de forma a construir seus próprios conhecimentos.

A calculadora básica é uma tecnologia ao alcance de todos. É uma ferramenta que agiliza a operação de cálculos matemáticos, tanto na escola, quanto no dia a dia das pessoas, tornando-se essencial em diversas profissões. E por que ainda há uma resistência por parte dos professores de Matemática em utilizá-la na sala de aula? Precisamos repensar nossa prática ainda arraigada às práticas tradicionais de ensino onde se gasta muito tempo com mecanismos de cálculos excessivos ao invés de se ressaltar o significado destes cálculos.

Refletindo sobre as Concepções de Professores e Alunos

Para muitos, a Matemática é tida como uma disciplina de difícil compreensão, que lida com objetos e teorias abstratas, o que a torna incompreensível para estes. Para outros, uma disciplina puramente mecânica, ligada a cálculos, regras e fórmulas. De acordo com Ponte (1992, p. 01-02) a Matemática,

É uma ciência usualmente vista como atraindo pessoas com o seu quê de especial. Em todos estes aspectos poderá existir uma parte de verdade, mas o facto é que em conjunto eles representam uma grosseira simplificação, cujos efeitos se projetam de forma intensa (e muito negativa) no processo de ensino-aprendizagem.

Estes aspectos denotam as principais concepções que rodeiam o processo de ensino e aprendizagem desta disciplina no contexto educacional.

De acordo com Roseira (2010) as concepções são determinantes ou pelo menos apresentam decisivas influências em relação às práticas educativas dos professores. Assim, aquilo que os professores realizam em sala de aula são reflexos das suas concepções, concepções estas muitas vezes não muito concordantes com os sistemas educativos nos quais estão inseridos (PONTE, 1992).

Segundo Ponte (1992, p. 01) as concepções,

Actuam como uma espécie de filtro. Por um lado, são indispensáveis pois estruturam o sentido que damos às coisas. Por outro lado, actuam como elemento bloqueador em relação a novas realidades ou a certos problemas, limitando as nossas possibilidades de actuação e compreensão.

Portanto, “de forma consciente ou não, as concepções dos professores norteiam o seu trabalho pedagógico e influenciam as concepções do aluno acerca da ciência estudada. Muitas vezes estas concepções estão atreladas a crenças e valores que norteiam a vida social dos professores, orientando-os à ação” (SANTANA, 2015, p. 25).

Desta forma, acredita-se haver uma relação entre concepções e práticas do professor, entretanto, segundo Roseira (2010) não há influência de uma sobre a outra, mas que estas influências são de natureza dialética. Assim, nesta pesquisa, buscamos identificar as concepções da professora da turma e dos alunos relativamente à utilização da calculadora básica nas aulas de Matemática e à metodologia de formulação e resolução de problemas matemáticos em sala de aula.

Metodologia

Trata-se de uma pesquisa de abordagem qualitativa, consistindo em um estudo de caso realizado no âmbito do Programa Observatório da Educação

– OBEDUC, da CAPES⁶, através do Projeto “*Investigando a Formulação e a Resolução de Problemas Matemáticos na Sala de Aula: Explorando Conexões entre Escola e Universidade*” da Universidade Estadual da Paraíba, sob a coordenação da Professora Dr^a Kátia Maria de Medeiros.

Na abordagem qualitativa, “As questões a investigar não se estabelecem mediante a operacionalização de variáveis, sendo, outrossim, formuladas com o objetivo de investigar os fenômenos em toda a sua complexidade e em contexto natural” (BOGDAN & BIKLEN, 1994, p. 16). Nesta abordagem, são considerados os meios e não os fins são considerados os processos decorrentes da investigação e não eventuais resultados da mesma. O estudo de caso é a metodologia adotada, sendo este um dos vários estudos de caso do referido projeto.

No estudo de caso,

O interesse do pesquisador ao selecionar uma determinada unidade é compreendê-la enquanto uma unidade. Isso não impede, no entanto, que ele esteja atento ao seu contexto e às suas inter-relações, enquanto um todo orgânico e à sua dinâmica enquanto um processo, uma unidade de ação. (ANDRÉ, 2008, p. 24).

Assim, o estudo de caso permite “retratar situações da vida real, sem prejuízo de sua complexidade e de sua dinâmica natural” (ANDRÉ, 2008, p. 34) facultando ao pesquisador perceber a realidade em seu contexto. Nesta perspectiva, a pesquisa proposta foi desenvolvida com 21 alunos de uma turma do 3º Ano do Ensino Médio de uma escola pública estadual, localizada no município de Monteiro – PB, no período de setembro a dezembro de 2014. A escolha da turma deu-se por ser pertencente a uma das sete escolas participantes do Projeto *Investigando a Formulação e a Resolução de Problemas Matemáticos na Sala de Aula: Explorando Conexões entre Escola e Universidade*, no âmbito do Programa Observatório da Educação, da CAPES. A escola atende um total aproximado de 780 alunos do Ensino Médio, na modalidade Ensino Médio em tempo integral.

No decorrer da pesquisa foram realizadas entrevistas semiestruturadas com a professora da turma e com os alunos participantes, com o objetivo de identificar as suas concepções acerca do uso da calculadora na sala de aula e

6 A Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – CAPES é uma autarquia e agência pública de pesquisa do Brasil vinculada ao Ministério da Educação que atua na expansão e consolidação da pós-graduação stricto sensu (mestrado e doutorado) em todos os estados do país. (Origem: Wikipédia, a enciclopédia livre).

da metodologia de formulação resolução de problemas matemáticos em sala de aula.

Posteriormente às entrevistas, foram realizadas 04 (quatro) sessões de formulação e resolução de problemas, sendo estas desenvolvidas em grupos de 03 (três) membros, que permaneceram os mesmos até o término da pesquisa. Nesta etapa os alunos foram levados a formular e resolver problemas, utilizando a calculadora básica como instrumento pedagógico de apoio. Ao formularem os problemas, os grupos os solucionavam utilizando os códigos de calculadora. Ao término das sessões foram proporcionados momentos de reflexão sobre as formulações e verificação se realmente estas constituíam problemas (ou se eram exercícios).

Constituíram etapas da pesquisa:

1. Apresentação da proposta e discussão/debate sobre o uso da calculadora nas aulas de Matemática;
2. Discussão sobre a formulação e a resolução de problemas, distinguindo problemas de exercícios;
3. Apresentação da calculadora e discussão sobre a utilização de suas principais teclas e funções e sobre os códigos de calculadora;
4. Formulação e resolução de problemas matemáticos a partir da calculadora básica.

Dados e Resultados

A Professora da Turma e suas Concepções

A professora da turma é Especialista em Matemática, tem 28 anos de experiência docente e afirma sempre buscar se qualificar para melhorar o aspecto das suas aulas e para que os alunos efetivamente aprendam. Acredita que a calculadora pode ser utilizada nas aulas de Matemática desde que de forma responsável e que a metodologia de formulação e resolução de problemas pode fazer com que as aulas de Matemática sejam mais prazerosas e mais proveitosas pelos alunos, à medida que se sentem protagonistas da sua aprendizagem.

Sobre o uso da calculadora nas aulas de Matemática, defende ainda,

D' Ambrósio diz o seguinte: "A calculadora na visão dos docentes... eles têm um excessivo conservadorismo porque acham que ela atrapalha, que não desenvolve a memória". Quanto a mim, o trabalho que eu tive com a calculadora na sala de aula foi através

de artigos relacionados à calculadora... eu trago os artigos e eles exploram em sala de aula o texto, então a visão é bem restrita, não só deles como também a minha, eu nunca trabalhei realmente a calculadora em sala de aula como a educação Matemática orienta. (Trecho da entrevista realizada em 30/09/2014)

A professora da turma tem apenas uma visão teórica sobre a utilização da calculadora em sala de aula e só permite que os alunos a utilizem quando as atividades propostas lidam com operações envolvendo números de maior ordem de grandeza ou números decimais, entretanto nunca proporcionou atividades que fossem direcionadas para a utilização desta ferramenta.

Desta forma, a professora da turma pode está deixando de proporcionar aos alunos a possibilidade de manuseio de uma tecnologia simples e que é muito utilizada em seu cotidiano.

De acordo com Oliveira (1999, p. 124-125),

O uso da calculadora em sala de aula de Matemática é um dos meios que o professor de Matemática pode se utilizar para criar situações que levem a ele e seus alunos a refletir sobre a construção do conhecimento matemático e a socialização do saber, transformando a sala de aula em um ambiente propício à discussão, troca de experiências e de elaboração de estratégias para se construir uma nova sociedade brasileira.

Segundo a professora da turma, os professores não estão preparados para lidar com a calculadora em sala de aula, reflexo da sua formação docente. Acredita que os egressos da Licenciatura em Matemática atuais talvez tenham uma visão mais ampla sobre este tema.

Mesmo sem uma visão prática da utilização da calculadora em sala de aula, defende que sua utilização não atrapalha, mas que ajuda no desenvolvimento do aluno, desde que este saiba utilizá-la de forma consciente.

De modo análogo, também a professora pesquisada por Santana (2015) também defende que a calculadora não atrapalha no desenvolvimento do aluno, entretanto, não libera o uso de tal ferramenta em suas aulas.

Os Alunos Pesquisados: que concepções manifestam?

Todos os alunos participantes manifestam concepções de que a calculadora prejudica seu raciocínio, os impede de pensar e não pode ser utilizada no ENEM. A este respeito, cabe salientar que, conforme defendido em Selva

e Borba (2010) não é a escola que deve ser “programada” para os vestibulares (como o ENEM), “estes é que devem ser repensados à luz da realidade atual, na qual se exige do aluno, não habilidades de cálculos, mas habilidades de compreensão, de aplicação, de discussão. Além do mais, o ENEM exige dos alunos outras habilidades (e talvez até com mais intensidade), além das habilidades de cálculo” (SANTANA, 2015, p. 91).

Quanto à metodologia de formulação e resolução de problemas defendem que esta ajuda no seu aprendizado e afirmam que a professora da turma costuma utilizá-la em suas aulas, embora as evidências mostrem (formulações disponíveis na próxima sessão deste artigo) que, na verdade, não há formulação de problemas, mas sim de exercícios. Santana (2015), propondo uma distinção entre *exercício* e *problema*, defende,

exercício revela uma situação em que é necessário treinar ou reforçar algoritmos já aprendidos, geralmente são utilizados para “fixação” de conteúdos estudados recentemente; e *problema* configura-se como uma situação na qual é necessário raciocinar e sintetizar o que já foi aprendido, não estando atrelada a conteúdos estudados recentemente, podendo, em algumas situações, nem fazer menção a conteúdos matemáticos.

Assim, conforme veremos no próximo item, os alunos participantes da pesquisa não formularam problemas e sim exercícios.

As Formulações e Resoluções Propostas pelos Alunos

A interação entre os grupos ocorreu de forma satisfatória ao longo do desenvolvimento da pesquisa. Os alunos desenvolveram bastante autonomia quando da formulação e resolução dos problemas, utilizando os códigos de calculadora, embora não tenha havido formulação de problema, conforme já mencionado anteriormente.

De acordo com Boavida et al (2008, p. 16), os problemas devem ter as seguintes características: a) ser, realmente, compreensíveis pelo aluno apesar de a solução não ser imediatamente atingível; b) ser intrinsecamente motivantes e intelectualmente estimulantes; c) ter mais do que um processo de resolução; d) integrar vários temas.

Em seguida, trazemos duas situações formuladas pelos alunos em cada sessão, com uma análise geral destas. Escolhemos aquelas situações com

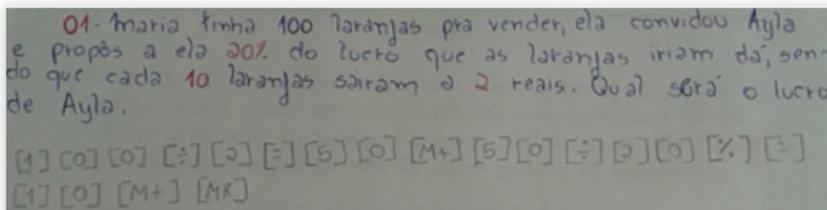
melhor texto e que, de certa forma, se aproximam mais da definição de problema proposto por Boavida et al (2008):

1ª Sessão de Formulação e Resolução de Problemas

Não somente nesta mas em todas as sessões, houve uma predominância de formulação de problemas referentes às quatro operações fundamentais da aritmética e às porcentagens, talvez as operações mais evidentes na calculadora básica. Os problemas propostos pelos alunos foram bastante elementares e fechados (MEDEIROS, 2003).

O primeiro “problema” escolhido (figura 01), aborda uma situação de porcentagem podendo também ser considerado bastante elementar para esta etapa de ensino (Ensino Médio). O grupo deixa claro na proposição desta situação não ter dominado o conceito de “lucro” o qual envolve outras variáveis além daquelas propostas na situação ilustrada.

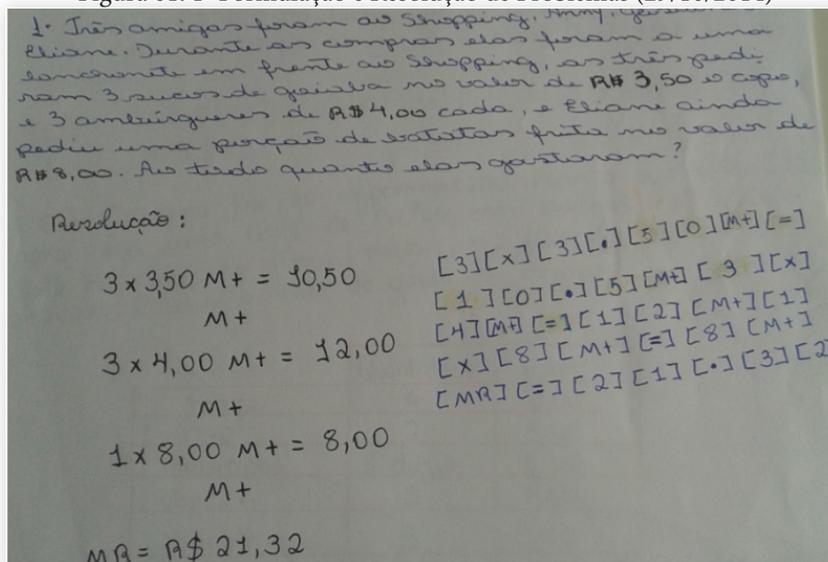
Figura 01: 1ª Formulação e Resolução de Problemas (29/10/2014)



Fonte: Notas dos alunos

Já o segundo “problema” escolhido nesta sessão (figura 02) apresenta uma situação básica envolvendo as quatro operações fundamentais e pode também ser considerada bastante elementar para a etapa de ensino em questão. O ponto considerado diferencial para a situação foi a utilização das teclas de memória da calculadora básica para representar a distributividade da multiplicação. Os códigos de calculadora, representados por “[]” (não só nesta mas em todas as sessões) ilustram o processo de resolução dado pelo grupo à situação formulada.

Figura 01: 1ª Formulação e Resolução de Problemas (29/10/2014)



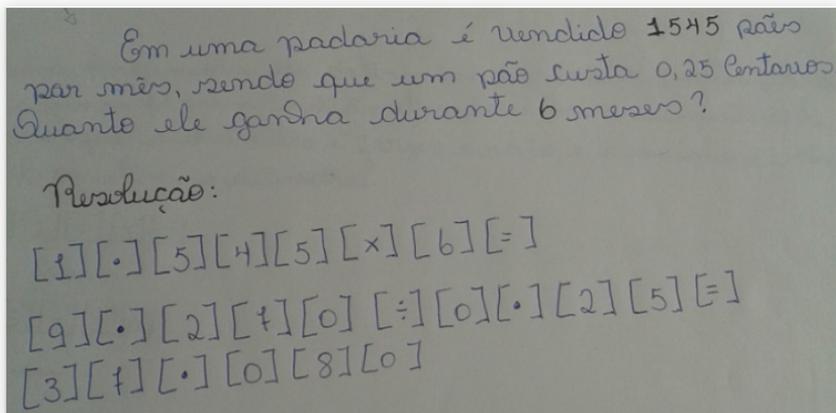
Fonte: Notas dos alunos

2ª Sessão de Formulação e Resolução de Problemas

Também nesta sessão houve predominância de situações relacionadas às quatro operações fundamentais. Mais uma vez os alunos não conseguiram formular problemas e sim exercícios, embora tenham buscado contextualizar as situações propostas e tentado aproximá-las de situações do seu cotidiano.

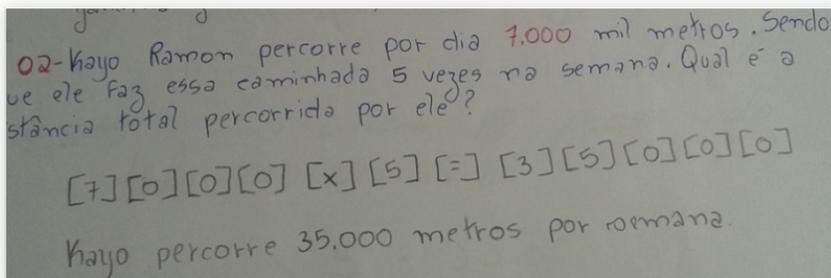
Nas duas situações seguintes (figuras 03 e 04) temos a proposição de uma situação de multiplicação simples. A primeira, ilustra uma situação de compra e venda, na qual os alunos também não consideraram outras variáveis para o lucro. A segunda, uma multiplicação direta (distância percorrida em um dia “vezes” o número de dias).

Figura 03: 2ª Formulação e Resolução de Problemas (31/10/2014)



Fonte: Notas dos alunos

Figura 04: 2ª Formulação e Resolução de Problemas (31/10/2014)



Fonte: Notas dos alunos

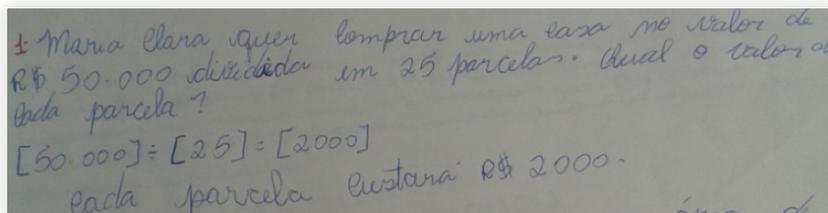
3ª Sessão de Formulação e Resolução de Problemas

Na terceira sessão, mesmo com as reflexões realizadas ao término de cada sessão anterior sobre situações que constituem verdadeiros problemas e sobre situações do dia a dia em que a conteúdos matemáticos são utilizados, ainda assim, as situações propostas foram envolvendo as quatro operações fundamentais.

As figuras 05 e 06, seguintes, ilustram um problema de multiplicação (básica e simples) e um problema de subtração, respectivamente. Na primeira situação (figura 05), os alunos não levaram em consideração que, em negociações bancárias, existem fatores como juros, amortizações e correções, que alteram o valor das parcelas, principalmente quando a negociação é a longo

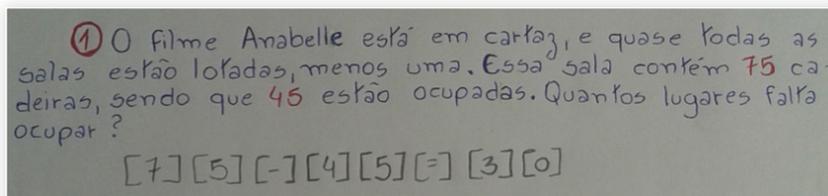
prazo, como na situação proposta. Na segunda situação (figura 06), embora os alunos tenham simulado uma situação real, esta não pode ser considerada um problema por ser uma situação bastante elementar para a etapa de ensino em questão.

Figura 05: 3ª Formulação e Resolução de Problemas (04/11/2014)



Fonte: Notas dos alunos

Figura 06: 3ª Formulação e Resolução de Problemas (04/11/2014)



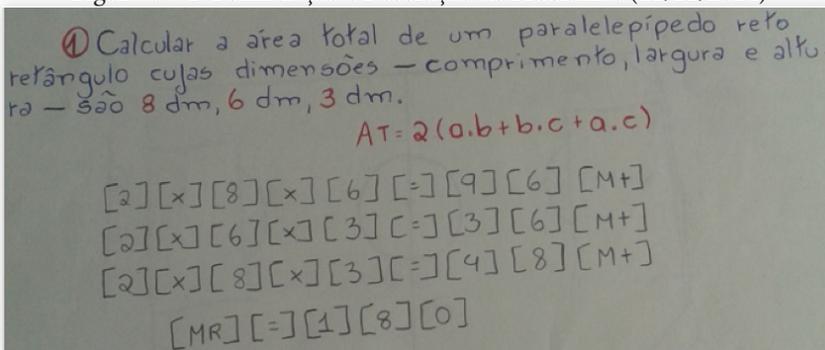
Fonte: Notas dos alunos

4ª Sessão de Formulação e Resolução de Problemas

Nesta quarta e última sessão, embora ainda tenha havido predominância de situações referentes às quatro operações fundamentais, alguns dos grupos inovaram nas situações propostas, ainda que estas estejam ligadas aos últimos conteúdos estudados.

A figura 07 ilustra uma situação envolvendo área total dos prismas, a qual não traz um contexto nem aplicação a situação cotidiana. Verifica-se nesta questão a primazia dos alunos pelas fórmulas matemáticas para a resolução de “problemas” nesta disciplina.

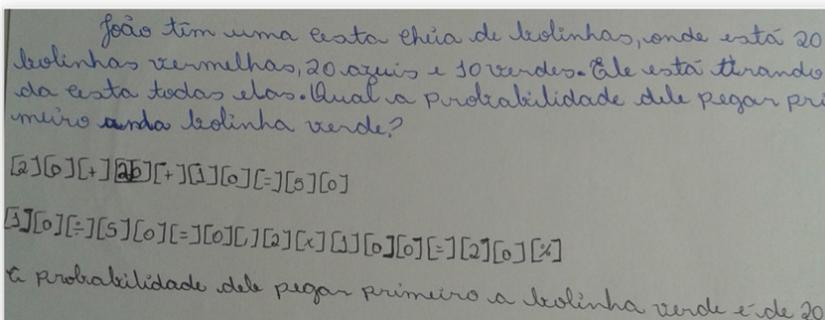
Figura 07: 4ª Formulação e Resolução de Problemas (11/11/2014)



Fonte: Notas dos alunos

A figura 08 seguinte ilustra a situação que mais se aproxima da definição de problema proposta pelos educadores matemáticos. Ilustra uma situação de probabilidades, um dos conteúdos estudados pelos alunos no bimestre anterior ao da pesquisa.

Figura 08: 4ª Formulação e Resolução de Problemas (11/11/2014)



Fonte: Notas dos alunos

Com o desenvolvimento desta pesquisa, pudemos perceber que, tanto os alunos quanto a professora, passaram a ver a calculadora com “outros olhos”, não como um instrumento que prejudica o raciocínio do aluno, mas como uma ferramenta que pode, se utilizada de forma adequada, contribuir para o desenvolvimento de habilidades necessárias ao convívio do aluno fora da escola, onde a tecnologia é cada vez mais presente.

Também foi possível perceber que a metodologia de formulação e resolução de problemas melhorou o aspecto das aulas de Matemática, ao passo

que os alunos passaram de uma posição de membros passivos para uma posição de protagonistas do seu aprendizado. A exemplo do que defende Medeiros e Santos (2007), nos processos de formulação de problemas ocorrem mudanças no papel do professor e do aluno pois o *professor* passa a atuar não apenas como transmissor do conhecimento, mas também como organizador das condições de aprendizagem e o *aluno* deixa de ser passivo, receptor, repetidor de procedimentos padronizados e passar a ser agente da sua aprendizagem.

Considerações Finais

Os resultados da pesquisa apontam para um “despreparo” tanto da professora quanto dos alunos no que diz respeito ao uso da calculadora nas aulas de Matemática. Apesar de não se manifestar contra o uso da calculadora em sala de aula, a professora menciona a sua formação inicial, que não proporcionou momentos de discussão sobre o uso da mesma na sala de aula e a formação continuada que também não o faz. Assim, a professora menciona a vontade de utilizá-la satisfatoriamente, entretanto, não se sente preparada para isso.

A entrevista semiestruturada realizada com os alunos revela que estes manifestaram a concepção de que usar a calculadora faz com que eles desaprendam a fazer cálculos manuscritos, tornem-se dependentes da máquina, calculem mecanicamente, não pode ser utilizada no ENEM, entretanto, após o primeiro momento de contato com a mesma os alunos mudaram a sua opinião inicial, chegando um deles a mencionar “já mudei de ideia, se não soubermos que operações realizar a calculadora não serve de nada” (Aluno 10). Este fato remete-nos a D’Ambrósio. (1986, p. 56), quando defende que “[...] a calculadora não embota o raciocínio do aluno – todas as pesquisas feitas sobre aprendizagem demonstram isso.”, cabendo ao professor fazer apenas as intervenções necessárias para que o aluno efetivamente passe não só a dominar os conceitos matemáticos mas as ferramentas com as quais convive em seu dia a dia de que podem ser utilizadas para solucionar os problemas advindos desta disciplina.

Sobre a professora da turma, esta acredita que o desenvolvimento da pesquisa lhe proporcionou, sobretudo, refletir sobre a sua própria prática, acreditando que, a partir de agora, passará a lidar melhor com a calculadora (não somente de forma teórica como o fazia, mas de forma prática, proporcionando aos alunos momentos de utilização desta ferramenta em suas aulas)

e com a metodologia de formulação e resolução de problemas. A este respeito, Ponte (2002, *apud* 2008, p. 154) defende que a reflexão sobre a própria prática,

contribui para o esclarecimento e resolução dos problemas. Além disso, proporciona o desenvolvimento profissional dos respectivos atores e ajuda a melhorar as organizações em que eles se inserem e, em certos casos, pode ainda contribuir para o desenvolvimento da cultura profissional nesse campo de prática e até para o conhecimento da sociedade em geral.

Nesta perspectiva, acreditamos que a proposta inicial deste projeto foi alcançada pois, proporcionou a mudança da visão inicial que os participantes (tanto a professora quanto os alunos) tinham da calculadora e da forma como viam as aulas de Matemática. Fazer com que a professora refletisse sobre a sua própria prática foi outro ponto positivo da pesquisa, pois, a reflexão sobre a própria prática é um ponto importante para a mudança de práticas.

Referências

ALBERGARIA, I.S.; PONTE, J.P. **Cálculo mental e Calculadora**. In: Tecnologias e educação matemática. Lisboa: SEM-SPCE. 2008. pp. 92-103.

ANDRÉ, M.E.D.A. **Estudo de caso em pesquisa e avaliação educacional**. Brasília: Liberlivros, 2005. 68 p. - (Série Pesquisa; vol. 13)

BOAVIDA A.M.R. et al. **A experiência matemática no ensino básico**. Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores dos 1.º e 2.º Ciclos do Ensino Básico. Ministério da Educação. Direção-Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular. Lisboa/2008. 133 p.

BOGDAN, R.C.; BIKLEN, S.K. **Investigação Qualitativa em Educação: Uma Introdução à Teoria e aos Métodos**. Coleção Ciências da Educação, orientada por Maria Teresa Estrela e Albano Estrela. Portugal: Porto Editora, 1994. 337 p. Tradução de: Maria João Alvarez, Sara Bahia dos Santos e Telmo Mourinho Baptista.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/ SEF, 1998.

_____. **Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias (PCN+)**. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. 2002. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/CienciasNatureza.pdf>. Data do Acesso: 20/11/2015.

D' AMBRÓSIO, B.S. **Como ensinar matemática hoje? Temas e Debates**. SBEM. Ano II. Nº 2. Brasília. 1989. P. 15-19.

D'AMBROSIO, U. **Da realidade à ação: reflexões sobre educação e matemática**. São Paulo: Summus: Unicamp, 1986.

FURLANETTO, V.; DULLIUS, M.M.; ALTHAUS N. **Estratégias de Resolução de Problemas para a Melhoria do Processo de Ensino e Aprendizagem de Matemática**. In: Seminário de Pesquisa em Educação da Região Sul – IX ANPED Sul, 2012.

GONTIJO, C.H. **Resolução e Formulação de Problemas: Caminhos para o Desenvolvimento da Criatividade em Matemática.** In: Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, 2006. Disponível em: <<http://www.lematec.net/CDS/SIPEMAT06/artigos/gontijo.pdf>> Data de acesso: 10/07/2014.

MEDEIROS, K. **A influência da calculadora na resolução de problemas matemáticos abertos.** In. Educação Matemática em Revista, SBEM, nº 14, Ano 10. 2003.

_____. **O Contrato Didático e a Resolução de Problemas Matemáticos em Sala de Aula.** Educação Matemática em Revista, SBEM, nº 9/10, 20, 2001.

_____. **Atividades com a Calculadora para a Sala de Aula.** Campina Grande, 2005 (apostila didática).

MEDEIROS, K.M.; SANTOS, A.J.B. **Uma Experiência Didática com a Formulação de Problemas Matemáticos.** ZETETIKÉ- Cempem – FE – Unicamp – v. 15 – n. 28, 2007.

OLIVEIRA, J.C.G. **A visão dos professores de matemática do estado do Paraná em relação ao uso de Calculadoras nas aulas de matemática.** Campinas, SP, 1999. 160 p. (Tese de doutorado).

PONTE, J.P. (Ed.) **Concepções dos Professores de Matemática e Processos de Formação.** Educação matemática: Temas de investigação (pp. 185-239). Lisboa: Instituto de Inovação Educacional. 1992.

_____. **Investigar a nossa própria prática: uma estratégia de formação e de construção do conhecimento profissional.** 2008. PNA, 2(4), 153-180.

ROSEIRA, N.A.F. **Educação Matemática e valores: das concepções dos professores à construção da autonomia.** Brasília: Liber Livros. 1 ed. 2010.

RUBIO, J.A.S. **Uso didático da Calculadora no ensino fundamental: possibilidades e desafios.** Faculdade de Filosofia e Ciências, Universidade Estadual Paulista, Marília, 2003, 137p. (Dissertação de Mestrado).

SANTANA, J.E.B. **O Uso da Calculadora Científica na Resolução de Problemas Matemáticos nas Aulas de Matemática do Ensino Médio: investigando concepções e explorando potencialidades.** Universidade Estadual da Paraíba – UEPB, Campina Grande – PB, 2015, 238 p. (Dissertação de Mestrado Acadêmico).

SELVA, A.C.V.; BORBA, R.E.S.R. **O uso da Calculadora nos anos iniciais do ensino fundamental.** Belo Horizonte: Autêntica, 1 ed. 2010, 128 p. (Coleção Tendências em educação matemática).

SMOLE, K.S.; DINIZ, M.I. **Matemática Ensino Médio.** 4. ed. São Paulo: Saraiva, 2004. V. 1.